

1. Étude d'une trajectoire idéale

Q1. Système {ballon} de masse m et de centre de masse M.

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère d'étude (Oxy).

Dans le cas d'une chute libre, le ballon n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection selon les axes Ox et Oy du repère choisi et compte tenu du sens du vecteur \vec{g} indiqué sur le schéma il vient :

$$\vec{a}(t) \begin{cases} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_y(t) = g_y = -g \end{cases}$$

Q2. $\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_x(t) = \frac{dv_x(t)}{dt}$ et $a_y(t) = \frac{dv_y(t)}{dt}$

Ainsi en primitivant on obtient $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g \cdot t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

Coordonnées du vecteur vitesse initiale \vec{v}_0 : $\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_{0y} = v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 = \vec{v}(t=0)$ on a :

$$\begin{aligned} v_0 \cdot \cos \alpha &= Cte_1 \\ v_0 \cdot \sin \alpha &= 0 + Cte_2 \end{aligned}$$

Enfinement : $\vec{v} \begin{cases} v_x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y(t) = -g \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$

Q3. À chaque instant $\vec{v} = \frac{d\overline{OM}}{dt}$ donc $v_x(t) = \frac{dx(t)}{dt}$ et $v_y(t) = \frac{dy(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $\overline{OM}(t) \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + Cte_3 \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le ballon est au point M₀ de coordonnées ($x(0) = 0$; $y(0) = H_m$) donc :

$$\begin{aligned} 0 + Cte_3 &= 0 \\ 0 + 0 + Cte_4 &= H_m \end{aligned}$$

Enfinement, on obtient les équations horaires $\overline{OM} \begin{cases} x(t) = v_0 \cdot \cos(\alpha) \cdot t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + v_0 \cdot \sin(\alpha) \cdot t + H_m \end{cases}$

Q4. $t = \frac{x(t)}{v_0 \cdot \cos(\alpha)}$

$$y(x) = -\frac{1}{2} \cdot g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cdot \cos(\alpha)} + H_m$$

$$y(x) = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + x \cdot \tan(\alpha) + H_m$$

Q5. Le centre du panier a pour coordonnées C($x_C = L$; $y_C = H_a$)
Remplaçons ces coordonnées dans l'équation de la trajectoire.

$$H_a = -\frac{g}{2.v_{0c}^2.\cos^2(\alpha)}.L^2 + L.\tan(\alpha) + H_m$$

$$\frac{g}{2.v_{0c}^2.\cos^2(\alpha)}.L^2 = -H_a + L.\tan(\alpha) + H_m$$

$$g.L^2 = (-H_a + L.\tan(\alpha) + H_m).2.v_0^2.\cos^2(\alpha)$$

$$\frac{g.L^2}{(-H_a + L.\tan(\alpha) + H_m).2.\cos^2(\alpha)} = v_{0c}^2$$

$$v_{0c} = \sqrt{\frac{g.L^2}{2.\cos^2(\alpha).(L.\tan(\alpha) + H_m - H_a)}}$$

$$\sqrt{\frac{9.8 \times 4.6^2}{2 \times \cos^2(49.5) \times (4.6 \times \tan(49.5) + 2.3 - 3.05)}} = 7.281888942 \text{E}0$$

Q6. $v_{0c} = \sqrt{\frac{9,8 \times 4,6^2}{2.\cos^2(49,5^\circ).(4,6 \times \tan(49,5^\circ) + 2,30 - 3,05)}} = 7,3 \text{ m.s}^{-1}$

Attention calculatrice en degrés.

Q7. Par lecture graphique sur la figure 2-b, la vitesse minimale correspond à un angle d'environ $55,2^\circ$.

Ainsi à 2 m, la vitesse initiale est plus faible que lors d'un lancer franc.
Par contre l'angle est plus élevé.
À 2 m, on réalise un tir plus en cloche.

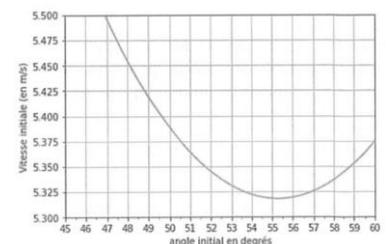


Figure 2-b. Agrandissement de la zone entourée de la figure 2-a

Q8. On a vu précédemment que $v_{0c} = \sqrt{\frac{g.L^2}{2.\cos^2(\alpha).(L.\tan(\alpha) + H_m - H_a)}}$,

pour α qui se rapproche de 90° alors v_{0c} tend vers l'infini.
Plus l'angle augmente et plus le tir est vertical, plus il faut tirer fort en cloche.
Un tir à 90° est parfaitement vertical, il est logique qu'alors on ne puisse pas atteindre le panier.

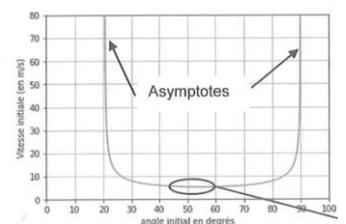


Figure 2-a. Vitesse initiale à donner au ballon à

Q9. $\max(y) < H_a$ signifie que la plus grande altitude atteinte par le centre de masse M est inférieure à l'altitude du centre du panier. Ce qui correspond à la condition « le ballon ne passe pas au-dessus de l'arceau ».

Q10. La condition 2 indique que le ballon ne doit pas rebondir sur le bord du panier pour que le tir soit parfait. Pour cela, le ballon ne doit pas trop s'approcher de l'arceau.
La fonction d_{bord} est définie ligne 87, c'est la distance entre le centre du ballon et le bord de l'arceau.



La ligne 91 indique que si d_{bord} est inférieure au rayon du ballon alors la condition 2 n'est pas respectée. En effet le ballon toucherait l'arceau.

Q11. Le site internet conseille un angle de tir compris entre 47° et 55° , ce qui est supérieur à 45° angle minimal indiqué par la simulation.
Ces deux indications sont bien en accord.

2. Étude du dribble et du rebond du ballon

Q12. La courbe 2 montre une diminution d'énergie juste après le lâcher.

Elle représente l'énergie potentielle de pesanteur, $E_{pp} = m.g.h$ avec l'altitude h qui diminue au début.

La courbe 3 correspond à une augmentation d'énergie.

Elle représente l'énergie cinétique, en effet $E_c = \frac{1}{2}.m.v^2$ et la vitesse augmente au début du lâcher.

Enfin la courbe 1 correspond à l'énergie mécanique, elle donne des valeurs égales à la somme des deux autres courbes en accord avec $E_m = E_c + E_{pp}$.

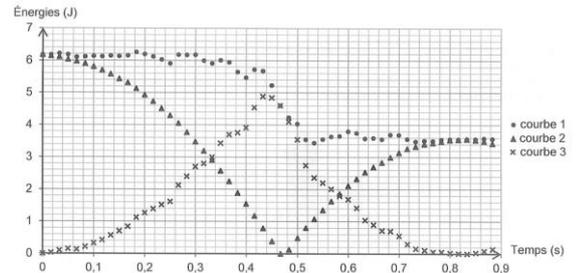


Figure 4. Évolution des énergies au cours du temps

Q13. Avant le rebond, on lit $6,0 \leq E_m \leq 6,2$ J.

Après le rebond, au-delà de 0,5 s, on lit $3,4 \leq E_m \leq 3,6$ J.

L'énergie perdue est bien voisine de 2,5 J.

Q14. En présence de frottements, l'énergie mécanique devrait diminuer en dehors des rebonds.

Or, en dehors des rebonds, l'énergie mécanique varie peu, moins de 0,2 J.

Cette faible variation est sans doute due aux erreurs de pointage du centre du ballon.

Ainsi on peut négliger les frottements.

Q15. Position 1

Vitesse minimale $v_1 = ?$

Altitude $h = 1,0$ m

Énergie mécanique E_{m1}

Position 2 le ballon est remonté

vitesse nulle

Altitude $h = 1,0$ m

Énergie mécanique $E_{m2} = E_{m1} - 2,5$ J

$$E_{m2} = E_{m1} - 2,5$$

$$m.g.h = m.g.h + \frac{1}{2}.m.v_1^2 - 2,5$$

$$\frac{1}{2}.m.v_1^2 = 2,5$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 2,5}{m}}$$

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 \times 2,5}{0,600}} = 2,9 \text{ m.s}^{-1} \text{ (X3,6 = 10 km.h}^{-1}\text{)}$$

$$\sqrt{\frac{2 \times 2,5}{0,6}} = 2.886751346 \text{ E}0$$

3. Entendre l'arbitre lors du match

Q16. Le bruit ambiant est de 80 dB.

Le joueur le plus éloigné, à $d_1 = 20$ m, doit percevoir un son de sifflet de niveau sonore supérieur à $L_1 = 83$ dB.

On peut déterminer l'intensité sonore I_1 qui correspond et en déduire la puissance sonore que doit produire le sifflet.

$$L_1 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\frac{L_1}{10} = \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right)$$

$$\frac{I_1}{I_0} = 10^{\frac{L_1}{10}}$$

$$I_1 = I_0 \times 10^{\frac{L_1}{10}}$$

$$I_1 = 10^{-12} \times 10^{\frac{83}{10}} = 10^{-12+8,3} = 10^{-3,7} \text{ W.m}^{-2} \quad \text{on n'arrondit pas ce résultat intermédiaire.}$$

On peut en déduire P :

$$I_1 = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d_1^2} \quad \text{donc } P = I_1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot d_1^2$$

On peut calculer I_2 à la distance $d_2 = 1,0$ m correspondant au joueur remplaçant.

$$I_2 = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d_2^2} = \frac{I_1 \cdot 4 \cdot \pi \cdot d_1^2}{4 \cdot \pi \cdot d_2^2} = \frac{I_1 \cdot d_1^2}{d_2^2}$$

$$I_2 = \frac{10^{-3,7} \times 20^2}{1,0^2} = 8,0 \times 10^{-2} \text{ W.m}^{-2}$$

$$10^{-3,7} * 20^2$$
$$7.98104926E-2$$

Enfin on calcule le niveau sonore L_2

$$L_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)$$

$$L_2 = 10 \cdot \log\left(\frac{7,9810 \cdot 10^{-2}}{1,0 \times 10^{-12}}\right) = 109 \text{ dB}$$

$$10 * \log\left(\frac{7.98104926E-2}{1E-12}\right)$$
$$1.090205999E2$$

Le joueur le plus proche perçoit le sifflet avec un niveau d'intensité sonore de 109 dB.

La figure 5 montre que cela est supérieur au seuil de danger.

Le remplaçant devrait porter des protections auditives.

On sait bien que cela n'est pas le cas en réalité, en effet le joueur risquerait alors de ne plus entendre ses coéquipiers. Ce qui poserait un problème pour le jeu.

Merci de nous signaler d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

1. Étude des réactifs de la synthèse du cinnamate de méthyle

Q1. L'acide cinnamique appartient à la famille des **acides carboxyliques** car son nom dans la nomenclature systématique comprend « acide ... oïque ».

Q2. L'acide cinnamique ne peut correspondre qu'à la formule A qui est un acide carboxylique avec le groupe carboxyle COOH (B est une cétone et C un ester).

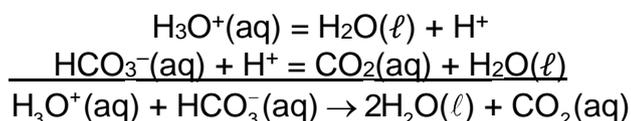
2. Synthèse du cinnamate de méthyle à partir du chlorure de cinnamoyle

Q3. Il s'agit d'une réaction de **substitution** car $-Cl$ est remplacé (substitué) par $-O-CH_3$.

Q4. En Chimie, le port de la blouse et de lunettes de protection est obligatoire. Le dichlorométhane étant nocif ou irritant, on portera également des gants de protection. On pourra éventuellement travailler sous hotte pour se protéger des vapeurs.

Q5. On utilise le dichlorométhane comme solvant car les deux réactifs (chlorure de cinnamoyle et méthanol) y sont solubles tandis que le chlorure de cinnamoyle est peu soluble dans l'eau : la réaction y serait plus difficile et donc plus lente.

Q6. L'équation de la réaction entre les ions H_3O^+ (acide) et HCO_3^- (base) est :



L'effervescence observée provient du CO_2 formé qui est peu soluble dans l'eau et passe à l'état gazeux (comme dans les boissons pétillantes).

Q7. Étudions d'abord la réaction de synthèse dont les réactifs sont le chlorure de cinnamoyle (qu'on abrègera en CdC) et le méthanol (qu'on abrègera en ol).

Déterminons le réactif limitant :

- $n(CdC)_i = \frac{m(CdC)_i}{M(CdC)}$ donc $n(CdC)_i = \frac{8,3}{166,6} = 5,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$
- $n(ol)_i = \frac{m(ol)_i}{M(ol)} = \frac{\rho(ol) \times V(ol)_i}{M(ol)}$ donc $n(ol)_i = \frac{0,792 \times 4,0}{32,0} = 9,9 \times 10^{-2} \text{ mol}$

On constate que $\frac{n(CdC)_i}{1} < \frac{n(ol)_i}{1}$ donc le CdC est le réactif limitant.

Rq : ce n'est pas surprenant car c'est le précurseur du cinnamate de méthyle que l'on veut synthétiser.

D'après l'équation de la réaction de synthèse : $\frac{n(CdC)_i}{1} = \frac{n(HCl)_{MAX}}{1}$

D'après l'énoncé (réaction totale entre HCl et l'eau) : $\frac{n(HCl)_{MAX}}{1} = \frac{n(H_3O^+)_{formé}}{1}$

D'après l'équation de réaction de Q6 : $\frac{n(HCO_3^-)_{min}}{1} = \frac{n(H_3O^+)_{formé}}{1}$

Finalement, $n(HCO_3^-)_{min} = n(H_3O^+)_{formé} = n(HCl)_{MAX} = n(CdC)_i$

En conclusion $n(HCO_3^-)_{min} = n(CdC)_i$ soit $C \times V_{min} = n(CdC)_i$

D'où $V_{min} = \frac{n(CdC)_i}{C}$

soit $V_{min} = \frac{5,0 \times 10^{-2} \text{ mol}}{0,50 \text{ mol.L}^{-1}} = 0,10 \text{ L}$.

Q8. Par définition du rendement : $\eta = \frac{n(\text{pro})_{\text{exp}}}{n(\text{pro})_{\text{MAX}}} = \frac{n(\text{CdM})_{\text{exp}}}{n(\text{CdM})_{\text{MAX}}}$ ici (en notant CdM le cinnamate de méthyle).

On a démontré en Q7. que le CdC est le réactif limitant donc $\frac{n(\text{CdM})_{\text{MAX}}}{1} = \frac{n(\text{CdC})_i}{1}$

$$\text{Ainsi, } \eta = \frac{\left(\frac{n(\text{CdM})_{\text{exp}}}{M(\text{CdM})} \right)}{n(\text{CdC})_i}$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{6,2}{162,2} \right)}{5,0 \times 10^{-2}} = 0,76, \text{ soit } 76 \%$$

Ce rendement est bien meilleur que les 40 % de l'autre procédé de synthèse.

1. Le Lithium

Q1. Par définition, un réducteur est une espèce qui cède des électrons.

Dans la réaction étudiée, le Lithium Li se transforme en ion Li^+ en cédant un électron ($\text{Li(s)} = \text{Li}^+(\text{aq}) + \text{e}^-$) donc il s'agit bien d'un réducteur.

Q2. Le Lithium étant le réactif limitant, d'après l'équation de réaction : $\frac{n(\text{Li})_i}{2} = \frac{n(\text{H}_2)_{\text{MAX}}}{1}$.

$$\text{Or } n(\text{H}_2)_{\text{MAX}} = \frac{V(\text{H}_2)_{\text{MAX}}}{V_m} \text{ donc } V(\text{H}_2)_{\text{MAX}} = \frac{n(\text{Li})_i}{2} \times V_m = \frac{m(\text{Li})_i \times V_m}{2 \times M(\text{Li})}.$$

$$\text{Donc } V(\text{H}_2)_{\text{MAX}} = \frac{0,5 \times 24,4}{2 \times 6,9} = 0,9 \text{ L.}$$

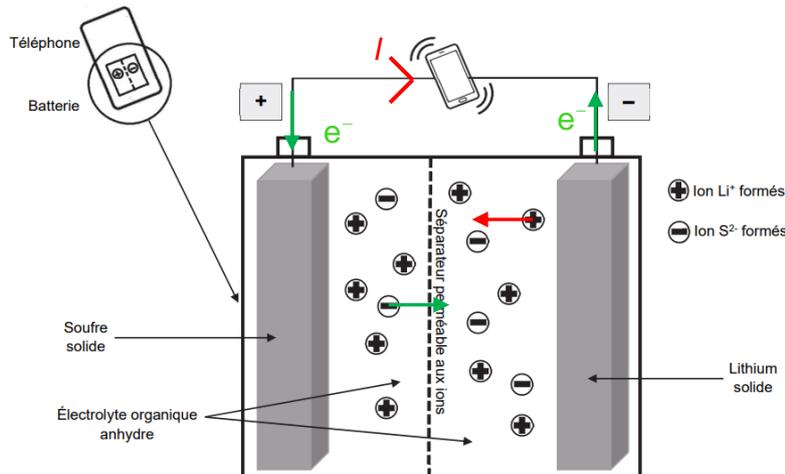
Il est donc fondamental d'utiliser un électrolyte organique anhydre (sans eau) car le Lithium réagirait avec l'eau et produirait du gaz ce qui ferait exploser la pile (sans parler des risques d'explosion avec la combustion du dihydrogène).

2. La batterie Lithium – Soufre (qu'on l'achève ou lui donne du paracétamol)

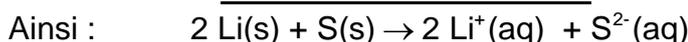
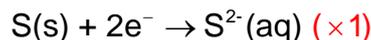
Q3. À l'électrode négative, des électrons sont fournis au circuit : il y a oxydation (perte d'électrons) selon l'équation $\text{Li(s)} \rightarrow \text{Li}^+(\text{aq}) + \text{e}^-$ (avec \rightarrow au lieu de $=$ car c'est une réaction à l'électrode et pas une demi-équation).

À l'électrode positive, des électrons provenant du circuit sont consommés : il y a réduction (gain d'électrons) selon l'équation : $\text{S(s)} + 2\text{e}^- \rightarrow \text{S}^{2-}(\text{aq})$.

Q4.



Q5. « Normalement », on obtient l'équation de fonctionnement de la pile en combinant les équations aux électrodes :



Mais l'énoncé nous précise que les ions réagissent pour former un précipité peu soluble dans l'eau ; on en déduit que finalement : $2 \text{Li(s)} + \text{S(s)} \rightarrow \text{Li}_2\text{S(s)}$

Q6. L'énoncé nous rappelle que $Q = I \times \Delta t \Leftrightarrow \Delta t = \frac{Q}{I}$

$$\text{soit } \Delta t = \frac{3500 \text{ mAh}}{0,55 \text{ A}} = \frac{3500 \times 10^{-3} \text{ Ah}}{0,55 \text{ A}} = 6,4 \text{ h.}$$

Q7. Vu que $Q_{\text{massique}} = 300 \text{ mAh.g}^{-1}$, on en déduit que 1 g de matière active a une capacité de 300 mAh. Par proportionnalité, pour avoir une capacité de 3500 mAh, il faut $\frac{3500}{300} = 11,6$ g soit environ 12 g.

De même, par proportionnalité, la durée d'utilisation ramenée à 1 g de matière active est : $\frac{6,4}{11,6} = 0,55 \text{ h}$.

Q8. Déterminons la capacité d'une pile Lithium – Soufre contenant 1 g de Soufre (on considèrera le Lithium en excès).

Par définition, $Q = n(e^-) \times N_A \times e = n(e^-) \times F$

D'après l'équation à l'électrode de Soufre, $\text{S(s)} + 2e^- \rightarrow \text{S}^{2-}(\text{aq})$ donc $\frac{n(e^-)}{2} = \frac{n(\text{S})_i}{1}$

Donc $Q = 2 \times n(\text{S})_i \times F = 2 \times \frac{m(\text{S})_i}{M(\text{S})} \times F$

soit $Q = 2 \times \frac{1,0}{32,1} \times 96500 = 6,0 \times 10^3 \text{ C}$

Or $1 \text{ mAh} = 3,6 \text{ C}$ donc $Q = \frac{6,0 \times 10^3}{3,6} \text{ C} = 1,7 \times 10^3 \text{ mAh}$

On en déduit que $Q_{\text{massique}}(\text{S}) = 1,7 \times 10^3 \text{ mAh.g}^{-1}$

En reprenant le raisonnement de Q6 : $\Delta t = \frac{Q}{I}$

$$\text{Soit ici } \Delta t = \frac{1,7 \times 10^3 \text{ mAh}}{0,55 \text{ A}} = \frac{1,7 \text{ Ah}}{0,55 \text{ A}} = 3,1 \text{ h}$$

Cette valeur est environ 6 fois supérieure à celle de la batterie Lithium – ion étudiée précédemment.