-1-

تمرين 3 سلسلة 01 - Serie 01

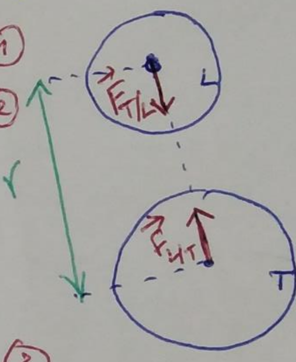
القمر دوره: $T_L = 25,5\ j$

المسافة مابين الأرض والقمر $r = 384\times10^3 km$

1- أ. المرجع المناسب لدراسة حركة القمر حول الأرض

هو مرجع جيومركزي

ب - حساب سرعة القمر حول الأرض:



1 * الجملة المدروسة: القمر "L"

2 * بتطبيق القانون الثاني لنيوتن.

$\sum \vec{F} = m_L \times \vec{a}$

$\vec{F}_{T/L} = m_L \times \vec{a}$

بالإسقاط على المحور الناظمي

$\boxed{F_{T/L} = m_L \times a_N}$ ...... A

3 * بتطبيق قانون الجذب العام:

$\boxed{F_{T/L} = F_{L/T} = G\times\frac{m_L\times m_T}{r^2}}$ ...... B

4 * التسارع الناظمي: $\boxed{a_N = \frac{V^2}{r}}$ C

A $\Leftrightarrow$ $F_{T/L} = m_L \times \frac{V^2}{r}$

B $\Leftrightarrow$ $G\times\frac{\cancel{m_L}\times m_T}{r^{\cancel{2}}} = \cancel{m_L}\times\frac{V^2}{\cancel{r}}$

$V^2 = \frac{G\times m_T}{r} \rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{G\times m_T}{r}}}$

-2-

$v = v_{orb} = \sqrt{\frac{G\times m_T}{r}}$

مداري

$v = \sqrt{\frac{6,67\times10^{-11}\times5,97\times10^{24}}{(384\times10^3\times10^3)^2}}$

التحويل إلى m

$v = 0,052 = 5,2\times10^{-2} m/s$

(ت، ع)

$\frac{m_T}{m_L} = 81,3$

$m_T = 81,3\times m_L$

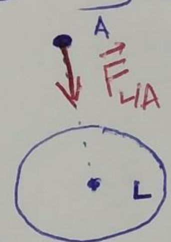
$m_T = 81,3\times7,34\times10^{22}$

$m_T = 5,97\times10^{24} kg$

2) أ) نص القانون الثالث لكبلر:

$\boxed{\frac{T^2}{r^3} = k = \text{ثابت}}$

ب) دراسة حركة المركبة Apollo "A" حول القمر "L"



1 * الجملة المدروسة: المركبة "A"

2 * بتطبيق القانون الثاني لنيوتن

$\sum\vec{F} = m_A\times\vec{a}$

$\vec{F}_{L/A} = m_A\times\vec{a}$

بالإسقاط على المحور الناظمي:

$\boxed{F_{L/A} = m_A\times a}$ ...... A

3 * بتطبيق قانون الجذب العام:

$\boxed{F_{L/A} = F_{A/L} = G\times\frac{m_A\times m_L}{r^2}}$ ...... B

4 التسارع الناظمي:

$\boxed{a_N = \frac{V^2}{r}}$ C

- 3 -

(A) ⇔ $F_{L/A} = m_A \times \frac{V^2}{r}$

(B) ⇔ $\frac{G \times \cancel{m_A} \times m_L}{r^2} = \cancel{m_A} \times \frac{V^2}{\cancel{r}}$

$V^2 = \frac{G\times m_L}{r} \rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{G\times m_L}{r}}}$

علما أن دور الحركة معروف:

$\boxed{T = \frac{2\pi}{V}\times r}$

تربيع هذه العلاقة:

$T^2 = \frac{4\pi^2 \times r^2}{V^2}$

علما أن $V^2 = \frac{G\times m_L}{r}$ بالتعويض في

$T^2 = \frac{4\pi^2\times r^2}{\frac{G\times m_L}{r}} = \frac{4\pi^2\times r^3}{G\times m_L}$

$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\times r^3}{G\times m_L}} \rightarrow \boxed{T_A = 2\pi\sqrt{\frac{r^3}{G\times m_L}}}$

علما أن $m_L = (R_L + h_A)$

$\boxed{T_A = 2\pi\sqrt{\frac{(R_L+h_A)^3}{G\times m_L}}}$

(ت.ع:

$T_A = 2\pi\sqrt{\frac{(1,74\times10^3\times10^3 + 110\times10^3)^3}{6,67\times10^{-11}\times 7,34\times10^{22}}}$

$T_A = 7145,4\ s = \frac{7145,4}{3600} = 1,985\ h \simeq 2h$

التحويل إلى الساعة

- 4 -

3 - استنتاج نصف قطر مدار جيومستقر للقمر الصطناعي:

دورة = دور الأرض = 24h

$T_S = 24\ h = 24\times3600 = 86400\ s$

$T_S = 2\pi\sqrt{\frac{r_S^3}{G\times m_T}}$ ...... مما سبق

تربيع العلاقة:

$T_S^2 = 4\pi^2 \times \frac{r_S^3}{G\times m_T}$

$r_S^3 = \frac{T_S^2 \times G\times m_T}{4\pi^2}$

ومنه:

$\boxed{r_S = \sqrt[3]{\frac{T_S^2\times G\times m_T}{4\pi^2}}}$

(ت.ع):

$r_S = \sqrt[3]{\frac{(86400)^2\times 6,67\times10^{-11}\times5,97\times10^{24}}{4\times\pi^2}}$

$r_S = 42226910\ m = \frac{42226910}{1000}$

التحويل إلى km

$r_S = 42226,91\ km$

السؤال "4" خارج البرنامج.

تمرين 1 . سلسلة 02 - Série 02

$$V_{0x} = V_0 \cdot \cos\alpha$$
$$V_{0y} = V_0 \cdot \sin\alpha$$

احفظ

بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F} = m \times \vec{a}$$

أي :

$$\vec{P} = m \times \vec{a}$$

* بالإسقاط على المحور $\vec{ox}$:

$$0 = m \times a_x$$

أي

$$\boxed{a_x = 0}$$

أي الحركة مستقيمة منتظمة حسب $(\vec{ox})$

معادلتها الزمنية :

$$\boxed{x = V_{0x} \cdot t + x_0} \quad x_0 = 0$$

احفظ

أي

$$\boxed{x = V_0 \cdot \cos\alpha \cdot t} \quad \dots (1)$$

* بالإسقاط على المحور $\vec{oy}$:

$$-P = m \times a_y$$
$$-m \cdot g = m \cdot a_y$$

ومنه

$$\boxed{a_y = -g} = \text{ثابت}$$

أي الحركة مستقيمة متغيرة بانتظام حسب $(\vec{oy})$

أي :

$$\begin{cases} a_y = -g \\ V_y = -gt + V_{0y} \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{0y} + y_0 \end{cases}$$

احفظ

$$\begin{cases} a_y = -g \\ V_y = -gt + V_0 \cdot \sin\alpha \\ \boxed{y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 \cdot \sin\alpha + y_0} \end{cases} \quad \dots (2)$$

$$y_0 = 0$$

(ليس دائما) (في حالتنا هذا التمرين $y_0 = 0$)

من (1) :

$$t = \frac{x}{V_0 \cdot \cos} \quad \dots (1)'$$

بتعويض $(1)'$ في (2) نجد :

$$\boxed{y = \frac{-g}{2V_0^2 \cos^2\alpha} \cdot x^2 + \tan\alpha \cdot x} = f(x)$$

وهي معادلة المسار ، على الشكل :

$$y = Ax^2 + Bx \qquad \begin{cases} A = \frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha} \\ B = \tan\alpha \end{cases}$$

2) لإيجاد فاصلة النقطة M (المدى - Portée)

يجب حل المعادلة $y = f(x) = 0$

أي

$$Ax^2 + Bx = 0 \Leftrightarrow x(Ax + B) = 0$$

ومنه $x = 0$ ... فاصلة الانطلاق

أو $x = -\frac{B}{A}$ ..... فاصلة النقطة M

-7-

تعويض قيم A و B نجد :

$$x = d = OM = \frac{-\tan\alpha}{-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}}$$

ومنه

$$d = \frac{2\sin\alpha.\cos\alpha.V_0^2}{g}$$

علماً أن: $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \times \cos\alpha$

أي:

$$\boxed{d = \frac{V_0^2.\sin 2\alpha}{g}}$$

ت.ع :

$$V_0 = \frac{V_{0x}}{\cos\alpha}$$

$$V_0 = \frac{28}{\cos 45}$$

$$V_0 = 39,6\ m/s$$

$$d = \frac{(39,6)^2 \times \sin(90^\circ)}{9,8}$$

$$d = 160,01 \simeq 160\ m$$

3) لتغيير قيمة "d" يجب تغيير إما في قيمة "α" أو في قيمة "V_0":

بما أن $\alpha = 45^\circ$ فإن $\sin 2\alpha = \sin 90^\circ = 1$ وهي قيمة أعظمية، فيجب تغيير قيمة "V_0"

4)

$$d = \frac{V_0^2 \times \sin 2\alpha}{g}$$

$$V_0^2 = \frac{d \times g}{\sin 2\alpha}$$

$$\boxed{V_0 = \sqrt{\frac{d \times g}{\sin 2\alpha}}}$$

-8-

$$V_0 = \sqrt{\frac{100 \times 9,8}{\sin(90^\circ)}} = \sqrt{980} = 31,3\ m/s$$

ب) حساب أقصى ارتفاع تبلغه الكرة :

← في الرياضيات $y = f(x)$، البحث عن المشتق $f'(x)$ ثم حل المعادلة $f'(x) = 0$ ثم إيجاد قيمة x_0 ثم تعويض x_0 في y ونجد $h = y_{max}$

$$y = Ax^2 + Bx \quad ; \quad y' = 2Ax + B$$

$$y' = 0 \ ; \ 2Ax + B = 0 \rightarrow x = x_0 = \frac{-B}{2A}$$

بالتعويض في y:

$$y = A\left(\frac{-B}{2A}\right)^2 + B\left(\frac{-B}{2A}\right)$$

أي نجد :

$$y_{max} = \frac{-B^2}{4A}$$

بتعويض قيمة A و B :

$$y_{max} = \frac{-\tan^2\alpha}{4\left(\frac{-g}{2V_0^2\cos^2\alpha}\right)} = h$$

نجد

$$\boxed{h = \frac{2V_0^2 \sin^2\alpha}{g}}$$

ت.ع :

$$h = \frac{2 \times (31,3)^2 \times \sin^2(45^\circ)}{9,8}$$

$$h = 99,97m \simeq 100m$$