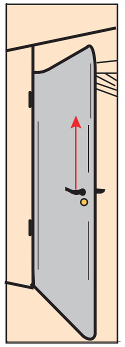
1 – عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت.

1 – 1 – مفهوم العزم

نشاط 1

تعلم أن الأبواب تدور حول محور ثابت ، ندعوه المحور Δ، يمر من مفاصله.

- امسك بابا من مقبضه وطبق عليها قوة نحو الأعلى بحيث يكون حامل القوة موازيا لمحور دوران الباب (الشكل7). هل يدور الباب؟
- غير الآن اتجاه القوة بحيث يقطع حاملها محور دوران هذا الباب كما هو مبين في (الشكل8). هل يدور الباب؟
- كيف يجب أن يكون اتجاه القوة حتى يكون لها فعل على دوران الباب؟



الشكل 7

نشاط 2:

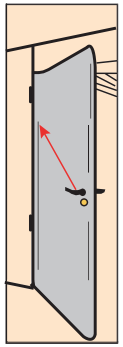
ارجع إلى النشاط السابق و طبق هذه المرة قوة كيفية $\vec{F}$ على مقبضها بحيث لا يقطع حاملها محور دوران الباب و ليست موازية له.

هل لهذه القوة أثر على دوران الباب؟

استنتج بإكمال الفراغات:

حتى يكون لقوة $\vec{F}$، مطبقة على جسم صلب متحرك حول...... ثابت، أثر دوراني على حركته يجب أن لا تكون هذه القوة .... لمحور الدوران و لا .... هذا المحور.

نقول أن القوة $\vec{F}$ مطبقة على جسم صلب متحرك حول محور ثابت عزم بالنسبة لهذا المحور إذا كان لها أثر على ...... هذا الجسم. نرمز لعزم قوة بالنسبة ...... Δ بالرمز : $M_{\vec{F}/\Delta}$.



الشكل 8

1 – 2 – عبارة عزم قوة بالنسبة لمحور

نشاط 1:

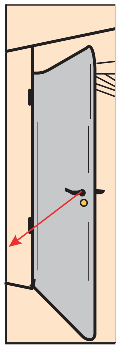
طبق في نفس الظروف قوة عمودية على مستوى هذا الباب مرة على مقبضها ومرة في نقطة قريبة من محور دورانه.

1 – هل لهذه القوة أثر على دوران الباب في كلتا الحالتين؟

2 – هل الباب يدور بنفس السهولة ؟

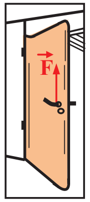
3 – هل الأثر الدوراني لهذه القوة على الباب يختلف في كل مرحلة؟

4 – ما الذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟



الشكل 9

• الكفاءات المستهدفة

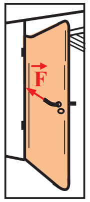


الشكل – 1

1) مفهوم العزم :

نشاط ①

لا يدور الباب

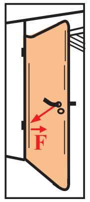


الشكل – 2

لا يدور الباب

حتى يدور الباب فتحه أو غلقه يجب التأثير عليه بقوة حاملها لا يوازي و لا يلاقي محور الدوران

نشاط ②



الشكل – 3

نعم ، الباب يدور مالم يكون حامل القوة موازيا لمحور دوران الباب أو يلاقيه

استنتج بإكمال الفراغات

حتى يكون لقوة $\vec{F}$ ، مطبقة على جسم صلب متحرك حول محور ثابت ، أثر دوراني على حركته يجب أن لا تكون هذه القوة موازية لمحور الدوران و لا يقطع حاملها هذا المحور .

نقول أن قوة $\vec{F}$ مطبقة على جسم صلب متحرك حول محور ثابت عزم بالنسبة لهذا المحور إذا كان لها أثر على دوران هذا الجسم . نرمز لعزم قوة بالنسبة لمحور Δ بالرمز : $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta}$.

عبارة عزم قوة بالنسبة لمحور

نشاط ①

نعم ، للقوة فعل دوراني مختلف في كلتا الحالتين

يدور الباب بسهولة أكثر كلما كانت نقطة تطبيق القوة بعيدة عن محور الدوران

نعم ، يختلف الأثر الدوراني للقوة في كل مرحلة بحسب بعد نقطة تطبيقها عن محور دوران الباب إذا كانت شدة القوة ثابتة فإن عزم هذه القوة فعلها التدويري يتعلق ببعد نقطة تأثيرها عن محور الدوران الثابت ذراع القوة

الأستاذ : بوشري حمزة

نشاط 2 :

ارجع للباب السابق و طبق على مقبضه قوة عمودية على مستوي الباب. أعد التجربة بتطبيق في نفس النقطة قوة في نفس الاتجاه و بشدة أكبر.

1 – هل يوجد فرق في الأثر الدوراني للقوة على الباب في كل حالة؟

2 – ما الذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟

نشاط 3 :

ارجع للباب السابق و طبق على مقبضه قوة عمودية على مستوي الباب. أعد التجربة بتطبيق في نفس النقطة قوة لها نفس الشدة و اتجاه معاكس لاتجاه القوة السابقة.

1 – هل يدور الباب في نفس الاتجاه؟

2 – هل يوجد فرق في الأثر الدوراني للقوة على الباب في كل حالة؟

3 – ما الذي تستنتجه بالنسبة لعزم القوة ؟

4 – استنتج من النشاطات الأربعة مميزات عزم قوة بالنسبة لمحورثابت.

استنتج بإكمال الفراغات :

يتعلق عزم قوة بالنسبة لمحور الدوران Δ حاملها ..... و ...... هذا المحور بـ...... و..... هذه القوة و .... بين حامل القوة و المحورΔ

1 3 – عمل تجريبي :

نشاط :

– **الأدوات المستعملة :**

– خذ قضيبا من خشب أبعاده (1cm x 1cm x 50cm) تقريبا نهمل ثقله بالنسبة للقوى المعتبرة في هذه التجربة واجعل فيه ثقوبا صغيرة تسمح لك بتعليق خيوط مطاطية (أو نوابض).

– خذ لوحا (قطعة مسطحة) من خشب مستطيلة الشكل وغلفها بورقة بيضاء تسمح لك بتسجيل قياساتك عليها.

– اغرز في النقطة O مسمارا يسمح للقضيب الدوران حوله، واجعل اللوح في وضع شاقولي.

– حضّر قارورة بلاستيكية معايرة تقيس بها شدّة القوى.

– **العمل التجريبي**

الجزء أ :

علق القضيب بواسطة خيط مطاطي① مربوط في النقطتين A وB (الشكل10). علق مطاطا آخر② في النقطة M_1 ثم اسحبه بيدك حتى يصبح القضيب منطبقا مع المحور الأفقي(ox) الذي نختاره وضعا مرجعيا (الشكل11) .يكون المطاطان في هذه الحالة شاقوليين.

– علّم على الورقة طول كل مطاط l_1 وارسم الخط الحامل له.

– أعد التجربة بتعليق المطاط② في المواضع M_2 , M_3 , M_4 وسجّل في كل مرة طول المطاط② ، الذي من أجله يكون القضيب أفقيا.

نشاط ②

نعم ، يوجد فرق في الأثر الدوراني للقوة عزمها بحسب شدة هذه القوة في كل حالة

يتعلق كذلك عزم القوة بالنسبة لمحور دوران ثابت بشدة القوة حيث يتناسبان طرديا

نشاط ③

يدور الباب بالجهة المعاكسة لجهة دورانه السابقة عند تغيير اتجاه القوة المطبقة عليه

نعم ، و بالاتجاه المعاكس

نستنتج أنه توجد جهتان متعاكستان لدوران الباب يكون في احداهما عزم

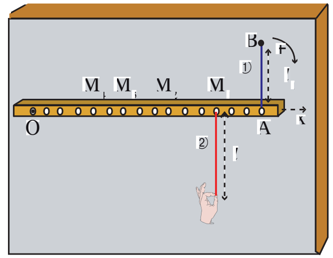
القوة **محرك** نعتبره **موجب** " و هي عادة الجهة المعاكسة لدوران عقارب الساعة ، بينما يكون العزم **مقاوم** نعتبره **سالب** بالجهة المعاكسة أي بجهة دوران عقارب الساعة اصطلاحا

عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت يتعلق بشدة

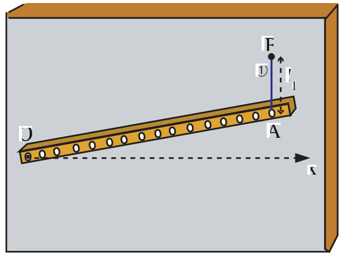
لقوة و ببعد نقطة تطبيقها عن المحور و هو مقدار فيزيائي جبري

استنتج بإكمال الفراغات

يتعلق عزم قوة $\vec{F}$ بالنسبة لمحور الدوران Δ حاملها لا يوازي و لا يقطع هذا المحور بشدّة و اتجاه هذه القوة و البعد العمودي بين حامل القوة و المحور Δ .



■ الشكل 11

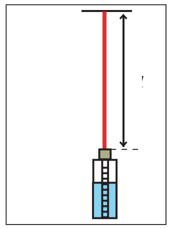


■ الشكل 10

– استعمل القارورة البلاستيك المعايرة سابقا بوحدة النيوتن (ربيعة)، وحدّد شدّة القوة الموافقة لكل طول و ذلك بملأ القارورة بالكمية المناسبة من الماء التي تجعل المطاط يستطيل بالطول المناسب l (الشكل 12).

– أرسم على ورقة التجربة باستعمال سلم مناسب القوى المطبقة على القضيب من طرف المطاطات

– دوّن نتائجك في الجدولين التاليين وأكملهما :



■ الشكل 12

l_1 (cm)	F_1 (N)	OA (m)	F_1.OA (N.m)

l_{2i} (m)	F_{2i} (N)	OM_i (m)	$F_{2i}.OM_i$ (N.m)

– قارن قيم جداء شدّة القوة F_{2i} المطبقة من طرف النابض ② على المسطرة في البعد OM أي (F_{2i}.OMi) ماذا تلاحظ؟

– قارن هذه القيمة مع الجداء (F_1.OA) المتعلق بالنابض ①

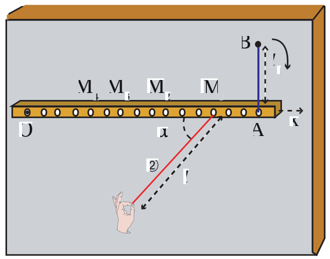
– ما هو أثر القوة المطبقة من طرف النابض ① على المسطرة؟

– ما هو أثر القوة المطبقة من طرف النابض ② على المسطرة؟

– ماذا تستنتج؟

الجزء ب

نميل المطاط ② بحيث يصنع منحاه زاوية α مع المسطرة ثم نسحبه حتى ترجع المسطرة إلى الوضع الأفقي المحدّد (الشكل 13)



■ الشكل 13

– ما هي شدة القوة التي يطبقها المطاط ② في هذه الحالة؟

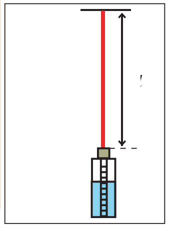
– أحسب الجداء (F_2.OM) وقارنه مع (F_1.OA) . ماذا تلاحظ؟

– أرسم القوة المطبقة من طرف النابض ② ثم حلّلها إلى مركبتين (أفقية وشاقولية). بماذا تتميز كل مركبة؟

– أي المركبتان لها أثر تدويري؟ قارن قيمتها مع القيمة F_1 في الحالة السابقة.

العمل التجريبي

الجزء (أ)



12 ■

l_1 (m	F_1 (N)	OA (m)	F_1.OA (N.m)
	2	0,15	**0,3**

l_{2i} (m	F_{2i} (N)	OM_i (m)	$F_{2i}.OM_i$ (N.m)
	2,5	0,12	**0,3**
	3,3	0,09	**0,3**
	5,0	0,06	**0,3**
	7,5	0,04	**0,3**

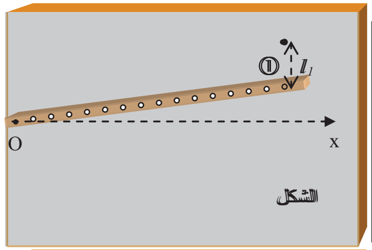
.........(نلاحظ أن : $F_{2i}.OM_i \approx C^{te} = 0,3$ N.m ، في كل الحالات بالنظر إلى أخطاء القياس)

.........(كما هو موضح في الجدول ، نلاحظ أن $\|F_{2i}.OM_i\| = \|F_1.OA\|$)

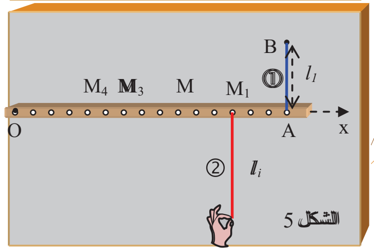
يدير المطاط① القضيب في الاتجاه المعاكس للاتجاه الموجب المختار

(يدير المطاط② القضيب في نفس الاتجاه الموجب المختار

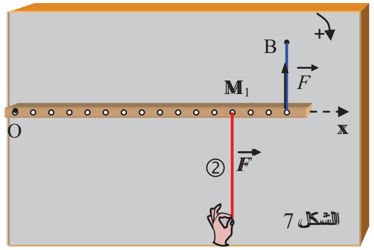
نستنتج أن المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على القضيب معدوم عند التوازن



الشكل



الشكل 5



الشكل 7

الجزء ب

شدة القوة التي يطبقها المطاط ② في هذه الحالة هي

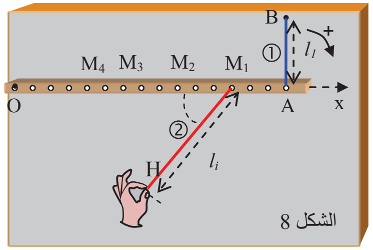
$$(\|\vec{F}_2\| = \sqrt[2]{F_{2x}{}^2 + F_{2y}{}^2} = \sqrt[2]{(F_2\cos\alpha)^2 + (F_2\sin\alpha)^2}$$

نلاحظ أن $(\|F_{21}.OM_1\| = \|F_1.OA\|)$

تلاحظ أن المطاط استطال أكثر مما كان عليه في الجزء(أ) .

الجداء (F_2.OM_1) أكبر من الجداء (F_1.OA) بخلاف ما كان عليه في الجزء (أ) .

عند تحليل القوة F_2 إلى مركبتين على المحور Ox و على المحور Oy يظهر أن المركبة F_{2x} ليس لها أثر دوراني لأن حاملها يمر من محور الدوران . للمركبة F_{2y} فقط أثر دوراني على القضيب و نجد أن F_{2y} يساوي F_{21} للجزء (أ)) .

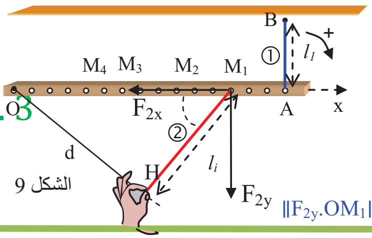


الشكل 8

كما هو موضح على الشكل 9 المركبة

$F_{2x} = F_2.\cos\alpha$ ليس لها فعل تدويري "عزمها معدوم"

لأن حاملها يلاقي محور الدوران ،بينما المركبة $F_{2y} = F_2.\sin\alpha$ لها فعل تدويري غير معدوم ، مقداره : $\|F_{2y}.OM_1\| = \|F_2.\sin\alpha.OM_1\| = \|F_2.d\| = \|F_1.OA\|$



الشكل 9

الأستاذ : بوشري حمزة

الجزء ج

– مثل H المسقط العمودي للنقطة O على حامل القوة F_2. (الشكل 13) نسمّي $OH = d$ ذراع القوة
– أحسب الجداء $(F_2 . d)$، ماذا تلاحظ؟
– ماذا تستنتج؟

استنتج بإكمال الفراغات

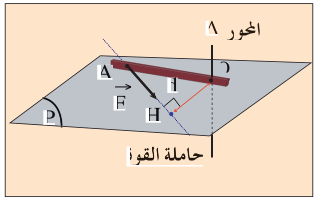
يحسب عزم قوة بالنسبة ..... Δ بجداء ..... هذه القوة في البعد العمودي d بين ..... هذه القوة و ..... Δ وتكتب العبارة على الشكل: $M_{\vec{F}/\Delta} = \dots\dots$

بعد اختيار اتجاه موجب للدوران يكون عزم القوة موجبا إذا كانت القوة تدير الجسم في الاتجاه الموجب و يكون سالبا إذا كانت تديره في الاتجاه السالب. نكتب حينئذ عبارة عزم القوة كما يلي

$$M_{\vec{F}/\Delta} = \pm \dots\dots$$

في الوحدات الدولية يعبر عن العزم بالوحدة: (N. m) نيوتن متر

1 – 4 – كيف نعيِّن المسافة d؟



الشكل 14

النقطة O هي تقاطع محور الدوران Δ مع المستوي P العمودي على هذا المحور و الحاوي للقوة $\vec{F}$. النقطة A هي نقطة تطبيق القوة انظر (الشكل 14)

تمثِّل المسافة d البعد بين النقطة O و النقطة H، حيث H هو المسقط العمودي للنقطة O على حامل القوة $\vec{F}$.

1 – 5 – تأثير عدة قوى على جسم صلب يدور حول محور ثابت

إذا أثرت عدة قوى على جسم صلب متحرك حول محور ثابت Δ، يتعلق اتجاه دوران الجسم بالتأثير الدوراني الإجمالي لهذه القوى بالنسبة لهذا المحور.

نقبل أن التأثير الدوراني الإجمالي لعدة قوى هو المجموع الجبري لعزوم هذه القوى بالنسبة للمحور Δ و نرمز له بالرمز $M_{/\Delta}$

$$M_{/\Delta} = M_{\vec{F}_1/\Delta} + M_{\vec{F}_2/\Delta} + M_{\vec{F}_3/\Delta} + \dots$$

العزم مقدار جبري و إشارته تدل على اتجاه دوران الجسم:

– إذا كان العزم موجبا، يدور الجسم في الاتجاه الموجب المختار
– إذا كان العزم سالبا، يدور الجسم في الاتجاه السالب

2 – مزدوجة قوتين

2 – 1 – تعريف المزدوجة

تدعى جملة قوتين محصلتهما معدومة و ليس لهما نفس الحامل مزدوجة قوتين (أو مزدوجة)

الجزء (ج)

(نلاحظ أن: $F_{2y} . OM_1 = F_2 . d$).

(نستنتج أن: عزم قوة بالنسبة لمحور ثابت يساوي جداء شدتها بذراعها البعد العمودي بين حامل القوة و محور الدوران "

استنتج بإكمال الفراغات

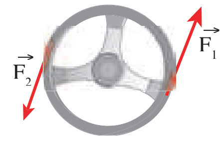
يحسب عزم قوة بالنسبة لمحور Δ . بجداء شدة هذه القوة في البعد العمودي d بين حامل هذه القوة و المحور Δ . و تكتب العبارة على الشكل: $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = \|\vec{F}\| . d$

بعد اختيار اتجاه موجب للدوران يكون عزم القوة موجبا إذا كانت القوة تدير الجسم في الاتجاه الموجب و يكون سالبا إذا كانت تديره في الاتجاه السالب . نكتب حينئذ عبارة عزم القوة كما يلي: $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = \pm\|\vec{F}\| . d$

نقتصر في هذه الدراسة على المزدوجات $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ الموجودة في المستوي العمودي على محور دوران الجسم الصلب (الشكل 15).

مثال : لاحظ على الشكل تأثير القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ على مقود سيارة.

تمثل هاتان القوتان مزدوجة $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$.



الشكل 15

2 – 2 – عزم المزدوجة

نشاط 1

تأثر مزدوجة قوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ على مقود سيارة نصف قطره R (الشكل16).

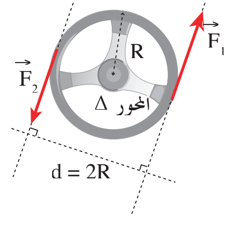
– اختر اتجاه دوران موجب.

– أحسب عزم القوة $\vec{F}_1$ بالنسبة لمحور الدوران.

– أحسب عزم القوة $\vec{F}_2$ بالنسبة لمحور الدوران.

– أحسب مجموع عزمي القوتين.

– استنتج عبارة عزم المزدوجة.



الشكل 16

استنتج بإكمال الفراغات :

يرجع حساب عزم مزدوجة قوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ تؤثرعلى جسم صلب يدورحول محور Δ إلى حساب ...... الجبري لـ ..... القوتين.

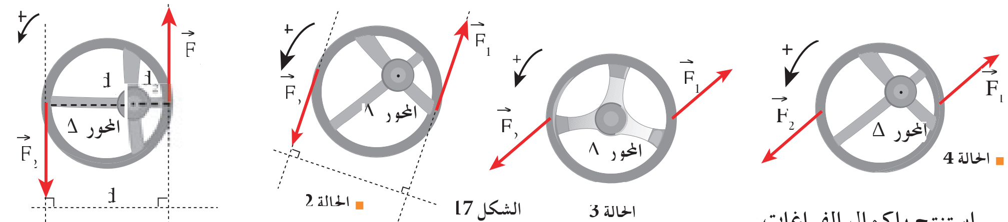
يتعلق عزم هذه ...... بـ .... إحدى القوتين و...... العمودي بين ...... القوتين وتكتب العبارة على الشكل : $M_{/\Delta}$ = ...

ملاحظة نلاحظ في (الشكل 16) أن قطر المقود d يمثل المسافة (البعد العمودي) بين حاملي القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$.

نشاط 2 : تخيل أن المقود السابق يدور حول محور لا يمر من مركزه (الشكل 17) .

لاحظ الأشكال الأربعة التالية ثم أتبع نفس الخطوات السابقة لحساب عزم مزدوجة القوتين اللتين تؤثران علىالمقود في كل حالة.

– هل يتعلق عزم مزدوجة القوتين بموضع محور الدوران؟ – استنتج صيغة لعلاقة عزم مزدوجة



الشكل 17

استنتج بإكمال الفراغات

لا .... عزم مزدوجة قوتين موجودتين في ...... العمودي على محور الدوران Δ لجسم صلب .... هذا المحور.

يحسب عزم المزدوجة بجداء ..... إحدى ...... في البعد العمودي d بين ...... القوتين: $M_{/\Delta} = \pm$

ملاحظة 1 – عندما نتكلم عن عزم مزدوجة لا نذكر المحور خلافا عن عزم القوة التي يجب دائما ذكر المحور الذي يُحسب بالنسبة إليه العزم.

2 – تدعى المسافة بين القوتين ذراع المزدوجة.

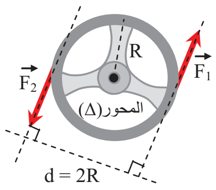
2 2 عزم المزدوجة

نشاط ①

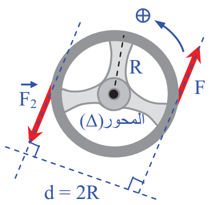
(لاحظ الشكل – 13)

(عزم محرك : $\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} = +\|\vec{F}_1\|.R > 0$

عزم محرك : $\mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = +\|\vec{F}_2\|.R > 0$



الشكل 12



الشكل 13

$\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = \|\vec{F}_1\|.R + \|\vec{F}_2\|.R)$ ....

لكن بالتعريف : $\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\| = \|\vec{F}\|$ ؛ $d = 2R$

بالتالي : $(\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = \|\vec{F}\|(R+R) = \|\vec{F}\|.2R = \|\vec{F}\|.d$

$\mathcal{M}_{(\vec{F}_1,\vec{F}_2)/\Delta} = \mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = \|\vec{F}\|.d)$ .... ، حيث d يسمى **"ذراع المزدوجة"** و هو البعد العمودي بين حاملي القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$)

ملاحظة : لا علاقة لعزم المزدوجة بموضع محور الدوران (Δ) بين خطي عمل القوتين .

استنتج بإكمال الفراغات

يرجع حساب عزم مزدوجة قوتين $(\vec{F}_1, \vec{F}_2)$ تؤثر على جسم صلب يدورحول محور (Δ) إلى حساب المجموع الجبري لعزمي القوتين . يتعلق عزم هذه المزدوجة بشدّة احدى القوتين و البعد العمودي بين حاملي القوتين . و تكتب العبارة على الشكل :

$\mathcal{M}_{(\vec{F}_1,\vec{F}_2)/\Delta} = \mathcal{M}_{/\Delta} = \|\vec{F}\|.d$

نشاط ②

نضع شدة كل قوة : $\|\vec{F}_1\| = \|\vec{F}_2\| = \|\vec{F}\|$

- الحالة 1:

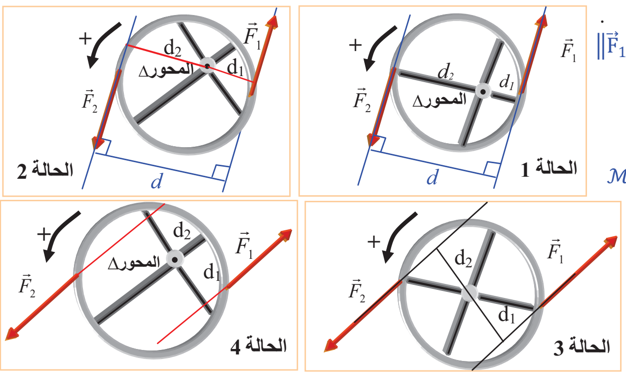
$\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} = +\|\vec{F}\|.d_1$

$\mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} = +\|\vec{F}\|.d_2$

$\therefore \mathcal{M}_{/\Delta} = \|\vec{F}\|(d_1 + d_2) = \|\vec{F}\|.d$

- الحالات 2 ، 3 و 4 :

في كل حالة نتبع نفس الطريقة في الحساب و نجد دائما أن عزم المزدوجة يساوي جداء شدة إحدى القوتين في المسافة الفاصلة بين حاملي القوتين ولا يتعلق بموضع محور الدوران .



الشكل 17

استنتج بإكمال الفراغات

لا يتعلق عزم مزدوجة قوتين موجودتين في المستوي العمودي على محور الدوران (Δ) لجسم صلب بموضع هذا المحور .

يحسب عزم المزدوجة بجداء شدة إحدى القوتين (شدة القوتين متساويتان) في البعد العمودي d بين حاملي القوتين :

$\mathcal{M}_{/\Delta} = \|\vec{F}\|$

3 – عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور ثابت

3 – 1 – مركز الكتل

تعريف

يعرف مركز كتل جملة نقاط مادية كتلة كل منها $m_1, m_2, m_3, \dots$ و موضع كل منهم على التوالـــــــي $M_1, M_2, M_3, \dots$ على أنه مركز الأبعاد المتناسبة للنقاط M المرفقة بالكتل m.

إذا اعتبرنا موضع مركز الكتل النقطة C يحسب موضعه بالعبارة التالية

$$m_1\overrightarrow{CM_1} + m_2\overrightarrow{CM_2} + m_3\overrightarrow{CM_3} + \dots\dots = \vec{0}$$

بالنسبة لنقطة O نختارها كمبدأ تكتب العلاقة السابقة على الشكل $\overrightarrow{OC} = \frac{\Sigma m_i.\overrightarrow{CM_i}}{\Sigma m_i}$

3 – 2 – مركز العطالة

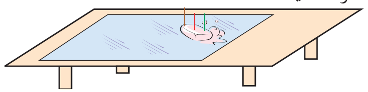
نشاط

ضع صفيحة من زجاج على طاولة ثم خذ قطعة صابون واغرز فيها ثلاثة أعمدة صغيرة (أعمدة ثقاب كبريت، مصاصات مشروبات، ...) في مواضع مختلفة حيث أحد الأعمدة يكون في مركز القطعة (الشكل 18).

بلّل قطعة الصابون ثم ضعها على اللوح الزجاجي وادفعها لتتحرك عليه.

1 – هل لكل الأعمدة مسارات متشابهة خلال الحركة؟

2 – ما هو العمود الذي له مسار خاص؟ و ما نوع هذا المسار؟



الشكل 18

استنتج بإكمال الفراغات

في الأجسام الصلبة التي نعتبرها مجموعة ...... مادية، توجد .. .. لها حركة خاصة (حركة مستقيمة منتظمة اذا كانت الجملة معزولة) ندعوها ... . الجملة و نرمز لها عادة بالرمز C. إذا كانت الكتلة لا تتعلق بسرعة الجسم كما هو الحال في دراستنا، ينطبق مركز ...... مع ...... الكتل.

– مركز عطالة بعض الأجسام البسيطة

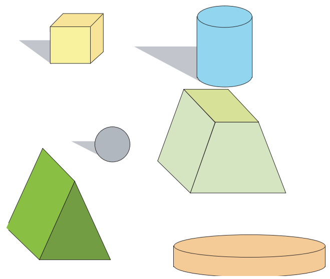
نعتبر في دراستنا حالة الأجسام الصلبة المتجانسة (الشكل 19)

1 – الأجسام الصلبة التي تملك مركز تناظر

يكون مركز عطالة هذه الأجسام منطبقا مع مركز تناظرها

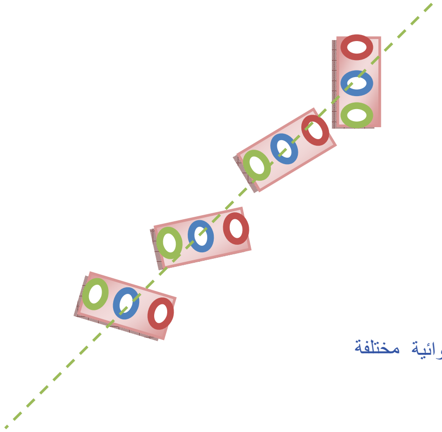
2 – الأجسام الصلبة التي لها محور تناظر أو مستوي تناظر

ينتمي مركز عطالة هذه الأجسام لمحور التناظر أو مستوي التناظر.



ملاحظة ينطبق مركزالعطالة مع مركز الكتل في كل الحالات التي ندرسه.

الشكل 19



3 2) مركز العطالة
نشاط

لا يكون لكل الأعمدة مسارات متشابهة بل يكون لها مسارات عشوائية مختلفة

العمود الذي له مسار خاص هو العمود المغروز

في مركز قطعة الصابون حيث يسلك مسارا مستقيما و يكون للعمودين الآخرين مسارين منحنيين عشوائيين

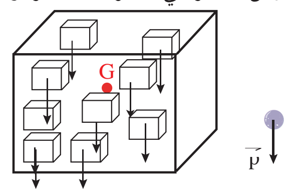
استنتج بإكمال الفراغات

في الأجسام الصلبة التي نعتبرها مجموعة نقاط مادية ، توجد نقطة واحدة لها حركة خاصة (حركة مستقيمة منتظمة اذا كانت الجملة معزولة) ندعوها مركز العطالة الجملة أو مركز عطالة الجسم و نرمز لها عادة بالرمز C . إذا كانت الكتلة لا تتعلق بسرعة الجسم كما هو الحال في دراستنا ، ينطبق مركز العطالة مع مركز الكتل .

3 – 3 مركز ثقل الأجسام الصلبة المتواجدة بجوار الأرض

نعلم أن الأجسام الصلبة المتواجدة بجوار الأرض تخضع لقوة جذب الأرض لها، والتي ندعوها ثقلها و نرمز له بالرمز $\vec{p}$ و لتعيين مركز ثقل G لهذه الأجسام ندرس المثال التالي :

نعتبر جسمين، واحد على شكل كرة صغيرة جدًا نصف قطرها من رتبة المليمتر و الآخر على شكل مكعب أبعاده من رتبة الديسيمتر مثلا (الشكل 20)



▪ الشكل 20

– أين تكون نقطة تطبيق الثقل في كلا الحالتين؟

– حالة الكرة : نظرا للأبعاد الصغيرة لهذه الكرة بالنسبة للملاحظ، فيمكن اعتبارها نقطة مادية و تكون نقطة تطبيق الثقل هي موضع هذا الجسم.

– حالة المكعب : نعتبر المكعب مكون من مجموعة من مكعبات صغيرة جدا ومتماثلة (أو كريات صغيرة) يمكن اعتبارها نقاط مادية. تخضع كل هذه النقاط المادية لقوى جذب الأرض لها $\vec{P_i}$ متساوية.

بما أن أبعاد المكعب صغيرة نسبيا (قيمة الجاذبية ثابتة في حدود أبعاد المكعب) ينطبق مركز ثقل الجسم G مع مركز الكتل C.

3 – 4 – المواضع النسبية للمراكز الثلاثة

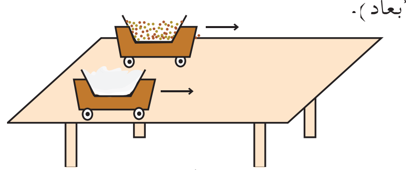
عرفنا في الفقرة السابقة ثلاث نقاط مميزة في الجسم الصلب : مركز الكتل، مركز العطالة و مركز الثقل. ما هي المواضع النسبية لهذه النقاط في جسم صلب؟

– موضع مركز الكتل يتعلق بالشكل الهندسي للجسم.

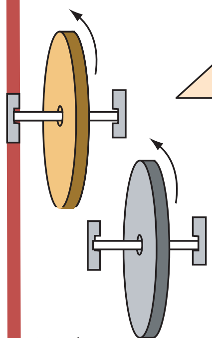
– موضع مركز العطالة يتعلق بالحالة الحركية للجسم فهو منطبق على مركز الكتل ما دامت كتلة الجسم لا تتعلق بسرعته.

– موضع مركز الثقل يتعلق بقيمة الجاذبية الأرضية فهو ينطبق على مركز الكتل في الأجسام التي تشغل حيزا تكون فيه قيمة الجاذبية الأرضية ثابتة (الأجسام الصغيرة الأبعاد).

3 – 5 – عطالة الأجسام الصلبة



▪ الشكل 21



▪ الشكل 22

نشاط 1

خذ عربتين متماثلتين و ضع عليهما إنائين متماثلين فارغين.

إملأ أحد الإنائين بالرمل و الآخر بالصوف (الشكل 21).

ادفع بيدك العربة الأولى ثم ادفع بنفس الكيفية العربة الثانية (أي بتطبيق قوة مماثلة للحالة الأولى).

– ماهي العربة التي أحسست أنها 'تسارعت' حركتها أكثر عند الإقلاع؟

– ما هي العربة التي أحسست أنها تقاوم أكثر التغيّر في السرعة ؟ هل هي العربة الثقيلة أم الخفيفة؟

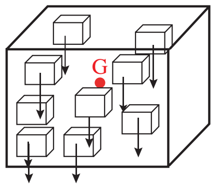
نشاط 2 جزء أ

1 – خذ قرصين متماثلين (نفس القطر و نفس السمك) واحد من خشب و الآخر من رصاص مثلا (الشكل 22)، اجعل كل قرص يدور حول محور أفقي يمر من مركزه. طبق على حافة كل قرص و بنفس الكيفية قوة لها نفس القيمة تجعلهما يدوران حول هذين المحورين.

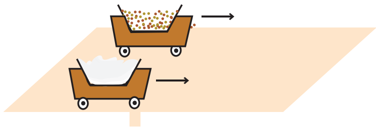
– أي قرص يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني لهذه القوة؟

– في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني ؟

3-3) مركز عطالة بعض الأجسام البسيطة :



☒ ملاحظة : ينطبق مركز العطالة مع مركز الكتل في كل الحالات التي نحن بصدد دراستها .



4-3) عطالة الأجسام الصلبة :

نشاط ①

.... (العربة المعبأة بالصوف هي التي تتسارع أكثر عند الاقلاع) .

(الثقيلة المعبأة بالرمل) .

نشاط ②

جزء أ

)

تتعلق المقاومة التي يبديها كل قرص تجاه محاولة تدويره

(قرص الرصاص) .

بمادة القرص أي بالكتلة الحجمية لمادته ، و بما أن للقرصين نفس الأبعاد (نفس الشكل و نفس الحجم) فإن هذه مقاومة الأثر الدوراني للقوة المطبقة على القرص تتعلق بكتلته

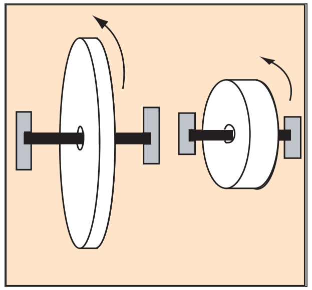
جزء ب

2 – خذ كمية من الجبس، امزجه بالماء ثم اقسمه إلى نصفين متساويين. اصنع بهما قرصين أحدهما قطره R و الآخر قطره 2R تقريبا (الشكل 23).

طبق على حافة كل قرص و بنفس الكيفية قوة لها نفس القيمة تجعلهما يدوران حول محوريهما.

– أي قرص يبدي مقاومة أكبر للأثر الدوراني للقوة المطبقة عليه ؟

– في رأيك بماذا تتعلق هذه المقاومة للأثر الدوراني؟



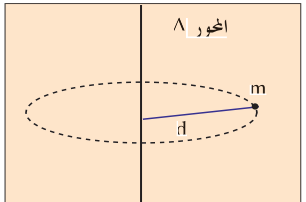
الشكل 23

استنتج بإكمال الفراغات :

تبدي الأجسام الصلبة المتحركة حول محور Δ ...... للأثر الدوراني للقوى المطبقة عليها ندعوها .... الدورانية. تتعلق هذه العطالة في الأجسام الصلبة .... و .... الجسم.

3 – 6 – عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور

تُقاس العطالة الدورانية لجسم صلب يتحرك بالنسبة لمحور Δ ثابت بمقدار فيزيائي يدعى عزم عطالة الجسم بالنسبة للمحور Δ.



الشكل 24

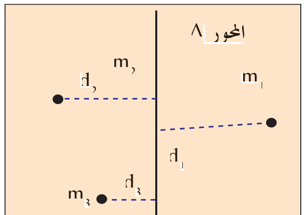
تعريف

يُعرَّف عزم العطالة $J_{/\Delta}$ بالنسبة لمحور Δ لجسم نقطي كتلته m و يبعد مسافة d عن هذا المحور بالعبارة التالية : $J_{/\Delta} = md^2$ الشكل 24

وحدة عزم العطالة في النظام الدولي هي $kg\,m^2$

يُحسب عزم عطالة جملة نقاط مادية كتلة كل نقطة m_1، m_2، m_3... تبعد كل منها عن محور الدوران على التوالي مسافة d_1، d_2، d_3... (الشكل 25) بجمع عزوم عطالة كل نقطة بالنسبة لنفس المحور :

$$J_{/\Delta} = \sum m_i d_i^2$$



الشكل 25

ملاحظة

عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور هو مقدار ثابت يميز الجسم.

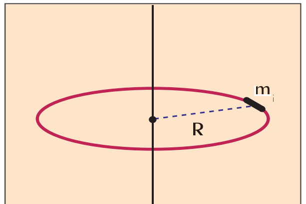
مثال :

حساب عزم عطالة حلقة نصف قطرها R و كتلتها M (الشكل 26).

لحساب هذا العزم نتبع الخطوات التالية :

– نقسم الحلقة إلى عناصر صغيرة كتلها m_i يمكن اعتبارها نقاطا مادية تبعد كلها نفس المسافة R عن المحور Δ.

– تعتبر الحلقة جملة نقاط مادية و يحسب عزم عطالتها بالعبارة التالية : $J_{/\Delta} = m_1R^2 + m_2R^2 + m_3R^2 + ...$



الشكل 26

أي $J_{/\Delta} = \sum m_i R^2 = (\sum m_i)R^2 = MR^2$

حيث $\sum m_i = M$ هي كتلة الحلقة.

جزء ب)

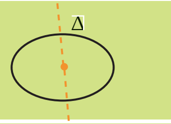
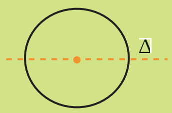
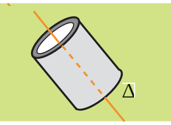
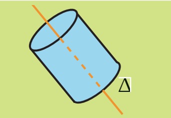
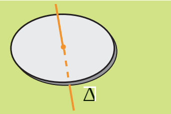
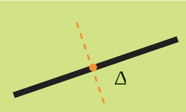
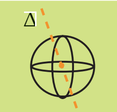
القرص الذي قطره 2R) .

تتعلق المقاومة التي يبديها كل قرص تجاه محاولة تدويره بشكل القرص) .

استنتج بإكمال الفراغات :

تبدي الأجسام الصلبة المتحركة حول محور (Δ) مقاومة للأثر الدوراني للقوى المطبقة عليها ندعوها العطالة الدورانية . تتعلق هذه العطالة في الأجسام الصلبة بكتلة و شكل الجسم .

الجدول 1 : عزم عطالة بعض الأجسام الصلبة المتجانسة

الجسم	المحور	عزم العطالة	الشكل
حلقة نصف قطرها R و كتلتها M	محور الحلقة	$J_{/\Delta} = MR^2$	
حلقة نصف قطرها R و كتلتها M	محور قطري	$J_{/\Delta} = \frac{MR^2}{2}$	
اسطوانة مجوفة نصف قطرها R و كتلتها M	محور الاسطوانة	$J_{/\Delta} = MR^2$	
اسطوانة مصمتة نصف قطرها R و كتلتها M	محور الاسطوانة	$J_{/\Delta} = \frac{MR^2}{2}$	
قرص نصف قطره R وكتلته M	محور القرص	$J_{/\Delta} = \frac{MR^2}{2}$	
قضيب كتلته M وطوله L	محور عمودي على القضيب و يمر من منتصفه	$J_{/\Delta} = \frac{ML^2}{12}$	
قضيب كتلته M وطوله L	محور عمودي على القضيب و يمر من احد طرفيه	$J_{/\Delta} = \frac{ML^2}{3}$	
كرة مصمتة نصف قطرها R و كتلتها M	محور يمر من مركزها	$J_{/\Delta} = \frac{2MR^2}{5}$	

3 – 7 – نظرية هيوغنز Huygens

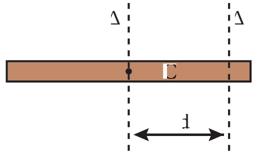
تُحسب عزوم عطالة الأجسام الصلبة بالنسبة لمحاور تمر من مركز كتلها و توضع في جداول.

كيف نحسب عزم عطالة جسم صلب يدور حول محور لا يمر من مركز كتله؟

نستعين بنظرية هيوغنز التالية لحساب عزوم عطالة هذه الأجسام.

النظرية :

عزم عطالة جسم صلب بالنسبة لمحور Δ لا يمر بمركز كتله يساوي عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لمحور Δ مواز للمحور Δ و يمر من مركز كتله زائدا جداء كتلة الجسم في مربع المسافة الفاصلة بين هذين المحورين (الشكل 27) $J_{\Delta} = J_{\Delta_G} + Md^2$



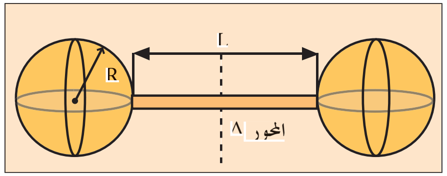
الشكل 27

مثال

يمثل الشكل 28 جسما متكونا من كرتين متماثلتين كتلة كل واحدة منهما m و نصف قطريهما R مرتبطتين بقضيب طوله L و كتلته M

جد عزم عطالة الجسم بالنسبة للمحور Δ ، المار من منتصف القضيب .

الحل :



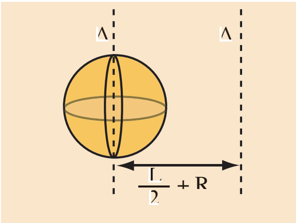
الشكل 28

عزم عطالة هذا الجسم مركب من ثلاث حدود :

$I_{/\Delta} = I_1 + I_2 + I_3$

– الحد الأول هو عزم عطالة القضيب بالنسبة لمحور عمودي عليه و يمر من منتصفه : $I_1 = \frac{ML^2}{12}$

– الحد الثاني و الثالث هما عزما عطالة الكرتين بالنسبة لمحور لا يمر من مركزي كتلتهما . نطبق نظرية هيوغنز لحساب عزم عطالة كل كرة



الشكل 29

– عزم عطالة الكرة بالنسبة للمحور Δ يساوي عزم عطالة الكرة بالنسبة للمحور Δ ($\frac{2mR^2}{5}$ حسب الجدول السابق) (انظر الشكل 29)

زائدا جداء كتلة الكرة في مربع المسافة بين المحورين $m\left(\frac{L}{2} + R\right)^2$

أي : $I_2 = \frac{2mR^2}{5} + m\left(\frac{L}{2} + R\right)^2$

– نجمع العزوم الثلاث : $I_{/\Delta} = I_1 + 2I_2$

أي : $I_{/\Delta} = \frac{ML^2}{12} + \frac{4mR^2}{5} + 2m\left(\frac{L}{2} + R\right)^2$

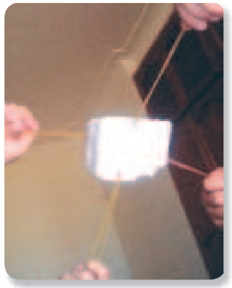
4 – توازن الجسم الصلب

نعتبر جسما ساكنا في معلم عطالي (معلم مخبري مثلا) أي لا ينسحب و لا يدور، نقول عنه أنه في حالة توازن.

حسب مبدأ العطالة المدروس في السنة الماضية، هذا يعني أن الأثر الإجمالي الانسحابي عليه معدوم أي أن المجموع الشعاعي للقوى المطبقة على هذا الجسم معدوم: ($\sum \vec{F}_i = \vec{0}$) .

بما أنه لا يدور، يعني أن التأثير الإجمالي الدوراني عليه معدوم أي أن المجموع الجبري لعزوم القوى المؤثرة عليه معدوم $\sum M_{F/\Delta} = 0$

نشاط 1



■ الشكل 30

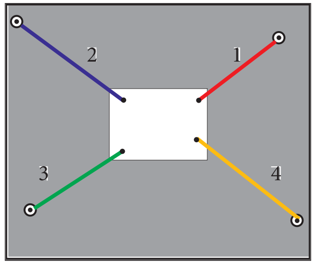
خذ جسما خفيفا من فلين أو «بوليستيران»، استعن بزميل لك و طبقا عليه بواسطة مطاطات (خيوط مطاطية) أربع قوى كيفية (الشكل 30).

– حقق توازن الجسم في وضعية كيفية للأيدي. هل يمكنكما الحصول على توازن حيث لا تكون حوامل القوى في نفس المستوى؟

نشاط 2

للقيام بالحسابات نقتصر على دراسة أوضاع التوازن التي تكون فيها القوى في نفس المستوى.

خذ هذه المرة جسما مسطحا خفيفا من فلين أو ورق مقوى. طبق أربع قوى بواسطة خيوط مطاطية مثبتة بدبابيس على لوح من خشب (طاولة، صبورة ...) عليه ورقة بيضاء تسمح لك بتعيين موضع الجسم و الخيوط (الشكل 31).



■ الشكل 31

1 – علم على الورقة بقلم شكل الجسم و حوامل الخيوط المطاطية و نقاط تثبيتها. رقّم المطاطات.

2 – استنتج شدة القوى المطبقة على الجسم باستعمال القارورة المعايرة.

3 – مثل على الورقة أشعة القوى المطبقة على الجسم باختيار سلم.

4 – جد المجموع الشعاعي للقوى الأربع. ماذا تلاحظ؟

5 – احسب عزم كل قوة بالنسبة إلى نقطة كيفية تختارها.

6 – احسب المجموع الجبري لهذه العزوم. ماذا تلاحظ؟

7 – استنتج عبارتي شرطي توازن جسم صلب خاضع لأربع قوى تقع في نفس المستوى.

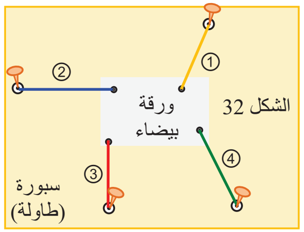
8 – هل يبقى الجسم في حالة توازن إذا تحقق شرط واحد من شرطي التوازن؟

9 – اقترح طريقة عملية تبين فيها ذلك.

نشاط ① :

ليس بالضرورة

نشاط ②



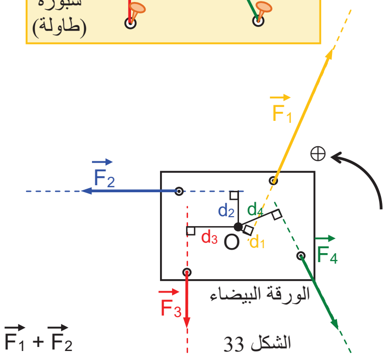
الشكل 32

.... (بعد المعايرة يمكن أن نجد :

$F_1 = 7\ N$ ، $F_2 = 5\ N$ ، $F_3 = 3\ N$ و $F_4 = 3{,}46\ N$

حيث : $(\vec{F}_1, \vec{F}_2) = 120°$ ، $(\vec{F}_3, \vec{F}_4) = 30°$) .

3 - مثل على الورقة أشعة القوى المطبقة على الجسم باختيار سلّم .



الشكل 33

.... (بالرجوع إلى "الشكل– 34" أو مضلع القوى يتبين أن :

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$ ، حيث محصلة القوتين $\vec{F}_1$ و $\vec{F}_2$ معاكسة مباشرة لمحصلة القوتين $\vec{F}_3$ و $\vec{F}_4$) .

.... (نختار مثلا نقطة مركز الورقة البيضاء O كمرجع لحساب عزوم القوى ، فيكون بعد القياس : $d_1 = 1\ cm$ ، $d_2 = 3\ cm$ ، $d_3 = 7\ cm$ و $d_4 = 12{,}5\ cm$ بالتالي :

$\mathcal{M}_{\vec{F}_1/O} = +\|\vec{F}_1\|.d_1 = +0{,}07\ N.m$ ،

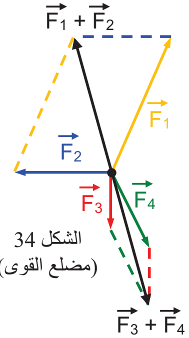
$\mathcal{M}_{\vec{F}_2/O} = +\|\vec{F}_2\|.d_2 = +0{,}15\ N.m$ ،

$\mathcal{M}_{\vec{F}_3/O} = +\|\vec{F}_3\|.d_3 = +0{,}21\ N.m$ ،

$\mathcal{M}_{\vec{F}_4/O} = -\|\vec{F}_4\|.d_4 = -0{,}43\ N.m$) .

.... (واضح أن : $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/O} = 0$

أي : $\mathcal{M}_{\vec{F}_1/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_3/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_4/O} = 0$) .



الشكل 34
(مضلع القوى)

. ... (مما سبق يتبين أن شرطا التوازن لجسم صلب خاضع لأربع قوى تقع في مستو واحد هما
(

$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{0}$ أو $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ .... (الشرط ①)

$\mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_3/\Delta} + \mathcal{M}_{\vec{F}_4/\Delta} = 0$ أو $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$ .... (الشرط ②)

.... (لا يتوازن الجسم إلا إذا تحقق شرطا التوازن ①و② معًا باستثناء جسم معلق بخيط في نقطة ثابتة أو في نابض مثبت
:

نشاط 3

عوض في التجربة السابقة قوتين بقوة واحدة (تعويض المطاطين 1 و 2 مثلا بمطاط واحد 5) محافظا على نفس وضعية توازن الجسم السابقة (المرسومة على الورقة). لتعيين خصائص هذه القوة نتبع المراحل التالية :

– **تعيين حامل هذه القوة :**

1 – ارسم على الورقة المجموع الشعاعي للقوتين المذكورتين.

2 – كيف يجب أن يكون حامل المطاط 5 لتحقيق التوازن.

– **تعيين نقطة تطبيق هذه القوة :**

استعمل شرط التوازن الثاني $\sum \mathcal{M}_{F/O} = 0$ لتعيين نقطة تثبيت الخيط المطاطي 5 على الجسم حتى يتحقق التوازن السابق؟ (يخضع الجسم لتأثير المطاطات 3 ، 4 و 5).

– **تعيين شدة هذه القوة :**

حقق التوازن المطلوب بسحب المطاط 5 بيدك (بدون تغيير استطالتي المطاطين 3 و 4).

1 – استنتج شدة و جهة هذه القوة.

2 – علم على نفس الورقة حامل الخيط المطاطي 5 بعد تحقيق التوازن.

3 – مثل شعاع هذه القوة في نقطة تطبيقها باستعمال نفس السلم.

4 – ارسم المحصلة الشعاعية للقوتين المحذوفتين.

5 – قارن خصائص هذه القوة مع خصائص محصلة القوتين المحذوفتين.

6 – مدد على الورقة حوامل القوى الثلاث. ماذا تلاحظ؟

7 – هل عبارتي شرطي توازن الجسم الصلب تبقى محققة؟

8 – استنتج صيغة أخرى لشرطي توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية.

9 – كيف تصبح هذه الصيغة إذا كانت القوى متوازية؟

نشاط 4

عوض هذه المرة في تجربة النشاط 3 القوتين المؤثرتين على الجسم من طرف المطاطين 3 و 4 بقوة واحدة باستعمال مطاط 6 محافظا دائما على نفس وضعية توازن الجسم السابقة (المرسومة على الورقة). ابحث على وضعية التوازن بسحب المطاط 6 بيدك (بدون تغيير استطالة المطاط 5).

1 – ابحث عن نقطة تثبيت الخيط المطاطي 6 على الجسم حتى يتحقق التوازن السابق؟

2 – علم على نفس الورقة حامل الخيط المطاطي 6 بعد تحقيق التوازن.

3 – استنتج خصائص القوة التي يطبقها هذا المطاط على الجسم.

4 – مثل شعاع هذه القوة في نقطة تطبيقها باستعمال نفس السلم.

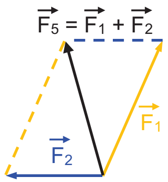
5 – ارسم المحصلة الشعاعية للقوتين المحذوفتين.

6 – قارن خصائص قوتي المطاطين 5 و 6.

7 – هل عبارتي شرطي توازن الجسم الصلب تبقى محققة؟

8 – استنتج صيغة أخرى لشرطي توازن جسم صلب خاضع لقوتين.

الأستاذ : بوشري حمزة



نشاط ③

تعيين حامل القوة

.... (يجب أن يكون حامل المطاط ⑤ منطبقًا على حامل القوة $\vec{F}_5$)

تعيين نقطة تطبيق هذه القوة (يخضع الجسم لتأثير المطاطات ③ ، ④ و ⑤) .... $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/O} = 0$)

$\Leftarrow \mathcal{M}_{\vec{F}_4/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_3/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_5/O} = 0$ بالتالي : $\mathcal{M}_{\vec{F}_5/O} + 0{,}21 - 0{,}43 = 0 \Rightarrow \mathcal{M}_{\vec{F}_5/O} = +0{,}22\ \mathrm{N.m}$

لكن : $\|\vec{F}_5\| = \sqrt{\|\vec{F}_1\|^2 + \|\vec{F}_2\|^2 + 2\|\vec{F}_1\|.\|\vec{F}_2\| \cos(\vec{F}_1, \vec{F}_2)} = 6{,}24\ \mathrm{N}$ ؛ $\mathcal{M}_{\vec{F}_5/O} = +\|\vec{F}_5\|.d_5$

و منه : $d_5 = \frac{\mathcal{M}_{\vec{F}_5/O}}{\vec{F}} = \frac{0{,}22}{6{,}24} = 0{,}035\ \mathrm{m} \Rightarrow d_5 = 3{,}5\ \mathrm{cm}$

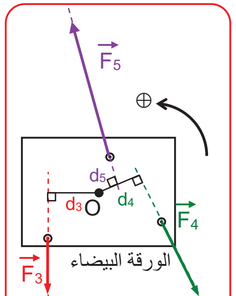
و هي المسافة التي يبعد بها حامل القوة $\vec{F}_5$ عن النقطة المختارة O .

☒ ملاحظة : نقطة التطبيق ليست وحيدة بل هي كل نقطة تنتمي للمستقيم الحامل للقوة $\vec{F}_5$ والذي يبعد المسافة d_5 عن النقطة المختارة O .

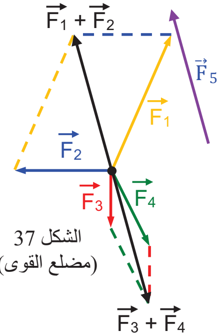
تعيين شدة هذه القوة

1 ، 2- 3- لاحظ الشكل 36

لاحظ الشكل 37



الشكل 36



الشكل 37 (مضلع القوى)

للقوة $\vec{F}_5$ و المحصلة $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ حاملين متوازيين

و شدتين متساويتين و اتجاه واحد أي هما قوتان منطبقتان

(كما هو موضح بالشكل – 37 فإن حوامل القوى الثلاث :

$\vec{F}_5$ و $\vec{F}_3$ و $\vec{F}_4$ ، عند تمديدها أو سحبها تتقاطع في نقطة واحدة أي هي قوى متلاقية) .

(نعم ، تبقى محققة) .

(يتلخص شرطي توازن جسم صلب خاضع لثلاث قوى غير متوازية فيما يلي :

1- المجموع الشعاعي للقوى المطبقة عليه معدوم : $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$

2- أن تكون القوى الثلاث متقاطعة في نفس النقطة .

.... (إذا كانت القوى متوازية يجب تحقق شرط التوازن ① و② معًا)

نشاط ④

(يجب أن تكون هذه النقطة من حامل القوة $\vec{F}_5$) .

لاحظ الشكل – 38

(القوتان $\vec{F}_6$ و $\vec{F}_5$ لهما نفس الخصائص فقط متعاكستان بالاتجاه) .

.... (لاحظ الشكل – 38) .

(لاحظ الشكل – 39) .

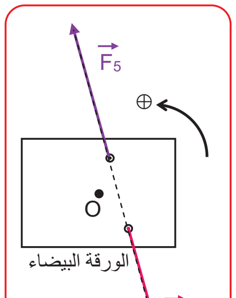
(القوتان $\vec{F}_6$ و $\vec{F}_5$ متعاكستان مباشرة) .

(نعم ، تبقى محققة) .

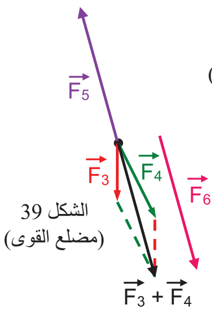
يتلخص شرطي توازن جسم صلب خاضع لقوتين فيما يلي :

1) القوتان متعاكستان في الاتجاه و متساويتان في الشدة .

2) لهما نفس الحامل .



الشكل 38



الشكل 39 (مضلع القوى)

نشاط :

ارجع إلى النشاط المدروس في 1 ـ 3 (الشكل 11)

عندما كانت المسطرة في الوضع الأفقي (ندعوه الآن وضع توازن).

– هل يطبق المسمار قوة على القضيب ؟ علل

– إذا كان الجواب نعم مثل هذه القوة واحسب شدّتها.

– احسب المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على القضيب بالنسبة لنقطة كيفية و لتكن M_3 مثلا.

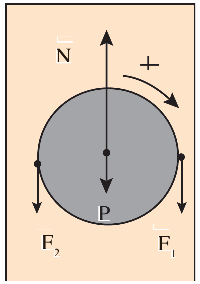
– ماذا تستنتج؟

– اخترنا في هذه التجارب الوضعية الأفقية للقضيب وضع توازن، ما فائدة هذا الاختيار؟ هل توجد وضعيات أخرى يتحقق فيها التوازن و تحقق نتائج التجربة ؟ ناقش.

تطبيق : توازن بكرة

يبين (الشكل 32) بكرة نصف قطرها a في حالة توازن.

استنتج صيغة أخرى لشرطي توازن هذه البكرة.



الشكل 32

الصيغة الجديدة لشرطي توازن بكرة هي :

1 – مجموع القوي معدوم

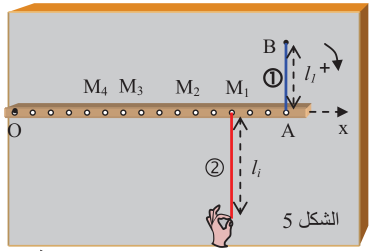
2 – لقوتي تأثير الحبل على البكرة نفس الشدة.

استنتج بإكمال الفراغات :

يكون جسم متحرك في حالة توازن إذا تحقق الشرطان :

.... المؤثرة عليه معدوم و ...... الجبري ...... القوى الطبقة عليه معدوم.

نشاط ⑤



- .... (نعم يطبق المسمار قوة على القضيب ليس لها فعل تدويري "عزمها معدوم" لأن حاملها يلاقي محور الدوران).

- .... (لاحظ الشكل – 40 ، لدينا مما سبق : $F_1 = 2\ N$ ، $F_{21} = 2{,}5\ N$

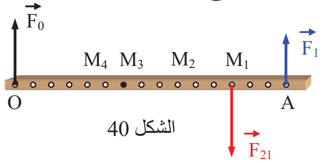
لحساب شدة $\vec{F}_0$ نطبق شرطي توازن جسم خاضع لثلاث قوى متوازية $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ ؛ $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/O} = 0$ بالتالي :

$\vec{F}_0 + \vec{F}_1 + \vec{F}_{21} = \vec{0}$ ؛ $\mathcal{M}_{\vec{F}_0/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_1/O} + \mathcal{M}_{\vec{F}_{21}/O} = 0$

$\Leftarrow \|\vec{F}_{21}\| = \|\vec{F}_1\| + \|\vec{F}_0\|$ ؛

$\|\vec{F}_0\|.OO + \|\vec{F}_{21}\|.OM_1 + \|\vec{F}_1\|.OA = 0$

$\Leftarrow \|\vec{F}_0\| = 0{,}5\ N$)



الشكل 40

إذا كان المسمار مثلا عند النقطة M_3 فإن المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة على القضيب بالنسبة لهذه النقطة ، باعتبار الجهة الموجبة للدوران هي جهة تدوير القوة $\vec{F}_1$ يحسب كالتالي :

$$-\|\vec{F}_0\|.OM_3 - \|\vec{F}_{21}\|.M_1M_3 + \|\vec{F}_1\|.AM_3 = -0{,}5 \times 0{,}06 - 2{,}5 \times 0{,}06 + 2 \times 0{,}09 = 0$$

$\Leftarrow \sum \mathcal{M}_{\vec{F}/M_3} = 0$).

(نستنتج أن التوازن يبقى محقق مهما كان موضع محور الدوران

(تم اختيار الوضع الأفقي للقضيب كوضع توازن لكي يتسنى لنا بسهولة التحقق من شرطي التوازن

: $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$ ؛ $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$ و عمومًا أي وضع للقضيب يتحقق فيه هذين الشرطين هو وضع توازن مهما كانت الوضعية).

الحل

: القوى المؤثرة على البكرة عند التوازن هي :

✓ قوة الثقل $\vec{P}$ للبكرة (قوة تأثير الأرض على البكرة) المطبقة في مركز ها .

✓ قوة رد الفعل $\vec{N}$ للمحور (قوة تأثير المحور على البكرة) المطبقة في المركز .

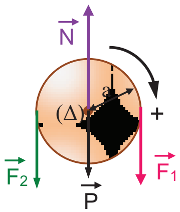
✓ قوتي تأثير الحبل $\vec{F}_1$ ، $\vec{F}_2$ على جانبي البكرة .

من شرطي توازن البكرة نستنتج ما يلي :

- الشرط ① : المجموع الشعاعي للقوى المطبقة معدوم $\sum_i \vec{F}_i = \vec{0} \Rightarrow \vec{P} + \vec{N} + \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{0}$.
- الشرط ② : المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة معدوم $\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$

$\Leftarrow (P \times 0) + (N \times 0) + (F_1 \times a) - (F_2 \times a) = 0 \Leftarrow F_1 \times a = F_2 \times a \Leftarrow F_1 = F_2$

و منه نستنتج أن لقوتي توتر (شد) الحبل على جانبي البكرة نفس القيمة (الشدة) .



الشكل 41

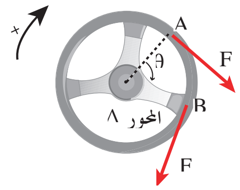
استنتج بإكمال الفراغات :

يكون جسم متحرك في حالة توازن إذا تحقق الشرطان :

مجموع القوى المؤثرة عليه معدوم ($\sum_i \vec{F}_i = \vec{0}$) و المجموع الجبري لعزوم القوى المطبقة عليه معدوم ($\sum \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = 0$).

5 – عبارة عمل مزدوجة

تعرفنا في الفصل السابق عن عبارة عمل قوة ثابتة شدتها F.
في حالة قوة موازية لمسار انتقال نقطة تأثيرها المستقيم طوله d
و في جهة الحركة يحسب هذا العمل بالعبارة التالية : $W = F\,d$



الشكل 33

نشاط 1

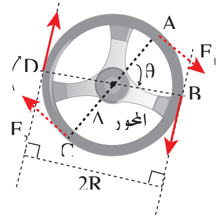
طبق قوة بيدك على مقود شاحنته تديره بزاوية θ. نفرض أن القوة التي تطبقها على المقود، الدائري الشكل الذي نصف قطره R، تبقى شدتها ثابتة و اتجاهها دائما مماسي للمقود عند نقطة التطبيق. (الشكل 33)

– جزء المسار الدائري AB للقوة إلى قطع صغيرة نعتبرها مستقيمة و احسب عمل القوة عندما تنتقل نقطة تطبيقها على كل جزء.

– باعتبار عمل القوة من A إلى B (الشكل 33) هو مجموع أعمال القوة على كل جزء، جد عبارة عمل القوة من A إلى B.

– بين أن هذه العبارة تكتب على الشكل التالي : $W_M = \mathcal{M}_{F/\Delta}\,\theta$

حيث $\mathcal{M}_{F/\Delta}$ هو عزم القوة بالنسبة لمحور الدوران.



الشكل 34

نشاط 2

طبق هذه المرة بيديك الإثنتين مزدوجة قوتين على المقود لتديره بزاوية θ (الشكل 34) .

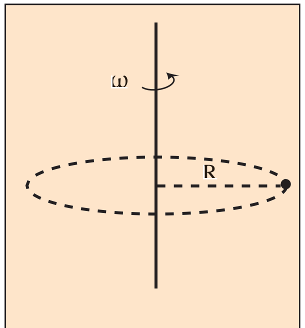
– اتبع نفس خطوات النشاط السابق لحساب عمل هذه المزدوجة.

– بين أن عبارة عمل هذه المزدوجة تكتب على الشكـــــل : $W_M = M\theta$ حيث M عزم المزدوجة.

– جد عبارة الاستطاعة علما أنها تساوي عمل المزدوجة على وحدة الزمن.

5 – 1 – عبارة الطاقة الحركية لجسم صلب في حركة دورانية

نشاط 1



الشكل 35

يدور جسم نقطي كتلته m حول محور ثابت بسرعة v ثابتة و يرسم مسارا دائريا نصف قطره R (الشكل 35).

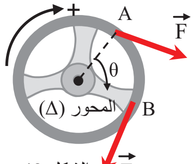
جد عبارة طاقته الحركية.

بالاعتماد على علاقة السرعة v بالسرعة الزاوية ω بين أن الطاقة الحركية تكتب على الشكل التالي : $E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$

حيث $J_\Delta = mR^2$ هو عزم عطالة الجسم النقطي بالنسبة لمحور الدوران.

5 عبارة عمل مزدوجة

نشاط



الشكل 42

.... (كل انتقال عنصري مستقيم δL لنقطة تطبيق القوة $\vec{F}$ يوافقه عملاً عنصريًا $W(\vec{F})$ ، تعطى عبارته بالعلاقة : $W(\vec{F}) = F.\delta L$) .

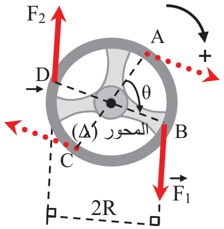
δ

.... ($W_{A\to B}(\vec{F}) = \sum_{A\to B} W(\vec{F}) = \sum_{A\to B}(F.\ L) = F.(\sum_{A\to B} L)$) .

.... (لدينا : $\sum_{A\to B} L = \widehat{AB} = R.\theta$ ؛ $\mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta} = F.R$

$\Leftarrow W_{A\to B}(\vec{F}) = F.(\sum_{A\to B} L) = F(R.\theta) = \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta}.\theta$ بالتالي : $W_{A\to B}(\vec{F}) = \mathcal{M}_{\vec{F}/\Delta}.\theta$) .

نشاط ②



الشكل 43

.... (لدينا : $W_{A\to B}(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = W_{C\to D}(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = W_{A\to B}(\vec{F}_1) + W_{C\to D}(\vec{F}_2)$

بالاعتماد على ما سبق ، يمكن أن نكتب : $W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = \mathcal{M}_{\vec{F}_1/\Delta}.\theta + \mathcal{M}_{\vec{F}_2/\Delta}.\theta$

$\therefore\ W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = F_1(R.\theta) + F_2(R.\theta) = F.2R.\theta$) .

.... (لدينا : $\mathcal{M}_{/\Delta} = F.2R$ ؛ $W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = F.2R.\theta$

$\Leftarrow W(\vec{F}_1,\vec{F}_2) = \mathcal{M}_{/\Delta}.\theta$) .

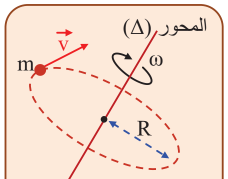
.... (نعلم أن الاستطاعة P هي نسبة العمل W إلى زمن انجازه Δt ، أي :

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{\mathcal{M}_{/\Delta}.\theta}{\Delta t} = \mathcal{M}_{/\Delta}\frac{\theta}{\Delta t} = \mathcal{M}_{/\Delta}.\omega$$

$\therefore\ P = \mathcal{M}_{/\Delta}.\omega$ حيث $\omega = \frac{\theta}{\Delta t}$ هي السرعة الزاوية للدوران) .

1-5) عبارة الطاقة الحركية لجسم صلب في حركة دورانية :

نشاط ① :



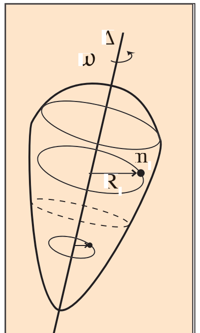
الشكل 44

.... (نعلم أن : $E_c = \frac{1}{2} m\,v^2$) .

.... (نعلم أن : $v = R.\omega$ ، بالتعويض في عبارة E_c السابقة نحصل على : $E_c = \frac{1}{2} m\,(R.\omega)^2 = \frac{1}{2} m.R^2.\omega^2 = \frac{1}{2} J_{/\Delta}\,\omega^2$) .

نشاط 2

يدور جسم صلب حول محور ثابت Δ بسرعة زاوية ω ثابتة عزم عطالته J_Δ بالنسبة لهذا المحور الشكل 36



الشكل 36

– لاحظ أن الجسم الصلب عبارة عن جملة نقاط مادية كتلتها m_i . تبعد مسافة R_i عن محور الدوران . علما أن الطاقة الحركية للجسم الصلب (جملة نقاط مادية) هي مجموع الطاقات الحركية لهذه النقاط المادية جد عبارة الطاقة الحركية لهذا الجسم الصلب

– بين أن عبارة الطاقة الحركية في الحركة الدورانية لجسم صلب تكتب على الشكل :

$E_c = \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$ حيث $J_\Delta = \sum m_i R_i^2$ يمثل عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة للمحور الثابت Δ

استنتج بإكمال الفراغات

الطاقة الحركية .... لجسم صلب ...... حول محور ثابت Δ هو جداء .... هذا الجسم بالنسبة لنفس المحور في ..... السرعة الزاوية السرعة الدورانية لهـــــذا الجســـــم :

$E_c =$ ....

ملاحظة :

لاحظ التشابه بين عبارتي الطاقة الحركية الانسحابية $E_c = \frac{1}{2} m v^2$ و الطاقة الحركية الدورانية $E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta} \omega^2$ حيث عوّض :

- المقدار الذي يقيس العطالة الانسحابية (الكتلة m) بالمقدار الذي يقيس العطالة الدورانية (عزم العطالة $J_{/\Delta}$) .
- السرعة الخطية v بالسرعة الدورانية ω .

نشاط ②

بما أن الجسم الصلب جملة نقاط مادية متماسكة فإن هذه النقاط يكون لها نفس السرعة الزاوية ω للدوران و اعتمادًا على ما سبق يمكننا كتابة :

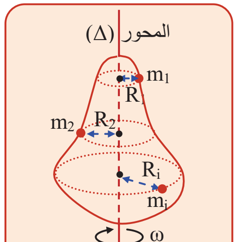
$$E_c = \sum_i E_{ci} = \sum_i \frac{1}{2} m_i . R_i^2 . \omega^2 = \frac{1}{2} \sum_i m_i . R_i^2 . \omega^2$$

لدينا مما سبق : $E_c = \frac{1}{2} \sum_i m_i . R_i^2 . \omega^2$

و بالتعريف $J_{/\Delta} = \sum_i m_i . R_i^2 \Leftarrow E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta} \omega^2$.

استنتج بإكمال الفراغات

الطاقة الحركية الدورانية لجسم صلب يدور حول محور ثابت (Δ) هو جداء عزم عطالة هذا الجسم بالنسبة لنفس المحور في مربع السرعة الزاوية (السرعة الدورانية) لهذا الجسم: $E_c = \frac{1}{2} J_{/\Delta} \omega^2$.



الشكل 45

J