الوحدة 03: دراسة الظواهر الكهربائية (استثنائية)

المستوى: السنة ثالثة ثانوي جميع الشعب العلمية **المجال:** التطورات الرتيبة **الوحدة 03:** دراسة الظواهر الكهربائية	**الأستاذ:** ..... **المدة الاجمالية للوحدة:** 11,25 ساعة استثنائية

مؤشرات الكفاءة:	1- يعرف المكثفة ويكتب عبارة التوتر بين طرفيها. 2- يحدد ثابت الزمن والعوامل المؤثرة فيه. 3- يحسب الطاقة الكهربائية المخزنة. 4- يؤسس المعادلات التفاضلية. 5- يعرف الوشيعة ويقدر ثابت الزمن يحسب الطاقة المخزنة. 6- يؤسس المعادلات التفاضلية ويقيس الثوابت L, τ, C
البطاقات التجريبي	1- تحقيق شحن وتفريغ مكثفة. 2- دراسة دارة تحتوي وشيعة وناقل أومي.
مراحل سير الوحدة:	**I-المكثفات وثنائي القطب (RC)** 1-تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة 1-1-وصف المكثفة وخصائصها. 1-2-سعة المكثفة. 1-3-التفسير المجهري لشحن وتفريغ مكثفة. 2-ثنائي القطب (RC) 2-1-تعريفه. 2-2-محاكاة تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة وشدة التيار أثناء شحن وتفريغ مكثفة. 2-3-التحليل البياني وثابت الزمن والتحليل البعدي. 2-4-قانون جمع التوترات والمعادلة التفاضلية. 2-5-الطاقة المخزنة في مكثفة. **II-الوشائع وثنائي القطب (RL)** 1-تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة تحريضية 1-1-وصف الوشيعة 1-2-تصرف وشيعة في دارة كهربائية: (ذاتية الوشيعة) 1-3-العبارة اللحظية لتوتر الوشيعة 2-دراسة ثنائي القطب RL 2-1-تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة عند ظهور التيار 2-3-التحليل البياني وثابت الزمن والتحليل البعدي 2-4-قانون جمع التوترات والمعادلة التفاضلية لثنائي القطب RL عند غلق القاطعة 2-5-الطاقة المخزنة في مكثفة
المراجع:	الكتاب المدرسي-الوثيقة المرافقة -وثائق الأنترنت
التقويم:	تمارين هادفة من الكتاب المدرسي تحقق الكفاءات المستهدفة

البطاقة التربوية للدرس 1	
المستوى: السنة ثالثة ثانوي جميع الشعب **المجال:** التطورات الرتيبة **الوحدة 03:** دراسة الظواهر الكهربائية **الموضوع:** التفسير المجهري للشحن والتفريغ.	**الأستاذ:** ..... **المدة الاجمالية للوحدة:** 11,25 ساعة استثنائية **نوع النشاط:** نظري **المدة:** حصتين مدة كل حصة 45 دقيقة
مؤشرات الكفاءة: 1- يعرف المكثفة والمقادير المميزة لها. 2- يتعرف على سلوك المكثفة وخصائصها في الدارة. 3- يحسب سعة مكثفة. 4- يفسر مجهريا ظاهرتي شحن وتفريغ مكثفة.	**النشاطات المقترحة:** مشاهدة مكثفات مختلفة كتابة الملاحظات

المدة	مراحل سير الدرس
	عناصر الدرس: **I-المكثفات وثنائي القطب (RC)** 1-تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة
20 د	1-1-وصف المكثفة وخصائصها
20 د	1-2-سعة المكثفة
05 د	وحدات قياس سعة المكثفات
20 د	العلاقة بين شحنة المكثفة وشدة التيار
20 د	1-3-التفسير المجهري لشحن وتفريغ مكثفة

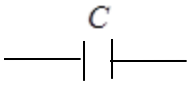
الأنشطة داخل القسم	
نشاط التلميذ مشاهدة مكثفات مختلفة. كتابة الملاحظات عن أنواع المكثفات. التعرف على المكثفة ورمزها. يكتب عبارة شحنة المكثفة. يفهم طريقة شحن وتفريغ مكثفة مجهريا. يتعرف على دور المكثفة في الدارة الكهربائية. تدوين الملاحظات الإجابة عن الأسئلة.	**نشاط الأستاذ** تشويق التلميذ توجيه الإجابات وتصحيحها
المراجع: الكتاب المدرسي، التدرج، دليل الأستاذ، الوثيقة المرافقة، وثائق من شبكة الأنترنت.	**الوسائل المستعملة:** بطارية $(E=4,5V)$ مصابيح، مكثفات مختلفة، أسلاك توصيل، قاطعات بادلة، مقياس غلفاني، مولد للتيار الثابت، فولط متر.

I-المكثفات وثنائي القطب (RC)

1-تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة:

1-1-وصف المكثفة وخصائصها:

هي عبارة عن عنصر كهربائي يتكون من صفيحتين معدنيتين (لبوسين) ويفصل بينهما عازل كهربائي (هواء، خزف، شمع....) وتعمل المكثفة على تخزين الشحنات الكهربائية ويرمز للمكثفات في الدارات الكهربائية بالرمز:



1-2-سعة المكثفة:

للمكثفات سعة استيعاب يرمز لها بـ: (C) تستخدم لتخزين الكهرباء ووحدتها هي الفاراد $(farad)$ تعطى بالقانون $C=\frac{q(t)}{U_C(t)}$

حيث $q(t)$ هي كمية الكهرباء (شحنة المكثفة) ووحدتها هي الكولوم (C) و $U_C(t)$ التوتر بين طرفيها بوحدة الفولط

وحدات قياس سعة المكثفات:

$1mF=10^{-3}F$ (الميلي فاراد) $\quad 1\mu F=10^{-6}F$ (ميكروفاراد)

$1nF=10^{-9}F$ (نانوفاراد) $\quad 1pF=10^{-12}F$ (بيكو فاراد)

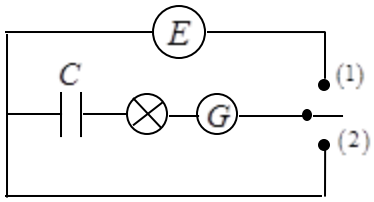
العلاقة بين شحنة المكثفة وشدة التيار:

شدة التيار الكهربائي هي تدفق الشحنات الكهربائية في لحظات زمنية ونكتب $i=\frac{dq(t)}{dt}$

باستعمال القانون $C=\frac{q(t)}{U_C(t)}$ نستطيع كتابة $i=C\frac{dU_C(t)}{dt}$

1-3-التفسير المجهري لشحن وتفريغ مكثفة:

نشاط تجريبي: نحقق التركيب للدارة المبينة في الشكل أسفله نضع البادلة في الوضع 1 ثم الوضع 2حسب وضعية البادلة دون ملاحظاتك؟ أعط تفسيرا لما يحدث؟



الملاحظات: عند وضع البادلة في:

الوضع 01: المصباح لايد يتوهج ثم ينطفئ تدريجيا وينحرف مؤشر الغلفانومتر في جهة ثم يعود الى الصفر.

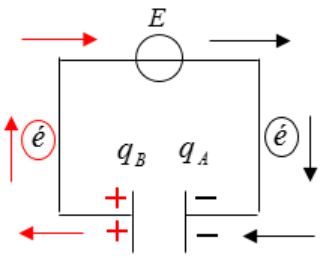
الوضع 02: المصباح لايد يتوهج ثم ينطفئ تدريجيا وينحرف مؤشر الغلفانومتر في الجهة الأخرى ثم يعود الى الصفر.

التفسيرات:

1-تشحن المكثفة تدريجيا عبر المصباح لايد الذي يشتغل ثم ينطفئ تدريجيا، انحراف المؤشر وعودته للصفر دليل على تناقص شدة التيار الى أن ينعدم وتصبح المكثفة قاطعة مفتوحة.

2-انحراف مؤشر الغلفانومتر في الجهة الأخرى ثم يعود للصفر يدل على مرور التيار في الاتجاه المعاكس حيث تتفرغ المكثفة تدريجيا في المصباح وانعدامه دليل على تفريغ المكثفة.

خلاصة:



أ-عند الشحن: يضخ المولد الإلكترونات من قطبه السالب إلى اللبوس (A) للمكثفة ويسحب الإلكترونات من اللبوس (B) للمكثفة الى القطب الموجب للمولد وتتوقف هذه العملية عندما لا يقوى المولد على ضخ مزيد من الإلكترونات.

ب-عند التفريغ: يلغى المولد ضخ الالكترونات فتنتقل الإلكترونات من اللبوس (A) للمكثفة إلى من اللبوس (B) وتستمر هذه العملية حتى تتفرغ المكثفة.

ملاحظة جميلة أستاذي الكريم: عندما نتكلم عن شحنة المكثفة نقصد شحنة أحد اللبوسين لان الشحنة الكلية للمكثفة معدومة (شحنة اللبوس المشحون ايجابا تساوي شحنة اللبوس المشحون سلبا)

البطاقة التربوية للدرس 2

المستوى: السنة ثالثة ثانوي جميع الشعب **المجال:** التطورات الرتيبة **الوحدة 03:** دراسة الظواهر الكهربائية **الموضوع:** شحن وتفريغ مكثفة والعوامل المؤثرة في زمن الشحن	**الأستاذ:** ..... **المدة الاجمالية للوحدة:** 11,25 ساعة استثنائية **نوع النشاط:** محاكاة **المدة:** حصتين مدة كل حصة 45 د
مؤشرات الكفاءة: 1- يكشف يحقق تجريبيا ظاهرتي الشحن والتفريغ 2- يحسب ثابت الزمن والعوامل المؤثرة فيه	**النشاطات المقترحة:** ربط دارتي شحن وتفريغ مكثفة ومتابعة بيانات التوتر الكهربائي وشدة التيار بين طرفي مكثفة

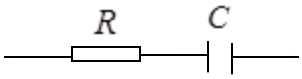
المدة	مراحل سير الدرس
	عناصر الدرس: 2-ثنائي القطب (RC) 2-1-تعريفه 2-2-تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة وشدة التيار أثناء شحن وتفريغ مكثفة.
45 د	تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة أثناء شحن مكثفة.
45 د	تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة أثناء تفريغ مكثفة.
	تطور شدة التيار الكهربائي أثناء شحن مكثفة وتفريغها.

الأنشطة داخل القسم

نشاط التلميذ	نشاط الأستاذ
يحقق دارة الشحن والتفريغ ويتحكم في العوامل المؤثرة في زمن الشحن والتفريغ. ربط الدارة الكهربائية للشحن والتفريغ وتسجيل النتائج واستنباط النتائج. يتابع تطور شدة التيار الكهربائي أثناء شحن مكثفة وتفريغها	تشويق التلميذ. توجيه الإجابات وتصحيحها. تحقيق دارة الشحن والتفريغ والعوامل المؤثرة في ثابت الزمن. ينجز دارة لمتابعة تطور شدة التيار الكهربائي أثناء شحن مكثفة
المراجع: الكتاب المدرسي، التدرج، دليل الأستاذ، الوثيقة المرافقة، وثائق من شبكة الأنترنت.	**الوسائل المستعملة:** مولد للتوتر الثابت $(E=5V)$, مكثفة سعتها $(C=130\mu F)$,أسلاك توصيل , قاطعة , بادلة , مقياس فولط متر و أمبير متر, مقاومة $(R=120\Omega)$, ميقاتية .

2-ثنائي القطب (RC):

2-1-تعريفه: ندعو ثنائي القطب (RC) الدارة الكهربائية التي تتألف من مكثفة سعتها (C) وناقل أومي مقاومته (R) موصولان على التسلسل.

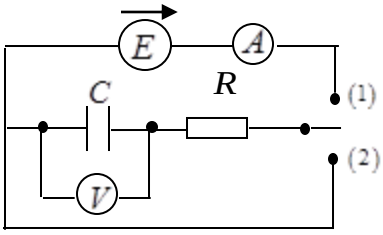


2-2-تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة وشدة التيار أثناء شحن وتفريغ مكثفة

الإشكالية: ماهي العوامل المتحكمة في زمن شحن وتفريغ مكثفة؟

الأدوات والمواد المستعملة:

مولد للتوتر الثابت قوته المحركة $(E=5V)$, مكثفة سعتها $(C=130\mu F)$, أسلاك توصيل , قاطعة , بادلة , مقياس فولط متر و أمبير متر، مقاومة $(R=120\Omega)$, كرونومتر.



النشاط التجريبي 01 تحقيق ظاهرتي الشحن والتفريغ لمكثفة

ظاهرة الشحن:

نحقق الدارة المقابلة بالشكل المقابل ونضع البادلة في الوضع (1) ونسجل قيم التوتر $(U_C(t))$ بين طرفي المكثفة خلال لحظات زمنية مختلفة بواسطة جهاز الفولط متر ودون النتائج في الجدول التالي:

$t(ms)$	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
$U_C(V)$	0	1,0	2,0	3,3	3,8	4,1	4,5	4,8	4,9	5,0	5,0	5,0

ملاحظة: هذه النتائج الموجودة في الجدول مأخوذة من بكالوريا 2009 رياضيات وتقني رياضي ويمكنك أستاذي تقديم نتائجك الخاصة

1-مثل البيان $U_C=f(t)$ ماذا تلاحظ؟

الملاحظة: البيان (شكل 1) عبارة عن دالة رتيبة أسية متزايدة، بالتالي التوتر يزداد تدريجيا حتى يبلغ قيمته الأعظمية، ونميز فيه نظامين انتقالي ودائم

2-أحسب بيانيا ثابت الزمن وماذا تستنتج؟

ثابت الزمن هو الزمن المميز للدارة (RC) وهو زمن شحن المكثفة بنسبة (63%) يعني عند اللحظة $(t=\tau)$ يكون $(U_C(\tau)=0,63E)$ نسقط هذه القيمة على محور الأزمنة نجد $(\tau=15,6ms)$

الاستنتاج: قيمة ثابت الزمن توافق المقدار (RC) اذن $(\tau=RC=120.130.10^{-6}=15,6ms)$

ظاهرة التفريغ:

نفس الدارة السابقة. ضع البادلة في الوضع (2) خذ قيم التوتر $(U_C(t))$ بين طرفي المكثفة خلال لحظات زمنية مختلفة بواسطة جهاز الفولط متر ودون النتائج في الجدول التالي:

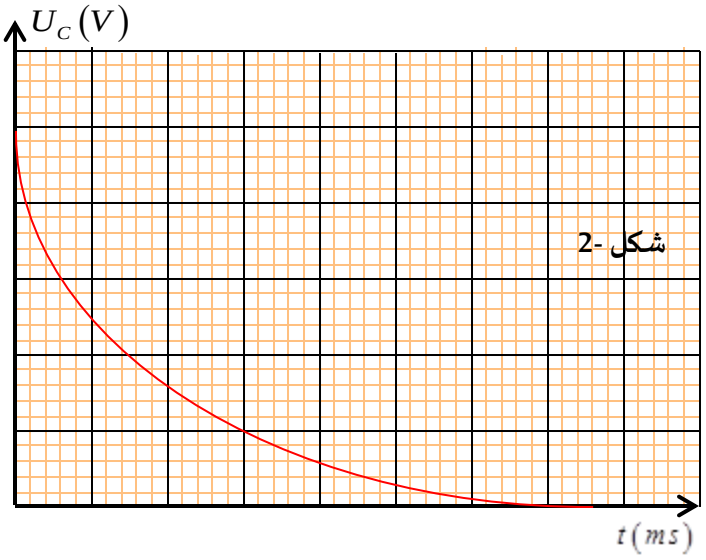
$t(ms)$	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
$U_C(V)$	5,0	3,75	2,5	1,4	1,3	1	0,7	0,5	0,3	0,1	0,05	0

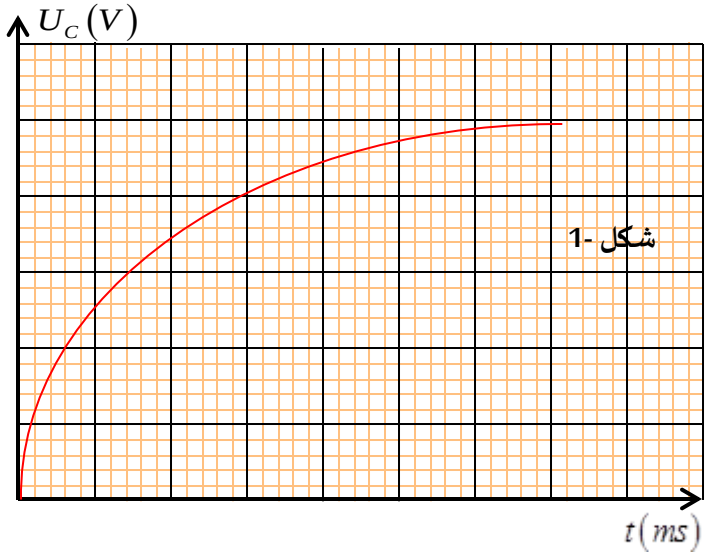
1-مثل البيان $U_C=f(t)$ ماذا تلاحظ؟ (الرسومات الموجودة في الصفحة الموالية توضيحية فقط)

الملاحظة: البيان (شكل 2) عبارة عن دالة رتيبة أسية متناقصة، بالتالي التوتر يتناقص تدريجيا حتى ينعدم، ونميز فيه نظامين انتقالي ودائم

2-أحسب بيانيا ثابت الزمن؟

ثابت الزمن هو زمن تفريغ المكثفة بنسبة (37%) يعني عند اللحظة $(t=\tau)$ يكون $(U_C(\tau)=0,37E)$ نسقط هذه القيمة على محور الأزمنة نجد $(\tau=RC=120.130.10^{-6}=15,6ms)$

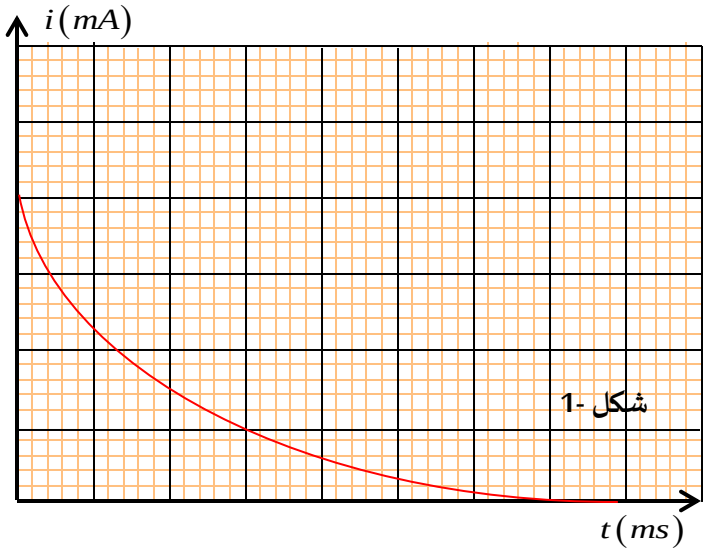


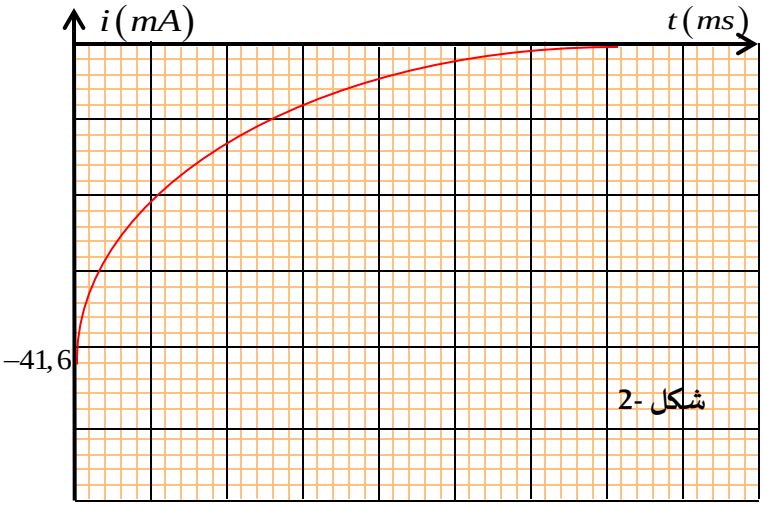


النشاط التجريبي 02 متابعة بيان شدة التيار الكهربائي خلال ظاهرة الشحن والتفريغ:

في نفس الدارة السابقة. ضع البادلة في الوضع 1 خذ قيم شدة التيار $i(t)$ في الدارة خلال لحظات زمنية مختلفة بواسطة جهاز الأمبير متر ودون النتائج في الجدول التالي ونرسم البيان شكل 1:

$t(ms)$	0	4	8	16	20	24	32	40	48	60	68	80
$i(mA)$	41,6	27.2	24.5	14.5	12	10.2	7.30	5.12	3.15	2.10	1.00	0





مثل في بيان متابعة شدة التيار الكهربائي عند عملية تفريغ مكثفة بطريقة كيفية. أنظر الشكل 2

النشاط التجريبي 03 العوامل المؤثرة في زمن الشحن أو التفريغ

نعيد الدارة السابقة ونغير في كل مرة قيمة مقاومة الناقل الأومي وسعة المكثفة ونحسب الزمن الكلي للشحن

R	$10K\Omega$	$5K\Omega$	$10K\Omega$
C	$1\mu F$	$1\mu F$	$0,22\mu F$
$\tau(théo)=RC$	$10ms$	$5ms$	$2,2ms$

نتيجة: كلما زادت قيمة الناقل الأومي أو سعة المكثفة كلما زاد زمن الشحن أو التفريغ

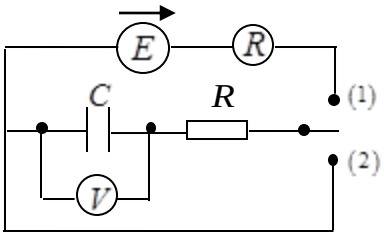
2-2-تطور التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة وشدة التيار أثناء شحن وتفريغ مكثفة:

الإشكالية: ماهي العوامل المتحكمة في زمن شحن وتفريغ مكثفة؟

الأدوات والمواد المستعملة:

مولد للتوتر الثابت $(E = ...V)$, مكثفة سعتها $(C = ...\mu F)$, أسلاك توصيل, قاطعة, بادلة, مقياس فولط متر و أمبير متر، مقاومة $(R = ...\Omega)$, كرونومتر.

النشاط التجريبي 01 تحقيق ظاهرتي الشحن والتفريغ لمكثفة



ظاهرة الشحن:

نحقق الدارة المقابلة بالشكل المقابل ونضع البادلة في الوضع (1) ونسجل قيم التوتر $(U_C(t))$ بين طرفي المكثفة خلال لحظات زمنية مختلفة بواسطة جهاز الفولط متر ودون النتائج في الجدول التالي:

$t(ms)$												
$U_C(V)$												

1-مثل البيان $U_C = f(t)$ ماذا تلاحظ؟

الملاحظة: .....

.....

2-أحسب بيانيا ثابت الزمن وماذا تستنتج؟

.....

.....

الاستنتاج:

.....

ظاهرة التفريغ:

نفس الدارة السابقة. ضع البادلة في الوضع (2) خذ قيم التوتر $(U_C(t))$ بين طرفي المكثفة خلال لحظات زمنية مختلفة بواسطة جهاز الفولط متر ودون النتائج في الجدول التالي:

$t(ms)$												
$U_C(V)$												

1-مثل البيان $U_C = f(t)$ ماذا تلاحظ؟

الملاحظة: .....

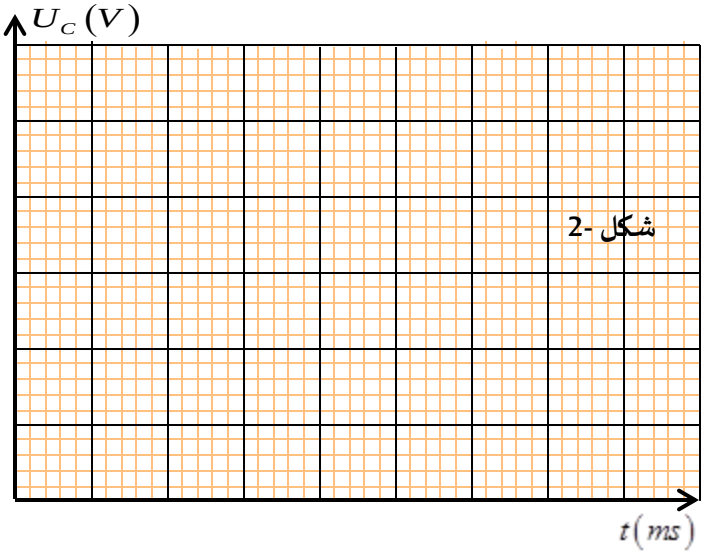
.....

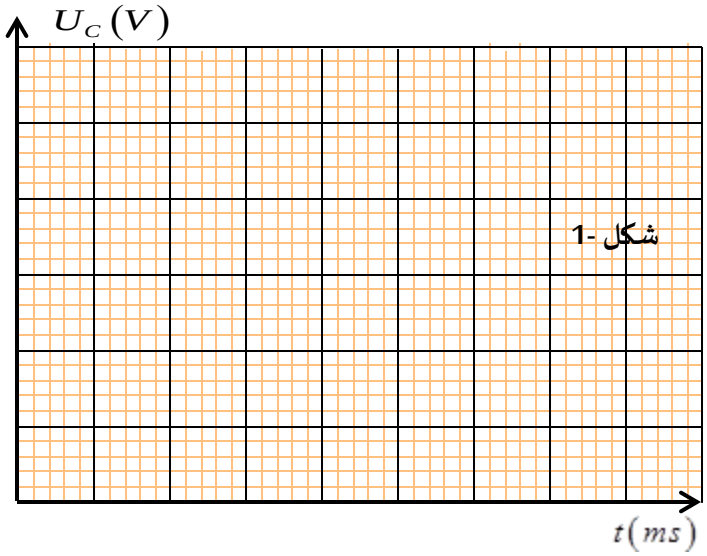
2-أحسب بيانيا ثابت الزمن؟

.....

.....

.....

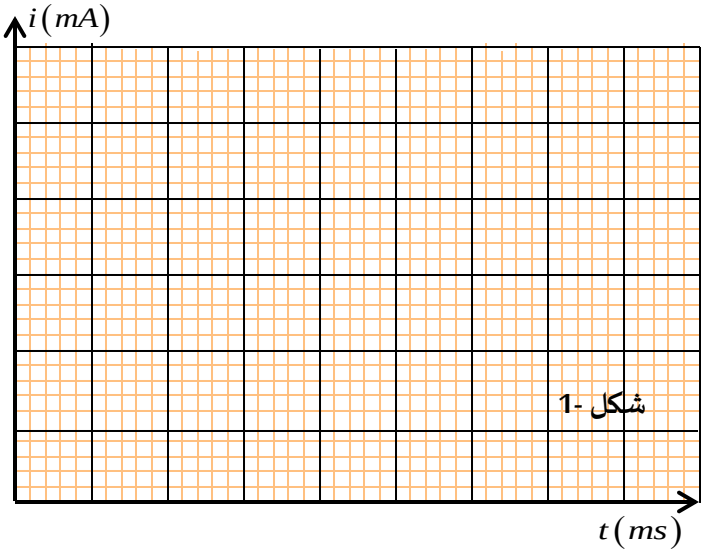


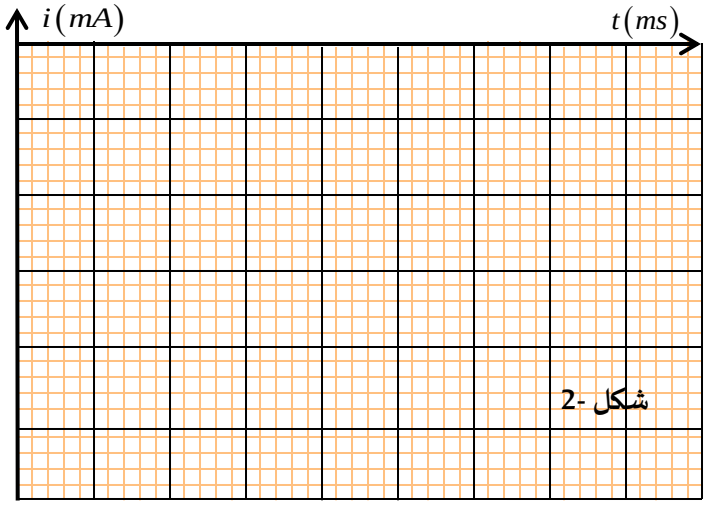


النشاط التجريبي 02 متابعة بيان شدة التيار الكهربائي خلال ظاهرة الشحن والتفريغ:

. نفس الدارة السابقة. ضع البادلة في الوضع 1 خذ قيم شدة التيار $i(t)$ في الدارة خلال لحظات زمنية مختلفة بواسطة جهاز الأمبير متر ودون النتائج في الجدول التالي ونرسم البيان شكل 1:

$t(ms)$												
$i(mA)$												





مثل بيان متابعة شدة التيار الكهربائي عند عملية تفريغ مكثفة بطريقة كيفية. أنظر الشكل 2

النشاط التجريبي 03 العوامل المؤثرة في زمن الشحن أو التفريغ

نعيد الدارة السابقة ونغير في كل مرة قيمة مقاومة الناقل الأومي وسعة المكثفة ونحسب الزمن الكلي للشحن

R	$10K\Omega$	$5K\Omega$	$10K\Omega$
C	$1\mu F$	$1\mu F$	$0,22\mu F$
$\tau(théo)=RC$			

نتيجة: .....

البطاقة التربوية للدرس 3

المستوى: السنة ثالثة ثانوي جميع الشعب **المجال:** التطورات الرتيبة **الوحدة 03:** دراسة الظواهر الكهربائية **الموضوع:** الدراسة النظرية لشحن وتفريغ مكثفة	**الأستاذ:** ..... **المدة الاجمالية للوحدة:** 11,25 ساعة استثنائية **نوع النشاط:** نظري **المدة:** حصتين مدة كل حصة 45 د
مؤشرات الكفاءة: 1- يكتب المعادلات التفاضلية. 2- يحدد مميزات دارة الشحن والتفريغ. 3- يعرف الطاقة المخزنة في مكثفة.	**النشاطات المقترحة:** ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة بيانات التوتر تأسيس المعادلات التفاضلية استنادا على قانون جمع التوترات.

المدة	مراحل سير الدرس
	عناصر الدرس: 2-3-التحليل البياني وثابت الزمن والتحليل البعدي
10 د	أ-طريقة ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة بيانات التوتر وشدة التيار بين طرفي مكثفة
20 د	ب-زمن نصف الشحن أو التفريغ وثابت الزمن وتحليله البعدي
15 د	زمن نصف الشحن أو التفريغ
	ثابت الزمن
20 د	التحليل البعد لثابت الزمن
15 د	2-4-قانون جمع التوترات والمعادلة التفاضلية
10 د	أ-عند عملية الشحن
	ب-عند عملية التفريغ
	2-5-الطاقة المخزنة في مكثفة

الأنشطة داخل القسم

نشاط التلميذ	نشاط الأستاذ
يتعلم ربط جهاز راسم الاهتزاز المهبطي لمتابعة بيانات التوتر بين طرفي المكثفة. يجد بعد ثابت الزمن باستعمال التحليل البعدي. يتقن قانون جمع التوترات وكتابة المعادلات التفاضلية. تدوين الملاحظات. يعرف قانون الطاقة المخزنة في مكثفة.	يبين للتلميذ كيفية استعمال راسم الاهتزاز المهبطي. يكتب المعادلة التفاضلية لدارة الشحن والتفريغ. حل المعادلة التفاضلية. يعرف للتلميذ ما يلي: الطاقة المخزنة في مكثفة وثابت الزمن. يوجه الإجابات وتصحيحها.
المراجع: الكتاب المدرسي، التدرج، دليل الأستاذ، الوثيقة المرافقة، وثائق من شبكة الأنترنت.	**الوسائل المستعملة:** راسم الاهتزاز المهبطي، مولد للتوتر الثابت $(E=5V)$, مكثفة سعتها $(C=130\mu F)$,أسلاك توصيل , قاطعة , بادلة , مقياس فولط متر و أمبير متر, مقاومة $(R=120\Omega)$, ميقاتية.

2-3-التحليل البياني وثابت الزمن والتحليل البعدي:

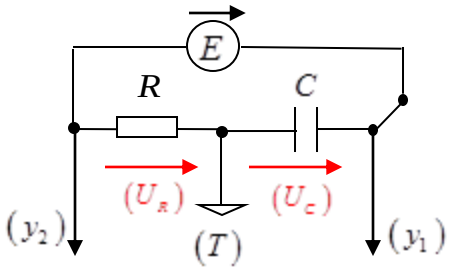
أ-طريقة ربط راسم الاهتزاز المهبطي لمشاهدة بيانات التوتر وشدة التيار بين طرفي مكثفة:

1- نوصل مدخل راسم الإهتزاز المهبطي (y_1) مع النقطة (A) الموصلة بالقطب السالب للمولد. أنظر الشكل أسفله

2- نوصل الأرضي مع النقطة (B) ونوصل مدخل راسم الإهتزاز المهبطي (y_2) مع النقطة (C).

3- على المدخل (y_2) نقرأ البيان $U_C(t)=f(t)$. على المدخل (y_1) نقرأ البيان $U_R(t)=f(t)$

4- ذلك بعد الضغط على الزر الخاص بقلب البيان لأن توتر الدارة عكس توتر الجهاز.



ملاحظة: بيان $i(t)=f_2(t)$ له نفس شكل البيان $U_R(t)=f(t)$ لأن $U_R(t)=R.i(t)$ و (R) مقدار موجب وثابت.

ب-زمن نصف الشحن أو التفريغ وثابت الزمن وتحليله البعدي: تتميز دارة الشحن أو التفريغ بميزتين رئيسيتين:

زمن نصف الشحن أو التفريغ:

وهو الزمن اللازم لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة نصف قيمته الأعظمية $\left(E/2\right)$ يرمز له بالرمز $(t_{1/2})$ ويعطى بالقانون $(t_{1/2}=RC.ln2)$

ثابت الزمن: عرفناه سابقا على أنه الزمن اللازم لبلوغ (63%) من عملية الشحن أو (37%) من عملية التفريغ يرمز لثابت الزمن بالرمز (τ) وحدته من وحدة الزمن وتعطى قيمته بالعلاقة $(\tau=RC)$

التحليل البعد لثابت الزمن

لإثبات وحدة ثابت الزمن نستعمل التحليل البعدي:

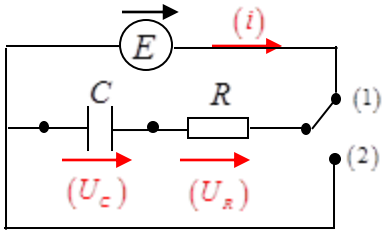
$$[\tau]=[R]\times[C].....\begin{cases}U_R(t)=Ri(t)\Rightarrow R=\dfrac{U_R(t)}{i(t)}\Rightarrow[R]=\dfrac{[U]}{[I]}\\ C=\dfrac{q}{U_c(t)}=\dfrac{I\times T}{U_c(t)}\Rightarrow[C]=\dfrac{[I]\times[T]}{[U]}\end{cases}\Rightarrow[\tau]=[R]\times[C]=\frac{[U]\times[I]\times[T]}{[U]\times[I]}=[T]$$

الجداء $(\tau=RC)$ له أبعاد الزمن (مقدار متجانس مع الزمن)

2-4-قانون جمع التوترات والمعادلة التفاضلية:

أ-عند عملية الشحن:

البيانات الملاحظة على راسم الإهتزاز المهبطي تبين أن $U_C(t)$ ذو تغير أسي لهذا علينا بإيجاد المعادلة التفاضلية المميزة أثناء عملية الشحن.



نحدد على الدارة اتجاه التيار و التوترات ثم نستعمل قانون جمع التوترات: $U_R(t)+U_C(t)=E$ اذن $R.i(t)+U_C(t)=E$

حيث حسب قانون أوم $U_R=R.i(t)$ وحسب العلاقة $i=\dfrac{dq(t)}{dt}$ نجد $R\dfrac{dq(t)}{dt}+U_C(t)=E$

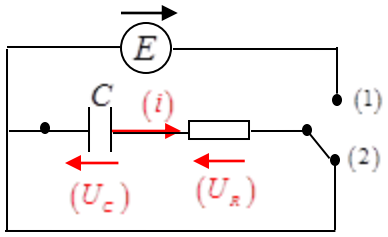
لدينا $q(t)=C.U_C(t)$ نعوض فنجد $R.C\frac{dU_C(t)}{dt}+U_C(t)=E$ اذن تصبح $\frac{dU_C(t)}{dt}+\frac{1}{R.C}U_C(t)=\frac{E}{R.C}$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا أسيا من الشكل: $U_C(t)=E(1-e^{\frac{1}{RC}t})$

يمكن إعطاء علاقة كمية الكهرباء والتيار بالعلاقتين: $\left(q(t)=C.U_C=CE(1-e^{\frac{1}{RC}t})\right)$ و $\left(i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{E}{R}.e^{\frac{1}{RC}t}=-I_0.e^{\frac{1}{RC}t}\right)$

ب-عند عملية التفريغ:

نعزل المولد كما في الدارة ونحدد اتجاه التيار والتوترات وباستعمال قانون جمع التوترات:



نحدد على الدارة اتجاه التيار و التوترات ثم نستعمل قانون جمع التوترات: $U_R(t)+U_C(t)=0$ اذن $R.i(t)+U_C(t)=0$

نجد $R\frac{dq(t)}{dt}+U_C(t)=0$ ولدينا $q(t)=C.U_C(t)$ نعوض فنجد $R.C\frac{dU_C(t)}{dt}+U_C(t)=0$

وتصبح $\frac{dU_C(t)}{dt}+\frac{1}{R.C}U_C(t)=0$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى تقبل حلا أسيا من الشكل: $\left(U_C(t)=E.e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$

يمكن إعطاء علاقة كمية الكهرباء والتيار بالعلاقتين: $\left(q(t)=C.U_C=CE.e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ و $\left(i(t)=\frac{dq}{dt}=-\frac{E}{R}.e^{-\frac{1}{RC}t}=-I_0.e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$

2-5-الطاقة المخزنة في مكثفة:

تخزن المكثفة الطاقة بشكل كمية كهرباء تعيده للدارة في شكل تيار كهربائي حيث تتعلق هذه الطاقة بتوتر الشحن والسعة $\left(E_{ele}=\frac{1}{2}C.U_C{}^2=\frac{1}{2}q.U_C=\frac{1}{2}\frac{q^2}{C}\right)$ وحدتها الجول.

ملاحظة: إن الزمن اللازم لفقدان المكثفة نصف طاقتها يعطى بالعلاقة: $\left(t_{1/2}=\frac{1}{2}\tau.\ln 2\right)$ يطلب برهانه وهو كالاتي كإضافة للمذكرة:

لدينا الطاقة المخزنة في المكثفة أثناء التفريغ: $Ec(t)=\frac{1}{2}.C.U_C^2=\frac{1}{2}.C.(E.e^{-\frac{t}{\tau}})^2=E_{C\max}e^{-\frac{2t}{\tau}}$

$$\begin{cases} Ec(t_{1/2})=\frac{E_{C\max}}{2} \\ Ec(t_{1/2})=E_{C\max}e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} \end{cases} \Rightarrow \frac{E_{C\max}}{2}=E_{C\max}e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} \Rightarrow \frac{1}{2}=e^{-\frac{2t_{1/2}}{\tau}} \Rightarrow$$

$$Ln\frac{1}{2}=-\frac{2t_{1/2}}{\tau} \Rightarrow Ln2=\frac{2t_{1/2}}{\tau} \Rightarrow t_{1/2}=\frac{\tau}{2}Ln2$$

جميع المعادلات التفاضلية لثنائي القطب RC (وثيقة التلميذ)

المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر (حالة شحن)

بتطبيق قانون جمع التوترات: $U_C(t)+U_R(t)=E$

$$U_C(t)+Ri(t)=E$$
$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=C\frac{dU_c(t)}{dt}$$
$$U_C(t)+RC\frac{dU_C(t)}{dt}=E$$

بالقسمة على RC نجد $\frac{dU_C(t)}{dt}+\frac{1}{RC}U_C(t)=\frac{E}{RC}$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها: $U_C(t)=E(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

المعادلة التفاضلية بدلالة توتر المقاومة (حالة شحن)

بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_C(t)+U_R(t)=E$

$$\frac{q(t)}{C}+U_R(t)=E$$

نشتق جميع الأطراف $\frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt}+\frac{dU_R(t)}{dt}=\frac{dE}{dt}$

$$\frac{1}{C}i(t)+\frac{dU_R(t)}{dt}=0$$
$$\frac{1}{C}\frac{U_R(t)}{R}+\frac{dU_R(t)}{dt}=0$$
$$\frac{dU_R(t)}{dt}+\frac{1}{RC}U_R(t)=0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها $U_R(t)=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

كتابة المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر (حالة تفريغ)

بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$U_C(t)+U_R(t)=0$$
$$i(t)=\frac{dq(t)}{dt}=C\frac{dU_C(t)}{dt}$$
$$U_C(t)+RC\frac{dU_C(t)}{dt}=0$$

بالقسمة على RC نجد $\frac{dU_C(t)}{dt}+\frac{1}{RC}U_C(t)=0$

المعادلة التفاضلية بدلالة توتر المقاومة (حالة تفريغ)

بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_C(t)+U_R(t)=0$

$$\frac{q(t)}{C}+U_R(t)=0$$

نشتق جميع الأطراف $\frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt}+\frac{dU_R(t)}{dt}=0$

$$\frac{1}{C}i(t)+\frac{dU_R(t)}{dt}=0$$
$$\frac{1}{C}\frac{U_R(t)}{R}+\frac{dU_R(t)}{dt}=0$$
$$\frac{dU_R(t)}{dt}+\frac{1}{RC}U_R(t)=0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها $U_R(t)=-Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة (حالة شحن)

بتطبيق قانون جمع التوترات $U_C(t)+U_R(t)=E$

$$\frac{q(t)}{C}+R.i(t)=E$$
$$\frac{q(t)}{C}+R.\frac{dq(t)}{dt}=E$$
$$\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{RC}q(t)=\frac{E}{R}$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها $q(t)=q_{\max}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

حيث $q_{\max}=q_0=CE$

المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار (حالة شحن)

بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_C(t)+U_R(t)=E$

$$\frac{q(t)}{C}+R.i(t)=E$$

نشتق جميع الأطراف $\frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt}+R.\frac{di(t)}{dt}=\frac{dE}{dt}$

$$\frac{1}{C}i(t)+R.\frac{di(t)}{dt}=0$$

تصبح : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{RC}i(t)=0$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل :

$i(t)=I_{\max}e^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث $I_{\max}=\frac{E}{R}$

المعادلة التفاضلية بدلالة الشحنة (حالة تفريغ)

بتطبيق قانون جمع التوترات $U_C(t)+U_R(t)=0$

$$\frac{q(t)}{C}+R.\frac{dq(t)}{dt}=0$$
$$\frac{dq(t)}{dt}+\frac{1}{RC}q(t)=0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل

$q(t)=q_{\max}e^{-\frac{t}{\tau}}$ حيث $q\max=q_0=CE$

المعادلة التفاضلية بدلالة شدة التيار (حالة تفريغ)

بتطبيق قانون جمع التوترات : $U_C(t)+U_R(t)=0$

$$\frac{q(t)}{C}+R.i(t)=0$$

نشتق جميع الأطراف $\frac{1}{C}\frac{dq(t)}{dt}+R.\frac{di(t)}{dt}=0$

$$\frac{1}{C}i(t)+R.\frac{di(t)}{dt}=0$$

تصبح : $\frac{di(t)}{dt}+\frac{1}{RC}i(t)=0$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل :

$I_{\max}=\frac{E}{R}$ حيث $i(t)=-I_{\max}e^{-\frac{t}{\tau}}$:

البطاقة التربوية للدرس 4

المستوى: السنة ثالثة ثانوي جميع الشعب	**الأستاذ:** .....
المجال: التطورات الرتيبة	**المدة الاجمالية للوحدة:** 11,25 ساعة استثنائية
الوحدة 03: دراسة الظواهر الكهربائية	**نوع النشاط:** عملي + نظري
الموضوع: الوشائع وثنائي القطب (RL)	**المدة:** 4 حصص مدة كل حصة 45 د

مؤشرات الكفاءة:	النشاطات المقترحة:
1- يعرف الوشيعة ويعرف خصائصها وتصرفها في الدارة. 2- يحدد ثابت الزمن. 3- يحسب الطاقة الكهربائية المخزنة. 4- يؤسس المعادلات التفاضلية. 5- يقيس الثوابت L, τ, c .	سلوك وشيعة في دارة كهربائية

المدة	مراحل سير الدرس
	عناصر الدرس: II-الوشائع وثنائي القطب (RL).
45 د	1-تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة تحريضية 1-1-وصف الوشيعة. 1-2-تصرف وشيعة في دارة كهربائية: (ذاتية الوشيعة).
45 د	1-3-العبارة اللحظية لتوتر الوشيعة. 2-دراسة ثنائي القطب RL
45 د	2-1-تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة عند ظهور التيار. 2-2-التحليل البياني وثابت الزمن والتحليل البعدي. زمن نصف وثابت الزمن وتحليله البعدي. التحليل البعد لثابت الزمن.
45 د	2-3-قانون جمع التوترات والمعادلة التفاضلية لثنائي القطب RL عند غلق القاطعة. 2-4-الطاقة المخزنة في مكثفة.

الأنشطة داخل القسم

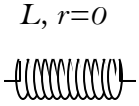
نشاط التلميذ	نشاط الأستاذ
يتعرف على الوشيعة ويشاهد وشائع مختلفة. كتابة المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي عند غلق التيار التعرف على عبارة الطاقة المخزنة في وشيعة.	تشويق التلميذ وتقديم تعريف للوشيعة. توجيه الإجابات وتصحيحها.
المراجع: الكتاب المدرسي، التدرج، دليل الأستاذ، الوثيقة المرافقة، وثائق من شبكة الأنترنت.	**الوسائل المستعملة:** مولد $E = 6V$, وشيعة 1000 لفة ذات نواة حديدية, مصباحين LED ,أسلاك توصيل , قاطعات

II-الوشائع وثنائي القطب (RL)

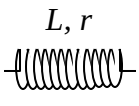
1-تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة تحريضية:

1-1-وصف الوشيعة:

هي ثنائي قطب تتكون من سلك ناقل محاط بعازل ملفوف بشكل حلقات متواصلة تتميز بذاتيتها (L) وحدتها الهنري (H) المقاومة الداخلية رمزها (L) وحدتها الأوم (Ω) يرمز للوشائع في الدارات الكهربائية بالرمز:



وشيعة صافية



وشيعة غير صافية

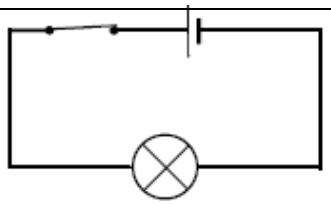
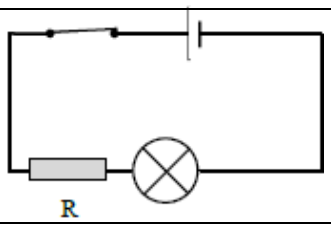
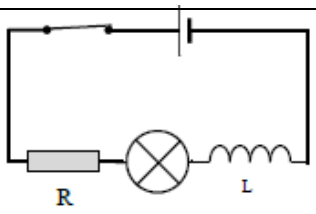
1-2-تصرف وشيعة في دارة كهربائية: (ذاتية الوشيعة)

الإشكالية: بماذا تتميز الوشيعة وما سلوكها في دارة كهربائية؟

الأدوات والمواد المستعملة:

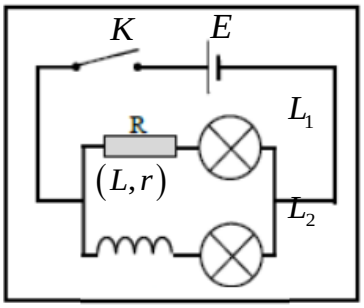
مولد $(E=6V)$، وشيعة 1000 لفة ذات نواة حديدية، مصباحين LED، أسلاك توصيل، قاطعات.

النشاط التجريبي 01 هل للوشيعة خاصية المقاومة

التجربة	التركيب الأول	التركيب الثاني	التركيب الثالث
نركب الدارة المبينة في الشكل. اغلق القاطعة (K) ودون ملاحظاتك			
الملاحظات	توهج شديد للمصباح	يقل توهج المصباح مقارنة مع الأول	يقل توهج المصباح مقارنة مع الثاني
النتيجة: للوشيعة خاصية المقاومة ونرمز لها بالرمز (r)			

النشاط التجريبي 02 الخاصية التحريضية للوشيعة

حقق التركيب للدارة المبينة في الشكل 1المقابل ثم املأ الجدول في حالة غلق القاطعة وفتحها ودون الملاحظات وفسرها



عند غلق القاطعة	عند فتح القاطعة
الملاحظة: (L_1) يتوهج مباشرة لحظة الغلق. (L_2) يزداد توهجه تدريجيا حتى يصبح مثل (L_1)	الملاحظة: ينطفئ المصباحان (L_1) و (L_2) معا تدريجيا لأن الدارة يسري بها نفس التيار
التفسير: تأخر المصباح L_2 عن التوهج بسبب حدوث ظاهرة التحريض الذاتي للوشيعة حيث ظهر حقل مغناطيسي داخلها وأنتج تيار عكس تيار الدارة	التفسير: انطفاء المصباحان تدريجيا بسبب تحريض الوشيعة بحيث تنتج تيار متحرض معاكس للتيار في حالة غلق الدارة فتقاوم الوشيعة انقطاع التيار في الدارة
النتيجة: تتميز الوشيعة بمقدار فيزيائي يدعى ذاتية الوشيعة يظهر تأثيره في الفترة الانتقالية حيث تكون شدة التيار متغيرة	

خلاصة: تتميز الوشيعة بتأثيرين عند ربطها في الدارة.

تأثير مقاومي: ناتج عن السلك الطويل الذي تتركب منه الوشيعة وتتصرف كناقل أومي عندما يجتازها تيار ثابت الشدة (نظام دائم)

تأثير تحريضي: عند اجتياز تيار لوشيعة تحريضية فإنها تعرقل مروره بتوليدها لتيار عكس جهة تيار الدارة وتسمى ظاهرة الممانعة (نظام انتقالي).

- تتميز الوشيعة بمقدار فيزيائي يدعى ذاتيتها (L)، يظهر تأثيره في الفترة الإنتقالية حيث شدة التيار متغيرة.

بطاقة العمل المخبري التلميذ: ..... القسم: .....

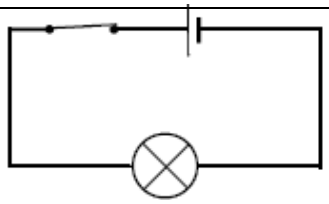
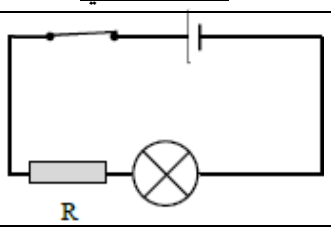
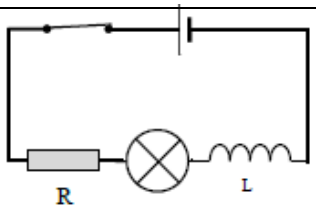
2-1-تصرف وشيعة في دارة كهربائية:

الإشكالية: بماذا تتميز الوشيعة وما سلوكها في دارة كهربائية؟

الأدوات والمواد المستعملة:

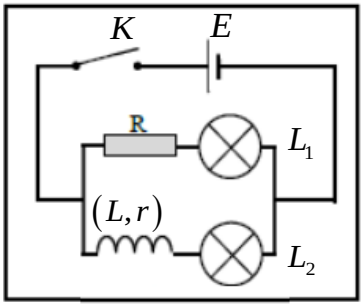
مولد $(E = 6V)$, وشيعة 1000 لفة ذات نواة حديدية, مصباحين LED ,أسلاك توصيل , قاطعات.

النشاط التجريبي 01 هل للوشيعة خاصية المقاومة

التجربة	التركيب الأول	التركيب الثاني	التركيب الثالث
نركب الدارة المبينة في الشكل. اغلق القاطعة K ودون ملاحظاتك			
الملاحظات	....	....	....
النتيجة:			

النشاط التجريبي 02 الخاصية التحريضية للوشيعة

حقق التركيب للدارة المبينة في الشكل 1المقابل ثم املأ الجدول في حالة غلق القاطعة وفتحها ودون الملاحظات وفسرها



عند غلق القاطعة	عند فتح القاطعة	
الملاحظة:	الملاحظة:	
التفسير:	التفسير:	النتيجة: ....

خلاصة: .....

.....

.....

.....

.....

.....

1-3-العبارة اللحظية لتوتر الوشيعة:

عبارة التوتر اللحظي بين طرفي وشيعة ذاتيتها (L) ومقاومتها الداخلية (r) كما يلي:

$$U_b(t)=U_L(t)+U_r(t)=L.\frac{di}{dt}+r.i$$

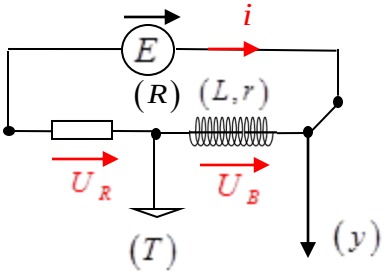
إذا كانت الوشيعة صافية (مقاومتها الداخلية مهملة) $U_b(t)=U_L(t)=L\frac{di(t)}{dt}$

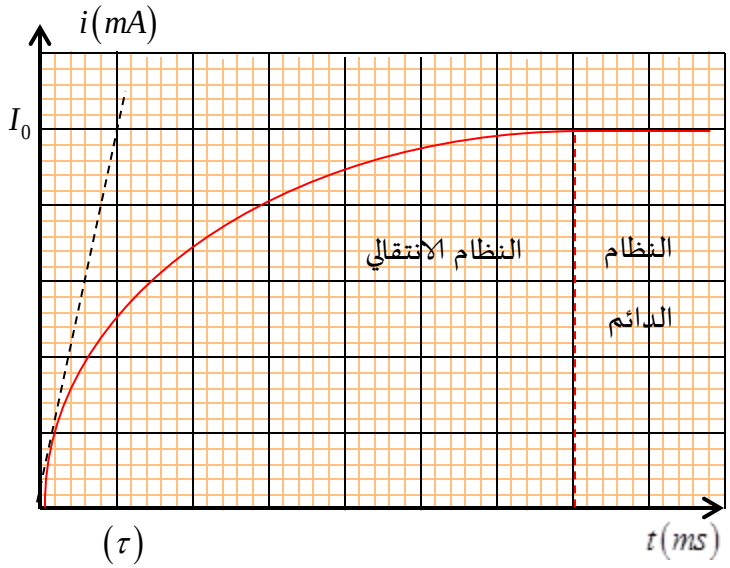
2-دراسة ثنائي القطب RL:

ثنائي القطب (RL) هو الربط على التسلسل لناقل أومي مقاومته (R) ووشيعة ذاتيتها (L) ومقاومتها (r).

1-2-تطور شدة التيار الكهربائي المار في وشيعة عند ظهور التيار:

نحقق الدارة الكهربائية الموضحة بالشكل نوصل راسم اهتزاز مهبطي (لان الظاهرة الكهربائية سريعة) مزود بذاكرة بين الوشيعة والناقل الأومي من أجل تحقيق هذه الظاهرة نستخدم مولد لتوتر ثابت مثالي إضافة إلى قاطعة للانتقال من عملية إلى أخرى.





ملاحظة: شدة التيار الكهربائي تتزايد أسيا (نظام انتقالي) انطلاقا من $i(0)=0$ الى $i(\infty)=I_0$ (نظام دائم)

كلما زادت مقاومة الناقل الأومي (R)، تنقص مدة النظام الانتقالي وكلما زادت ذاتية الوشيعة، تزداد مدة النظام الانتقالي

2-2-التحليل البياني وثابت الزمن والتحليل البعدي:

ب-زمن نصف وثابت الزمن وتحليله البعدي: تتميز دارة الشحن أو التفريغ بميزتين رئيسيتين:

زمن نصف ظهور التيار:

يستخرج بيانيا كما هو موضح في البيان أو يعطى بالقانون $\left(t_{1/2}=\frac{L}{(R+r)}.\ln 2\right)$

ثابت الزمن: وهو الزمن اللازم لظهور التيار بنسبة (63%) أو انقطاعه بنسبة (37%) ويستخرج بيانيا كما هو موضح في البيان برسم المماس عند اللحظة الابتدائية ويعطى أيضا بالعلاقة: $\left(\tau=\frac{L}{(R+r)}=\frac{t_{1/2}}{\ln 2}\right)$

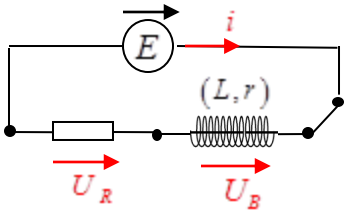
التحليل البعد لثابت الزمن:

لإثبات وحدة ثابت الزمن نستعمل التحليل البعدي:

$$[\tau]=\frac{[L]}{[R+r]}\begin{cases}U_B(t)=L\frac{di(t)}{dt}\Rightarrow[U]=\frac{[L][I]}{[T]}\Rightarrow[L]=\frac{[U][T]}{[I]}\\ [R+r]=\frac{[U]}{[I]}\end{cases}\Rightarrow[\tau]=\frac{[L]}{[R+r]}=\frac{[U]\times[I]\times[T]}{[U]\times[I]}=[T]$$

ومنه $\left(\tau=\frac{L}{R+r}\right)$ مقدار متجانس مع الزمن

2-3-قانون جمع التوترات والمعادلة التفاضلية لثنائي القطب RL عند غلق القاطعة:



حسب قانون جمع التوترات $U_B(t)+U_R(t)=E$

$$L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)+Ri(t)=E \Rightarrow L\frac{di(t)}{dt}+(R+r)i(t)=E$$

بالقسمة على (L) نجد $\frac{di(t)}{dt}+\left(\frac{R+r}{L}\right)i(t)=\frac{E}{L}$

هي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل $i(t)=I_{\max}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$ حيث $I_0=\frac{E}{R+r}$

عبارة شدة التيار الأعظمي:

منحنيات التطور تتكون من نظامين نظام انتقالي تكون فيه الشدة متغيرة ونظام دائم تكون فيه الشدة ثابتة.

في النظام الدائم يكون $i(t)=I_0$ أي أن $\frac{di}{dt}=0$ من المعادلة التفاضلية نجد $\frac{(R+r)}{L}.I_0=\frac{E}{L} \Leftarrow I_0=\frac{E}{(R+r)}$

2-4-الطاقة المخزنة في مكثفة:

تخزن الوشيعة طاقة كهرومغناطيسية وتولد حقلا مغناطيسيا حول حلقاتها. وتعطى عبارة الطاقة عند ظهور التيار بالعلاقة:

$$E(L)=\frac{1}{2}L.i(t)^2=\frac{1}{2}L.\left[I_0(1-e^{-t/\tau})\right]^2\ (joule)$$

الوشيعة لا تخزن كل الطاقة المقدمة من طرف المولد، بل تضيع جزء منها بفعل جول في المقاومة الداخلية

معلومة جميلة أستاذي:

في الدارة (RC) المولد يعطي تيارا خلال الشحن فقط، لأنه ينعدم بعد شحن المكثفة ومنه ينعدم الضياع في الطاقة بفعل جول. وفي الدارة (RL) يواصل المولد الاعطاء لتيار ليستمر إنشاء الحقل المغناطيسي ومنه الوشيعة تستهلك طاقة معتبرة مقارنة مع الطاقة التي تستهلكها المكثفة لتخزين نفس الطاقة.

جميع المعادلات التفاضلية لثنائي القطب RL

المعادلة التفاضلية بدلالة التيار عند ظهور التيار

حسب قانون جمع التوترات

$$U_B(t)+U_R(t)=E$$

$$L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)+Ri(t)=E$$

$$L\frac{di(t)}{dt}+(R+r)i(t)=E$$

بالقسمة على L نجد:

$$\frac{di(t)}{dt}+\left(\frac{R+r}{L}\right)i(t)=\frac{E}{L}$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل:

$$i(t)=I_{\max}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$$

حيث: $I_{\max}=\dfrac{E}{R+r}$

المعادلة التفاضلية بدلالة التيار عند انقطاع التيار

حسب قانون جمع التوترات

$$U_B(t)+U_R(t)=0$$

وبنفس الطريقة السابقة نجد

$$\frac{di(t)}{dt}+\left(\frac{R+r}{L}\right)i(t)=0$$

وهي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى حلها من الشكل:

$$i(t)=I_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المقاومة عند ظهور التيار

$$U_B(t)+U_R(t)=E$$

$$L\frac{di(t)}{dt}+ri(t)+U_R(t)=E$$

$$L\frac{d\left(\frac{U_R(t)}{R}\right)}{dt}+r\left(\frac{U_R(t)}{R}\right)+U_R(t)=E$$

$$\frac{L}{R}\frac{dU_R(t)}{dt}+U_R(t)\left(\frac{r}{R}+1\right)=E$$

بالضرب في $\dfrac{R}{L}$ نجد:

$$\frac{dU_R(t)}{dt}+U_R(t)\left(\frac{r+R}{L}\right)=\frac{ER}{L}$$

وهي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $U_R(t)=U_{R\max}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$:

حيث $U_{R\max}=\dfrac{ER}{R+r}$

المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي المقاومة عند انقطاع التيار

حسب قانون جمع التوترات

$$U_B(t)+U_R(t)=0$$

وبنفس الطريقة السابقة نجد

$$\frac{dU_R(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)U_R(t)=0$$

و هي معادلة تفاضلية من الرتبة الأولى

حلها من الشكل $U_R(t)=U_{R_0}e^{-\frac{t}{\tau}}$

حيث $U_{R_0}=R.I_0=\dfrac{ER}{R+r}$

المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي الوشيعة عند ظهور التيار

$$U_B(t)+U_R(t)=E\Rightarrow U_R(t)=E-U_l(t)$$

نعوض في المعادلة التفاضلية للناقل الأومي

$$\frac{dU_R(t)}{dt}=\frac{d\left(E-U_B(t)\right)}{dt}=-\frac{dU_B(t)}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية بدلالة U_R

$$\frac{dU_R(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)U_R(t)=\frac{ER}{L}$$

$$-\frac{dU_B(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)\left(E-U_B(t)\right)=\frac{ER}{L}$$

$$-\frac{dU_B(t)}{dt}+E\left(\frac{r+R}{L}\right)-\left(\frac{r+R}{L}\right)U_B(t)=\frac{ER}{L}$$

$$-\frac{dU_B(t)}{dt}+\frac{Er}{L}+\frac{ER}{L}-\left(\frac{r+R}{L}\right)U_B(t)=\frac{ER}{L}$$

$$-\frac{dU_B(t)}{dt}-\left(\frac{r+R}{L}\right)U_B(t)=-\frac{Er}{L}$$

$$\frac{dU_B(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)U_B(t)=\frac{Er}{L}$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل $U_B(t)=E-U_{R\max}\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)$:

المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر بين طرفي الوشيعة عند انقطاع التيار

لدينا من المعادلة التفاضلية

$$\frac{dU_R(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)U_R(t)=0$$

ولدينا $U_B(t)+U_R(t)=0\Rightarrow U_R(t)=-U_B(t)$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية بدلالة U_R

$$-\frac{dU_B(t)}{dt}-\left(\frac{r+R}{L}\right)U_B(t)=0$$

$$\frac{dU_B(t)}{dt}+\left(\frac{r+R}{L}\right)U_B(t)=0$$

معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها من الشكل:

$$U_B(t)=L\frac{di}{dt}+ri=L\frac{dI_0e^{-\frac{t}{\tau}}}{dt}+rI_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

بعد الاشتقاق والتبسيط نجد

$$U_B(t)=-RI_0e^{-\frac{t}{\tau}}$$

ملاحظة: هاته المعادلات التفاضلية أغلبها حذف من المقرر هذا الموسم استثنائيا