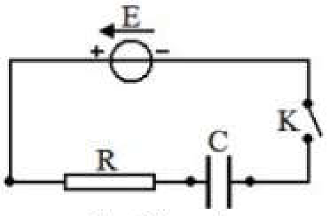
المستوى : 3 ع ت	الموضوع : دراسة الظواهر الكهربائية	

السلسلة -2- بكالوريا الجزائر -2009-

التمرين الأول : (الشعبة : العلوم التجريبية)

تتكون دارة كهربائية المبينة في الشكل -1- من العناصر التالية موصولة على التسلسل :

- مولد كهربائي توتره ثابت $E=6\ V$.
- مكثفة سعتها $C = 1.2\mu F$.
- ناقل أومي مقاومته $R=2K\Omega$.
- قاطعة K .



الشـــكل -1

1- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط بين $u_c(t)$ ، $\frac{du_c(t)}{dt}$ ، E ، R ، C .

2- تحقق إن كانت المعادلة التفاضلية المحصلة عليها تقبل العبارة : $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{1}{R.C}})$ كحل لها .

3- حدد وحدة المقدار RC ، ما مدلوله العملي بالنسبة لدارة الكهربائية ؟ أذكر اسمه .

4- أحسب قيمة التوتر الكهربائي $u_c(t)$ في اللحظات المدونة في الجدول التالي :

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_c(t)\ (V)$					

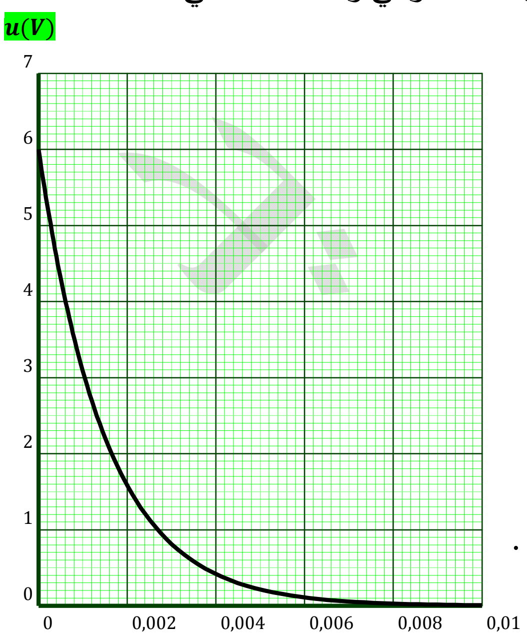
5- أرسم المنحنى البياني $u_c(t) = f(t)$.

6- أوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة E ، R ، C . ثم أحسب قيمتها في اللحظتين : $(t=0)$ و $(t = \infty)$.

7- أكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة ، احسب قيمتها عندها $(t = \infty)$.

التمرين الثاني : (الشعبة : العلوم التجريبية)

لدينا مكثفة $C = 1 \times 10^{-1}\mu F$ مشحونة مسبقا بشحنة كهربائية مقدرها $q = 0.6 \times 10^{-6}C$ ، وناقل أومي مقاومته $R=15K\Omega$ نحقق دارة الكهربائية على التسلسل باستعمال المكثفة و الناقل الأومي وقاطعة K . في اللحظة $t=0$ نغلق القاطعة .



1- أرسم مخطط الدارة الموصوفة سابقا .

2- مثل على المخطط :

- جهة مرور التيار الكهربائي في الدارة .

3- أوجد العلاقة بين u_R و u_C .

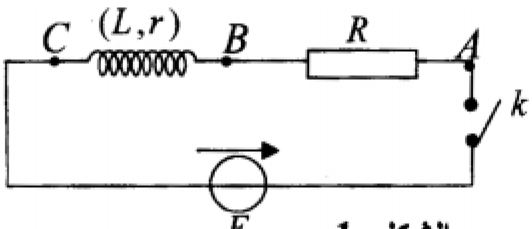
4- بالاعتماد على قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة u_C .

5- إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل : $u_C(t) = a.e^{bt}$ حيث a، b ثابتين يطلب تعين قيمة كل منهما .

6- أكتب العبارة الزمنية للتوتر u_C .

7- إن العبارة الزمنية $u_C = f(t)$ تسمح برسم البيان الشكل -1- : اشرح على البيان الطريقة المتبعة للتأكد من القيم المحسوبة سابقا (السؤال 5) .

التمرين الثالث : (الشعبة: رياضيات و تقني رياضي)



الشكل -1-

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

- مولد ذي توتر ثابت $E= 12\ V$.
- وشيعة ذاتيتها $L=300mH$ مقاومتها $r =10\Omega$.
- ناقل أومي مقاومته $R =110\Omega$.
- قاطعة K. الشكل -1-

1- في اللحظة t=0 نغلق القاطعة K :

أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة .

2- كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم ؟ وما هي عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 الذي يجتاز الدارة .

3- باعتبار العلاقة $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال -1-

أ- أوجد العبارة الحرفية لكل من A و τ .

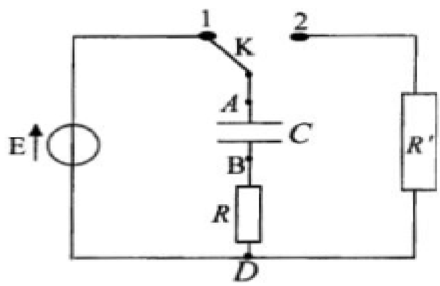
ب- استنتج عبارة التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة .

4- أ- أحسب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم .

ب- أرسم كيفيا شكل البيان $u_{BC} = f(t)$.

التمرين الرابع : (الشعبة: رياضيات و تقني رياضي)

نحقق التركيب الكهربائي التجريبي المبين في الشكل المقابل باستعمال التجهيز



- مكثفة سعتها (C) غير مشحونة .
- ناقلين أوميين مقاومتيهما $(R=R'= 470\Omega)$.
- مولد ذي توتر ثابت (E) .
- بادلة (K) ، اسلاك توصيل .

1- نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة t=0:

أ- بين على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة ثم مثل بأسهم التوترين u_R و u_c .

ب- عبر عن u_R و u_c بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$ ثم أوجد المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q .

جـ- تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل : $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$. عبر عن A و α بدلالة C ، R ، E .

د- اذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة (5V) ، استنتج قيمة (E) .

هـ - عندما تشحن المكثفة كيا تخزن طاقة $(E_c = 5mJ)$ ، استنتج سعة المكثفة (C) .

2- نجعل البادلة الآن عند الوضع (2) :

أ- ماذا يحدث للمكثفة ؟

ب- قارن بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة (K) .

	الموضوع : دراسة الظواهر الكهربائية	المستوى : 3 ع ت

حل السلسلة -2- بكالوريا الجزائر -2009-

التمرين الأول : (الشعبة : العلوم التجريبية)

1- بتطبيق قانون جمع التوترات إيجاد المعادلة التفاضلية التي تربط بين $u_c(t)$ ، $\frac{du_c(t)}{dt}$ ، E ، R ، C :

- بتطبيق قانون جع التوترات نجد : $u_c + u_R = E$ لدينا : $u_R = R.i$ و $i = C\frac{du_c}{dt}$ ومنه $u_R = R.C\frac{du_c}{dt}$

إذن : $\frac{du_c}{dt} + \frac{1}{R.C}u_c = \frac{E}{R.C}$ و هو المطلوب

2- التحقق إن كانت المعادلة التفاضلية المحصلة عليها تقبل العبارة : $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{1}{R.C}})$ كحل لها :

باشتقاق عبارة $u_c(t)$ بالنسبة لزمن نجد : $\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{R.C}}$ ثم نعوضها في المعادلة التفاضلية السابقة نجد :

$$\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{R.C}} + \frac{1}{R.C}E(1 - e^{-\frac{t}{R.C}}) = \frac{E}{R.C} \Leftarrow \cancel{\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{R.C}}} - \cancel{\frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{R.C}}} + \frac{E}{R.C} = \frac{E}{R.C} \Leftarrow \frac{E}{R.C} = \frac{E}{R.C}$$

إذن $u_c(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$ هو حل للمعادلة التفاضلية .

3- تحديد وحدة المقدار RC :

التحليل البعدي:

$$u_R = R.i \Leftarrow R = \frac{u_R}{i} \Leftarrow [R] = \frac{[V]}{[I]}$$

$$i = C\frac{du_c}{dt} \Leftarrow [C] = \frac{[I]\times[T]}{[V]}$$

$[T] = \frac{[V]\times[I]\times[T]}{[I]\times[V]} = [R]\times[C]$ ومنه الجداء $[R]\times[C]$ له نفس وحدة قياس الزمن ويقدر بوحدة الثانية (s) .

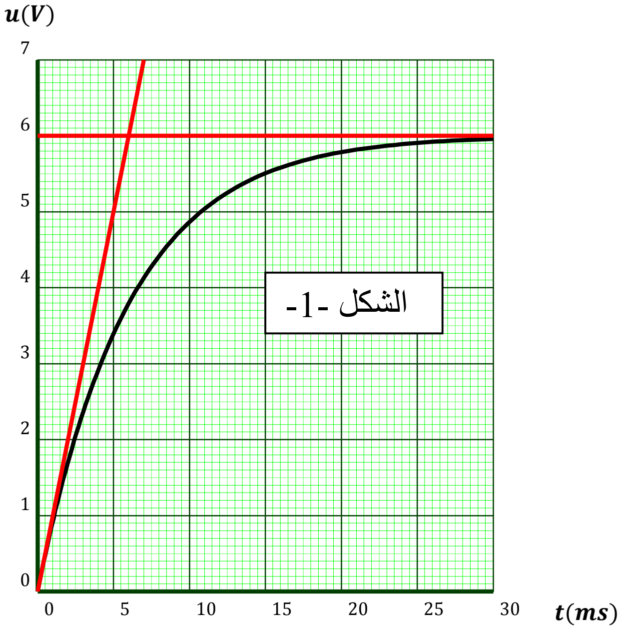
- يمثل علميا : الزمن اللازم لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة 63% من قيمته العظمى أثناء الشحن.

- اسمه : ثابت الزمن ، يرمز له بالرمز $\tau = R.C$

4- حساب قيمة التوتر الكهربائي $u_c(t)$ في اللحظات المدونة في الجدول التالي :

$t(ms)$	0	6	12	18	24
$u_c(t)\ (V)$	0	3.79	5.19	5.70	5.89

5- رسم المنحنى البياني $u_c(t) = f(t)$: الشكل -1-



الشكل -1-

6- إيجاد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي $i(t)$ بدلالة E ، R ، C :

لدينا : $\frac{du_c}{dt} = \frac{E}{R.C}e^{-\frac{t}{R.C}}$ و $i = C\frac{du_c}{dt}$ ومنه نجد :

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{R.C}}$$

- حساب قيمتها في اللحظتين: $(t=0)$ و $(t = \infty)$:

$$i(0) = \frac{E}{R}e^{-\frac{0}{R.C}} = \frac{E}{R} = \frac{6}{5\times10^3} = 1.2\ mA$$

$$i(\infty) = 0\ mA$$

7- كتابة عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة :

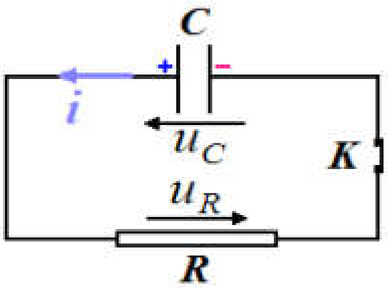
$$E_C=\frac{1}{2}C.u_C^2(t) \Longrightarrow E_C=\frac{1}{2}C.E^2.\left(1-e^{-\frac{t}{\tau}}\right)^2$$

- الطاقة الأعظمية : $u_c(\infty)=E$ ومنه :

$E_C(\infty)=\frac{1}{2}C.E^2=0.5\times1.2\times10^{-6}\times6^2=2.16\times10^{-5}j$ ومنه : $E_C(\infty)=21.6\ \mu j$

التمرين الثاني : (الشعبة : العلوم التجريبية)

1- و 2- أنظر الشكل المقابل :



3- إيجاد العلاقة بين u_R و u_C :

$$u_C+u_R=0 \Longrightarrow u_C=-u_R$$

4- بالاعتماد على قانون جمع التوترات إيجاد المعادلة التفاضلية بدلالة u_C :

بتطبيق قانون جع التوترات نجد : $u_C+u_R=0$ لدينا :

$u_R=R.i$ و $i=C\frac{du_C(t)}{dt}$

ومنه $u_R=R.C\frac{du_C(t)}{dt}$ إذن : $\frac{du_C(t)}{dt}+\frac{1}{R.C}u_C(t)=0$ وهو المطلوب

5- إن حل المعادلة التفاضلية السابقة هو من الشكل : $u_C(t)=a.e^{bt}$ حيث a، b ثابتين

- تعين قيمة كل من a، b :

نشتق عبارة $u_C(t)$ بالنسبة لزمن نجد : $\frac{du_C(t)}{dt}=a\times b\ e^{b.t}$ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$a\times b\ e^{bt}+\frac{a}{R.C}e^{bt}=0 \Longrightarrow a\ e^{bt}\left(b+\frac{1}{R.C}\right)=0 \Longrightarrow \left(b+\frac{1}{R.C}\right)=0 \Longrightarrow b=-\frac{1}{R.C}$$

$$b=-\frac{1}{R.C}=-666.7$$

- تحديد عبارة الثابت a من الشروط الابتدائية : لما $t=0$: لدينا

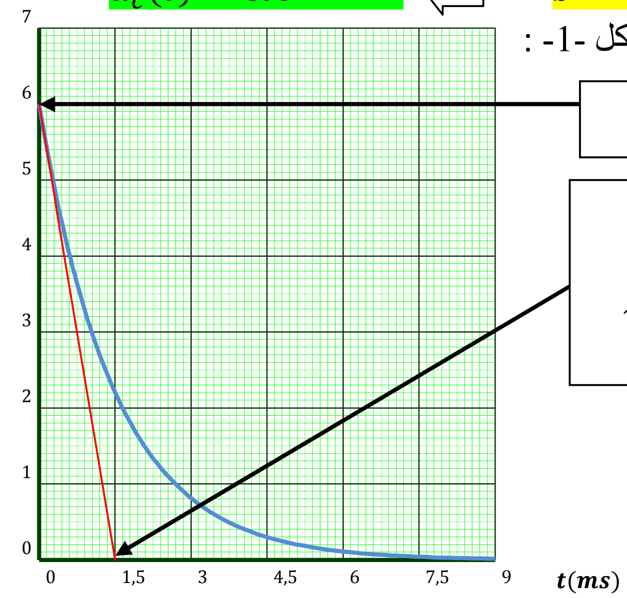
$u_c(0)=a.e^{b\times0}=a=\frac{q}{c}=\frac{0.6\times10^{-6}}{1\times10^{-7}}=6V=E$ إذن : $a=E=6\ V$

6- العبارة الزمنية للتوتر u_C :

لدينا : $u_c(t)=a.e^{bt}$ و $a=E=6\ V$ و $b=-666.7 \Longrightarrow u_c(t)=6.e^{-666.7\ t}$

7- إن العبارة الزمنية $u_c=f(t)$ تسمح برسم البيان الشكل -1- :

بيانيا :



$$u_c(0)=6\ V=a$$

$$\tau=1.5\times10^{-3}\ s$$

$$\tau=-\frac{1}{b}=\frac{-1}{-666.7}=1.5\times10^{-3}s$$

وهي نفس القيم لـ a، b المتحل عليها في السؤال -5-

التمرين الثالث : (الشعبة: رياضيات و تقني رياضي)

1- إيجاد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة :

بتطبيق قانون جمع التوترات : $u_R + u_b = E$

نعلم أن: $u_b = ri + L\frac{di}{dt}$ و $u_R = R.i$ أي : $R.i + r.i + L\frac{di}{dt} = E$ إذن : $(R+r)i + L\frac{di}{dt} = E$

بقسمة طرفي المعادلة على L نجد : $\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i = \frac{E}{L}$ و هي المعادلة التفاضلية لتطور شدة التيار الكهربائي في الدارة .

2- في النظام الدائم تسلك الوشيعة سلوك ناقل أومي عادي لأن : $\frac{di}{dt} = 0$ عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 الذي يجتاز الدارة : $\frac{(R+r)}{L}I_0 = \frac{E}{L}$ ⟸ $I_0 = \frac{E}{(R+r)} = 0.1A$

3- باعتبار العلاقة $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال -1-

أ- إيجاد العبارة الحرفية لكل من A و τ :

$i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ بالاشتقاق بالنسبة لزمن نجد : $\frac{di}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$ نعوض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{(R+r)}{L}A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{E}{L} \qquad A.e^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau} - \frac{(R+r)}{L}\right) + \frac{A(R+r)}{L} = \frac{E}{L}$$

إذن : $\frac{1}{\tau} - \frac{(R+r)}{L} = 0$ ⟸ $\tau = \frac{L}{(R+r)}$ و $\frac{A(R+r)}{L} = \frac{E}{L}$ ⟸ $A = \frac{E}{(R+r)}$

ب- استنتاج عبارة التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة : بوضع $u_b = u_{BC}$

بتطبيق قانون جمع التوترات: $u_R + u_b = E$ إذن : $u_b = E - u_R = E - R.i$

$$u_b = E - R\left(I_0(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t})\right) = E - RI_0 + R.I_0.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}$$

- نعلم أن $E = I_0(R+r)$ ومنه $E = I_0.R + I_0.r$ ⟸ $I_0 = \frac{E}{(R+r)}$

ومنه : $u_b = I_0.r + R.I_0.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}$: $u_b = I_0.\left(r + R.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$

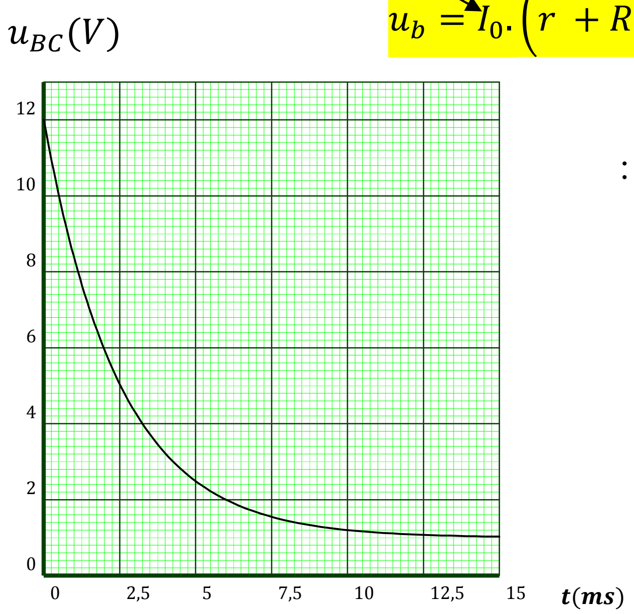
⟸ $u_b(t) = \frac{E}{R+r}\left(r + Re^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$

4- أ- حساب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم :

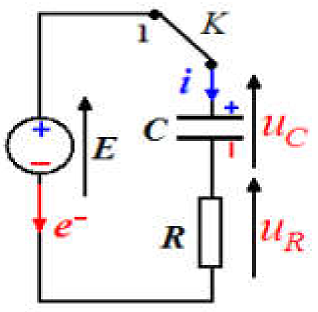
$u_b = I_0.\left(r + R.e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$

⟸ $u_{BC} = I_0.r = 0.1 \times 1 = 1V$

ب- رسم كيفيا شكل البيان $u_{BC} = f(t)$:



التمرين الرابع : (الشعبة: رياضيات و تقني رياضي)



1- نضع البادلة عند الوضع (1) في اللحظة t=0:

أ- لاحظ على الشكل جهة التيار الكهربائي المار في الدارة وأسهم التوترين u_R و u_c :

ب- التعبير عن u_R و u_c بدلالة شحنة المكثفة $q = q_A$:

$u_c = \frac{q}{c}$ و $i = \frac{dq}{dt}$ ومنه : $u_R = R.i = R\frac{dq}{dt}$

- المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q

بتطبيق قانون جمع التوترات :

$u_c + u_R = E$ إذن $\frac{q}{c} + R\frac{dq}{dt} = E$ وبقسمة طرفي المعادلة على المقدار R

نحصل على المطلوب : $\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$

جـ - تقبل هذه المعادلة التفاضلية حلا من الشكل : $q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$.

التعبير عن A و α بدلالة C ، R ، E :

$\frac{dq}{dt} = A.\alpha e^{-\alpha t}$ نعوض المعادلة التفاضلية نجد : $\Longleftarrow q(t) = A(1 - e^{-\alpha t})$

$$A.e^{-\alpha t}\left(\alpha - \frac{1}{RC}\right) + \frac{A}{RC} = \frac{E}{R} \Longleftarrow A.\alpha e^{-\alpha t} + \frac{1}{RC}A(1 - e^{-\alpha t}) = \frac{E}{R}$$

إذن : $\alpha - \frac{1}{RC} \Longrightarrow \alpha = \frac{1}{RC}$ و $\frac{A}{RC} = \frac{E}{R} \Longrightarrow A = E.C$

أي أن : $q(t) = E.C(1 - e^{-\frac{t}{R.C}})$

د- استنتاج قيمة (E) اذا كانت قيمة التوتر الكهربائي عند نهاية الشحن بين طرفي المكثفة (5V) عندئذ التيار لا يمر لأن المكثفة مشحونة نهائيا (i=0) : $u_c = E = 5V$ النظام الدائم.........

هـ - استنتاج سعة المكثفة (C) عندما تشحن المكثفة كليا تخزن طاقة $(E_c = 5mJ)$:

$$E_C = \frac{1}{2}C.u_{c\,max}^2 = \frac{1}{2}C.E^2 \Longrightarrow C = \frac{2\times E_C}{E^2} \Longrightarrow C = \frac{2\times5\times10^{-3}}{5^2} = 4\times10^{-4}F = 100\mu F$$

2- نجعل البادلة الآن عند الوضع (2) :

أ- يحدث للمكثفة تفريغ كهربائي في الناقل الأومي .

ب- المقارنة بين قيمتي ثابت الزمن الموافق للوضعين (1) ثم (2) للبادلة (K) :

- ثابت الزمن في الوضع (1) للبادلة : $\tau_1 = R.C = 470 \times 400 \times 10^{-6} = 0.188s$

- ثابت الزمن في الوضع (2) للبادلة : $\tau_2 = (R + R').C = (2 \times R) \times C = 2\tau_1$

- نستنتج أن ثابت الزمن لدارة التفريغ يعادل ضعف ثابت الزمن لدارة الشحن .