ملخص لقوانين وحدة دراسة الظواهر الكهربائية (المكثفات وثنائي القطب RC)

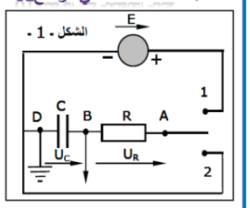
القوانين	العبارة الحرفية	ملاحظات
عبارة التوتر الكهربائي بين طرفي ناقل أومي	$U_R = Ri$	U_R: التوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة وحدتها : V
✓ التوتر الكهربائي بين طرفي مكثفة:	$U_c(t) = \frac{q(t)}{C}$	يرمز للتوتر الكهربائي للمكثفة بـ U_c وتقدر بـ V C : سعة المكثفة وتقدر بوحدة الفاراد (F) أو mF أو µF أو nF
عبارة التيار الكهربائي:	$I = \frac{Q}{t}$	I: شدة التيار المارة في الدارة t: الزمن ويقدر بالثانية S
◆ حالة تيار ثابت الشدة ◆ حالة تيار متغير الشدة	$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = C\frac{dU_C(t)}{dt}$	
عبارة الشحنة الكهربائية	$q = CU_c$	
◆ حالة تيار ثابت ◆ حالة تيار متغير	$q(t) = \frac{di(t)}{dt}$	يرمز للمقادير اللحظية التي تتغير مع الزمن بالرموز الصغيرة (u; i; q) اما المقادير العظمى فيرمز لها برموز كبيرة (U_0; I_0; Q_0)أو(U; I; Q)
عبارة شدة التيار العظمى المارة في الدارة	$I_0 = \frac{E}{R}$	I_0 : شدة التيار العظمى المارة في الدارة في النظام الدائم E : توتر المولد ويقدر بوحدة الفولط
عبارة ثابت الزمن τ لثنائي القطب RC	$\tau = RC$	τ: ثابت الزمن ووحدته الثانية وهو الزمن الازم لشحن المكثفة بـ 63 % من شحنتها العظمى يمكن تحديده إما بطريقة المماس عند t=0 او $0.63E$ في الشحن او $0.37E$ في التفريغ ثم الاسقاط لى محور الازمنة
عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة	$E_c = \frac{1}{2}CU_c^2 = \frac{1}{2}qU_c = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$	E_c : تقدر بالجول (J) C: سعة المكثفة (F) E : توتر المولد وتقدر بـ(V) $E_C(max)$: الطاقة الاعظمية المخزنة بالجول
(الطاقة الاعظمية المخزنة عند t=0)	$E_C(0) = E_C(max) = \frac{1}{2}CE^2$	
زمن تناقص طاقة الوشيعة الى النصف $t_{1/2}$	$t_{1/2} = \tau\frac{ln2}{2} = RC\frac{ln2}{2}$	

الدراســـــة النظـــرية لشحـــن المكثـــفـــة (القاطعة في الوضع 01)

المعادلة التفاضلية لتوتر المكثفة (خلال الشحن) في النظام الانتقالي

◆ حالة القاطعة في الوضع01

الشكل - 1 -



$$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$$

معادلة من الدرجة الاولى حلها من الشكل:

$$U_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right) = E\left(1 - e^{-t/RC}\right)$$

حالات خاصة: من اجل الزمن :

$t = 0\,; U_c(0) = E$

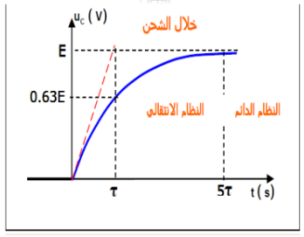
$t = \tau; U_c(\tau) = 0.63E$

$t = 5\tau; U_c(5\tau) = 0.99E$

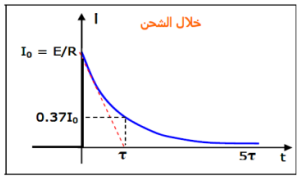
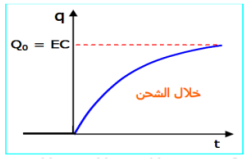
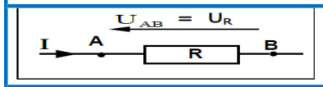
$t = \infty\,; U_c(\infty) = E$

ملاحظة مهمة : $e^{-5} = 6.73.10^{-3} \approx 0.01$

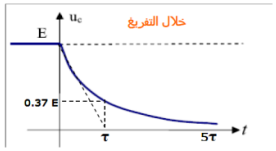
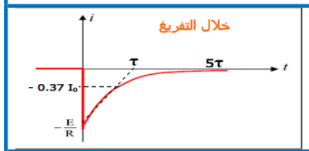
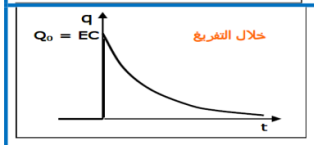
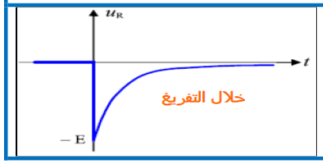
البيان :



ملخص لقوانين وحدة دراسة الظواهر الكهربائية (المكثفات وثنائي القطب RC)

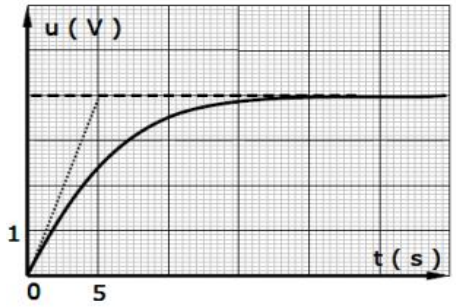
عبارة تطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$	$i(t) = C\frac{dU_c(t)}{dt} = I_0 e^{\frac{-t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$	البيان 
حالات خاصة:	$t = 0\,; i(0) = I_0$ $t = \tau; i(\tau) = 0.37I_0$ $t = 5\tau; i(5\tau) = 0.01I_0$ $t = \infty\,; i(\infty) = 0$	
المعادلة الزمنية لتطور الشحنة $q(t)$	$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = \frac{E}{RC}$ هي معادلة تفاضلية تقبل حل من الشكل: $q(t) = Q_0\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ $= CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$ $Q_0 = CE$	البيان 
المعادلة الزمنية لتطور توتر المقاومة $U_R(t)$	$U_R(t) = Ri(t) = RI_0 e^{\frac{-t}{\tau}} = Ee^{\frac{-t}{\tau}}$	

الدراســـــة النظـــرية لتفريـــــغ المكـــــثفـــة (القاطـــعة في الوضـــع 02)

المعادلة التفاضلية لتطور توتر المكثفة $U_c(t)$	$\frac{du_c(t)}{dt} + \frac{u_c(t)}{RC} = 0$ هي معادلة تفاضلية من الدرجة الاولى حلها هو $U_C(t) = Ee^{-t/\tau} = E\,e^{-t/RC}$	
المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي $i(t)$	$i_{(t)} = C\frac{dU_c(t)}{dt} = -I_0 e^{\frac{-t}{\tau}} = -\frac{E}{R}e^{\frac{-t}{RC}}$	
المعادلة الزمنية لتطور الشحنة $q(t)$	$\frac{dq(t)}{dt} + \frac{q(t)}{RC} = 0$ هي معادلة تفاضلية تقبل حل من الشكل: $q(t) = Q_0 e^{-t/\tau} = CEe^{-t/RC}$	
المعادلة الزمنية لتطور توتر المقاومة $U_R(t)$	$U_R(t) = Ri(t) = -RI_0 e^{\frac{-t}{\tau}} = -Ee^{\frac{-t}{\tau}}$	

التمرين الأول

نشحن بواسطة مولد مثالي $(E\ ,\ r = 0)$ مكثفة مربوطة على التسلسل مع مقاومة $R = 20\ k\Omega$. يمثل البيان التالي تغيرات التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة خلال الزمن .



1) ـ عبر عن شدة التيار في كل لحظة بدلالة $(u\ ,\ R\ ,\ E)$.

2) ـ أكمل الجدول التالي :

$t\ (s)$	0	5	10	15	20	25
$i\ (A)$						

3) ـ عين بيانيا قيمة ثابت الزمن τ لثنائي القطب $R\ C$ ؟

4) ـ أوجد قيمة C ؟

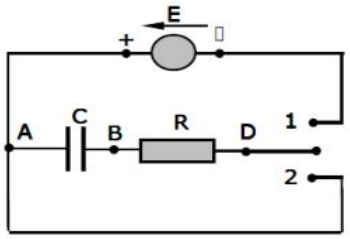
5) ـ أرسم البيان $i = f(t)$ ؟

6) ـ كيف تتطور شدة التيار ؟

التمرين الثاني

لدينا مولد لتوتر ثابت $E = 100\ V$ مقاومته الداخلية مهملة ، ناقل أومي مقاومته $R = 10\ k\Omega$ ، و مكثفة سعتها $C = 0.5\ \mu F$ ، بادلة أسلاك توصيل .

نحقق الدارة التالية :



1) ـ نضع البادلة في الوضع (1) عند اللحظة $t = 0$ فنبدأ عملية شحن المكثفة .

أ ـ أوجد المعادلة التفاضلية للدارة $u_{AB} = f(t)$ ؟

ب ـ تحقق أن حلها هو $u_{AB} = E\ (1 - e^{-t/\tau})$ ؟

جـ ـ مثل كيفيا تغيرات u_{AB} بدلالة الزمن ؟

د ـ ما هي دلالة فاصلة نقطة تقاطع المماس للبيان عند المبدأ مع المستقيم $u_{AB} = E$ ؟

هـ ـ أحسب ثابت الزمن لثنائي القطب $R\ C$ ؟

و ـ أحسب u_{AB} عند اللحظات $t_1 = \tau$ و $t_2 = 5\tau$ ؟

2) ـ نضع البادلة في الموضع (2) عند اللحظة $t = 0$.

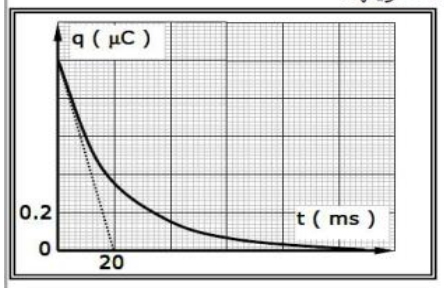
أ ـ أوجد المعادلة التفاضلية للدارة ؟

ب ـ أحسب u_{AB} من أجل $t_1 = 0$ ، $t_2 = \tau$ ، $t_3 = 5\tau$ ، $t \to \infty$ ؟

جـ ـ مثل تغيرات u_{AB} بدلالة الزمن ؟

التمرين الثالث

مكثفة سعتها C تم شحنها تحت توتر ثابت $(E = 5.0\ V)$. ثم أعيد تفريغها في ناقل أومي مقاومته $R = 10^5\ \Omega$ و ذلك عند اللحظة $t = 0$. يمثل البيان التالي تطورات شحنة المكثفة أثناء تفريغها .



1) ـ أكتب المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة $q\ (t)$ خلال التفريغ ؟

2) ـ بين أن حلها هو $q(t) = Q_0\ e^{-t/\tau}$ ؟

3) ـ برهن أن المماس للبيان عند المبدأ يقطع محور الأزمنة عند نقطة توافق $(t = \tau)$ ؟

4) ـ عين بيانيا ثابت الزمن ؟

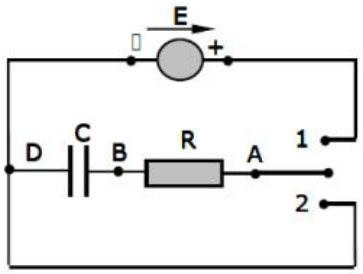
5) ـ أحسب سعة المكثفة C ؟

6) ـ أحسب شحنة المكثفة عند اللحظة $t = 0$ و $t = 5\tau$ ؟

7) ـ أحسب شدة التيار عند نفس اللحظتين السابقتين ؟

التمرين الرابع

تتألف دارة كهربائية من مولد للتوتر الثابت $E = 6\ V$ و مكثفة فارغة سعتها $C = 0.1\ \mu F$ و مقاومتها $R = 100\ k\Omega$ ، كما في الشكل :



1) ـ عند اللحظة $t = 0$ نضع البادلة في الوضع (1) فتبدأ عملية شحن المكثفة

أ ـ استعمل قانون أوم و قانون التوترات لكتابة المعادلة التفاضلية للدالة بدلالة $u_{BD} = u(t)$ ؟

ب ـ تحقق أن حل هذه المعادلة من الشكل : $U(t) = E + ae^{-bt}$ باختيار صحيح لـ b ؟

جـ ـ بين أن $a = -E$ ؟ ثم أوجد قيمة τ ؟

2) ـ أكمل الجدول التالي :

3) ـ أرسم البيان $u_{BD} = f(t)$ ؟

4) ـ نضع البادلة في الوضع 2 لتفريغ المكثفة ؟

أ ـ إلى أين تذهب الطاقة المخزنة في المكثفة ؟

ب ـ ما هي القيمة العددية لهذه الطاقة ؟

$t\ (s)$	0	τ	5τ
$u_{BD}\ (V)$			

التمرين الخامس

بكالوريا 2008 ت ر+رياضيات

في حصة للأعمال المخبرية ، اقترح الأستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثلة في الشكل لدراسة ثنائي القطب . تتكون الدارة من العناصر الكهربائية التالية :

* مولد توتره الكهربائي ثابت $E = 12\ V$ * مكثفة (غير مشحونة) سعتها $C = 1{,}0\ \mu F$

* ناقل أومي مقاومته $R = 5 \times 10^3\ \Omega$ * بادلة

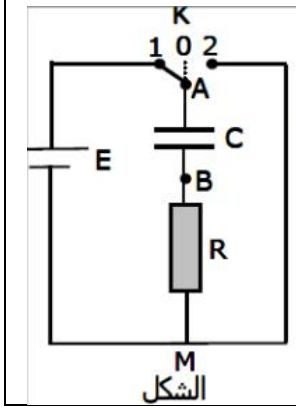
1 ـ نجعل البادلة في اللحظة $(t = 0)$ على الوضع (1).

أ ـ ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب ـ كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي U_{AB} ؟

جـ ـ بين أن المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها :

$$RC\frac{dU_{AB}}{dt} + U_{AB} = E$$



الشكل

د ـ اعط عبارة (τ) الثابت المميز للدارة ، و بين باستعمال التحليل البعدي انه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات (SI) .

ه ـ بين أن المعادلة التفاضلية السابقة (1 ـ جـ) تقبل العبارة $U_{AB} = E\ (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا لها .

و ـ أرسم شكل المنحنى البياني الممثل للتوتر الكهربائي $U_{AB} = f(t)$ و بين كيفية تحديد τ من البيان .

ي ـ قارن بين التوتر U_{AB} في اللحظة $t = 5\tau$ و E . ماذا تستنتج ؟

2 ـ بعد الانتهاء من الدراسة السابقة ، نجعل البادلة في الوضع (2) .

أ ـ ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب ـ أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية .