

2024 Métropole Jour 2

Exercice 1 - Autour du basket-ball (11 points)

Le basket-ball est le deuxième sport collectif pratiqué en France, et le premier dans les catégories féminines (source : *SIMM-Consojunior 2011*). Il figure parmi les sports olympiques lors des Jeux Olympiques de Paris 2024.

Dans cet exercice on étudie trois aspects fondamentaux de ce sport : l'optimisation de la trajectoire d'un tir, le rebond du ballon lors des dribbles ainsi que la problématique des risques auditifs liés aux coups de sifflet des arbitres.



Wikimedia commons

Données :

- masse du ballon : $m = 600 \text{ g}$;
- rayon du ballon : $R_b = 12 \text{ cm}$;
- valeur du champ de pesanteur supposé uniforme : $g = 9,8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;
- rayon de l'arceau du panier : $R_a = 22,5 \text{ cm}$;
- hauteur de l'arceau du panier, par rapport au sol : $H_a = 3,05 \text{ m}$.

1. Étude d'une trajectoire idéale

Il est légitime pour un joueur de basket-ball de se demander comment obtenir la trajectoire la plus efficace pour marquer un panier. Un site internet spécialisé dans le basket-ball donne le conseil suivant :

« privilégier un angle de tir entre 47° et 55° par rapport à l'horizontale. On préconise les tirs en cloche de façon à avoir une exploitation maximale de la surface du panier »
(source : *BasketSession.com*)

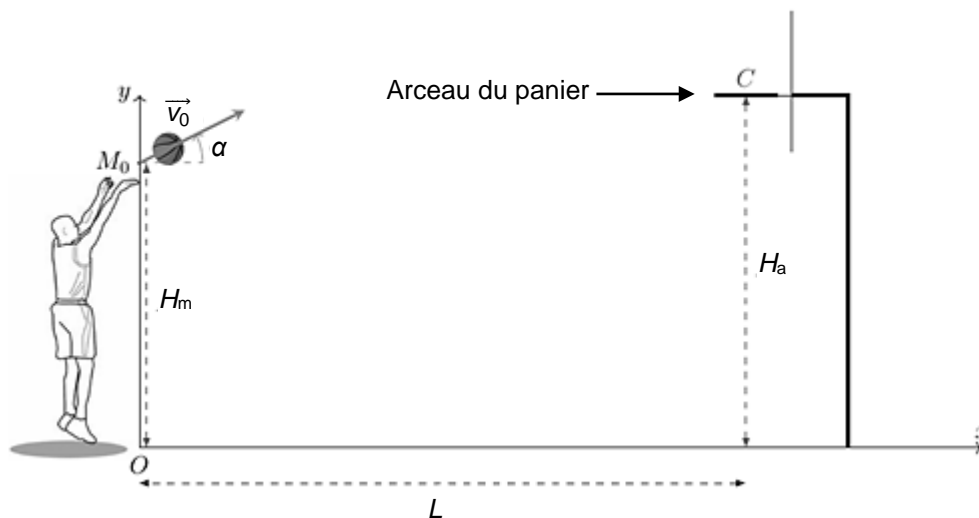


Figure 1. Schéma du lancer-franc considéré juste après que le ballon a quitté la main.

Première modélisation

Dans un premier temps, on s'intéresse au mouvement du centre de masse M d'un ballon lorsqu'un joueur réalise un lancer-franc. On réalise l'étude dans le référentiel terrestre supposé galiléen et on considère qu'une fois lancé, le ballon n'est soumis qu'à son propre poids. On néglige donc toute force de frottement de l'air sur le ballon.

Quand le ballon quitte la main du joueur, son centre de masse M est situé à une hauteur $H_m = 2,30 \text{ m}$ par rapport au sol et à une distance horizontale $L = 4,6 \text{ m}$ du centre C de l'arceau du panier (figure 1).

On étudie le mouvement dans le repère cartésien indiqué sur la figure 1 : le plan (Oxy) est un plan vertical contenant la main du basketteur au moment où il lâche le ballon et le centre C de l'arceau. L'instant initial est

l'instant où le ballon quitte la main, avec un vecteur vitesse initial \vec{v}_0 qui forme un angle α avec l'axe horizontal. L'angle α est supposé différent de 90° .

Q1. Montrer que dans le plan (Oxy), les coordonnées du vecteur accélération $\vec{a}(t)$ du centre de masse M du ballon peuvent s'écrire :

$$\vec{a}(t) \begin{pmatrix} a_x(t) = 0 \\ a_y(t) = -g \end{pmatrix}$$

Q2. Exprimer les coordonnées du vecteur vitesse $\vec{v}(t)$ du point M à chaque instant, notées :

$$\vec{v}(t) \begin{pmatrix} v_x(t) \\ v_y(t) \end{pmatrix}$$

Q3. Exprimer les coordonnées du vecteur position $\vec{OM}(t)$ au cours du temps, notées :

$$\vec{OM}(t) \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix}$$

Q4. Montrer que l'équation de la trajectoire du centre de masse M du ballon peut s'écrire :

$$y(x) = -\frac{g}{2 \cdot v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} \cdot x^2 + x \cdot \tan(\alpha) + H_m$$

Un tir est considéré comme parfait lorsque le centre de masse M du ballon passe par le centre C de l'arceau du panier, le ballon ne touchant pas le bord de l'arceau.

Q5. Montrer que pour un angle initial α et pour une distance L donnés, il existe une vitesse initiale v_{0c} pour laquelle la trajectoire du centre de masse du ballon passe par le centre du panier, dont l'expression est :

$$v_{0c} = \sqrt{\frac{g \cdot L^2}{2 \cdot \cos^2(\alpha) \cdot (L \cdot \tan(\alpha) + H_m - H_a)}}$$

Q6. Lors d'un lancer-franc, on montre (démonstration non demandée) qu'un tir avec un angle initial de $49,5^\circ$ permet d'obtenir la vitesse initiale v_{0c} la plus faible possible. Calculer cette vitesse.

On souhaite comparer cette vitesse à celle qu'un joueur situé à une distance $L = 2$ m du panier doit communiquer au ballon. On trace sur les figures 2-a et 2-b la vitesse initiale à donner au ballon pour qu'il passe par le centre C de l'arceau du panier en fonction de l'angle initial α , pour la distance $L = 2$ m.

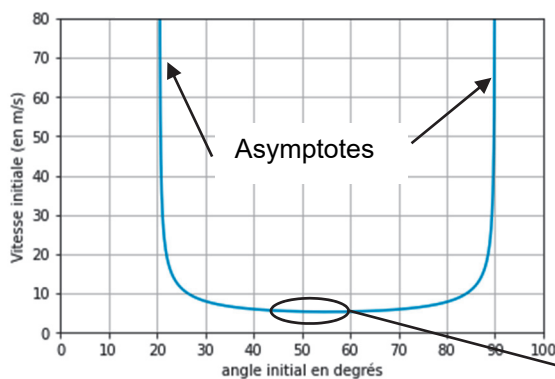


Figure 2-a. Vitesse initiale à donner au ballon à une distance $L = 2$ m pour qu'il atteigne le centre C de l'arceau en fonction de l'angle initial

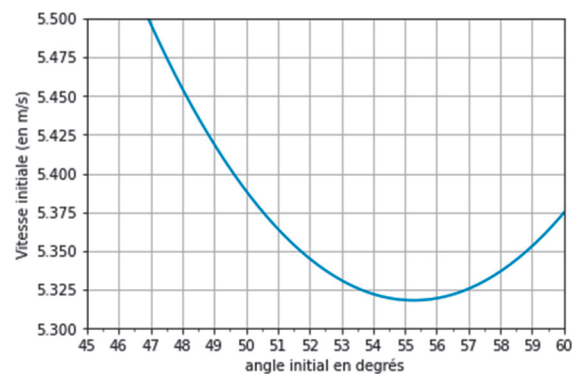


Figure 2-b. Agrandissement de la zone entourée de la figure 2-a

Q7. Déterminer graphiquement l'angle initial à choisir pour communiquer au ballon la vitesse initiale minimale lui permettant de passer par le centre C de l'arceau, si le joueur est placé à la distance $L = 2$ m. Comparer les valeurs de l'angle et de la vitesse ainsi trouvées à celles obtenues pour un lancer-franc. Commenter.

Q8. On distingue sur la figure 2-a deux asymptotes verticales. Expliquer pourquoi lorsque l'angle de tir initial se rapproche de 90° , la courbe de la vitesse en fonction de l'angle initial tend vers une asymptote.

Deuxième modélisation

Jusqu'à présent, la vitesse à communiquer au ballon a été déterminée à partir d'une seule condition : le centre de masse M du ballon doit passer par le centre C de l'arceau. Il apparaît nécessaire de prendre en compte deux conditions supplémentaires :

- condition 1 : un ballon qui ne passe pas par le dessus du panier n'est pas valide ;
- condition 2 : un ballon qui rebondit sur le bord du panier avant d'en atteindre le centre ne donne pas un tir parfait.

On souhaite s'appuyer sur un programme rédigé en langage Python pour déterminer les trajectoires qui vérifient ces deux conditions.

La figure 3 présente un extrait du code qui permet de vérifier que le ballon rentre bien dans l'arceau, dans le bon sens et sans le toucher. Le début du code (non représenté avant la ligne 80) permet de calculer la trajectoire passant par le centre C de l'arceau pour un angle initial donné, selon l'étude réalisée en première partie. Pour une trajectoire donnée, les coordonnées du centre de masse du ballon sont stockées dans les tableaux (aussi appelés listes) x et y . Les valeurs de x sont comprises entre 0 et L .

```

80 ##### Vérifications #####
81 # Le ballon passe-t-il au dessus ?
82 if [ ]:
83     print("Le ballon ne passe pas au dessus de l'arceau !")
84
85 #Le ballon touche-t-il l'arceau avant de rentrer ?
86 def d_bord(x,y):
87     return np.sqrt((L-Ra-x)**2+(Ha-y)**2) #Distance entre le centre du ballon et le bord de l'arceau
88
89 test=False
90 for i in range(Nx):           #Nx est le nombre de points dans la trajectoire
91     if d_bord(x[i],y[i])<Rb:  #Rb rayon du ballon
92         test=True
93 if test:
94     print("Le ballon touche l'arceau")
95 else:
96     print("Le ballon ne touche pas l'arceau")

```

Figure 3. Partie du code qui permet de vérifier que le ballon passe bien dans l'arceau dans le bon sens et sans le toucher

Q9. Parmi les propositions ci-dessous, choisir et recopier sur la copie le code qu'il convient d'écrire pour compléter la ligne 82, afin qu'elle permette de vérifier la condition « le ballon ne passe pas au-dessus de l'arceau ». Les variables du programme, notées H_a et L , représentent respectivement les paramètres H_a et L .

$\max(x) > L$	$\max(y) < H_a$	$\min(y) > L$	$\max(x) < H_a$
---------------	-----------------	---------------	-----------------

Les fonctions $\max(x)$ et $\min(x)$ renvoient respectivement la plus grande et la plus petite valeur du tableau x .

Q10. Justifier que les lignes 89 à 92 permettent de tester la condition 2.

Q11. L'application des deux nouvelles conditions permet de déterminer que l'angle initial minimal pour réaliser un tir parfait au lancer-franc est voisin de 45° . Commenter cette valeur au regard des conseils fournis par le site internet cité en début d'exercice.

2. Étude du dribble et du rebond du ballon

Au basket-ball, il est interdit de se déplacer en portant la balle sur plus de trois pas. Il faut donc la faire rebondir sur le sol (c'est le dribble). Il est donc important d'étudier les caractéristiques de ce rebond.

À cette fin, on réalise le protocole suivant :

- un ballon est lâché, sans vitesse initiale, d'une hauteur voisine d'un mètre ;
- il tombe, rebondit sur le sol dur et remonte ;
- le pointage du centre de masse M du ballon est réalisé à l'aide d'une chronophotographie. Ces données permettent d'obtenir les représentations graphiques de l'évolution des énergies cinétique, potentielle de pesanteur et mécanique du ballon au cours du temps (figure 4).

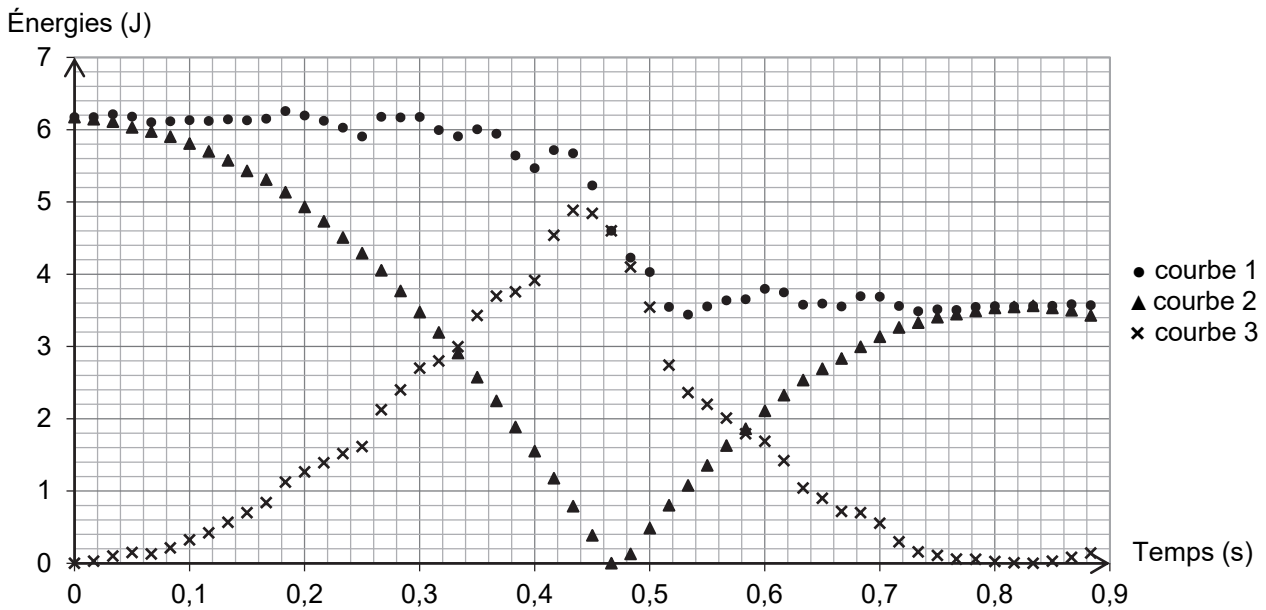


Figure 4. Évolution des énergies au cours du temps

Q12. Parmi les courbes 1, 2 et 3 de la figure 4, identifier celles qui représentent l'évolution de l'énergie cinétique, de l'énergie potentielle de pesanteur et de l'énergie mécanique. Justifier chacune de ces identifications.

Q13. Montrer que l'énergie perdue par le ballon lors du rebond est voisine de 2,5 J.

Q14. Indiquer, en justifiant, s'il est raisonnable dans cette étude de négliger les frottements en dehors du moment où le ballon rebondit.

Q15. Lorsqu'on dribble, on ne lâche pas le ballon mais on le pousse vers le bas assez fort pour qu'il remonte suffisamment haut pour continuer à dribbler. Déterminer la vitesse initiale minimale à communiquer à un ballon lancé d'une hauteur d'un mètre pour qu'il remonte au moins à cette même hauteur.

On admet que la perte énergétique lors du rebond est la même qu'à la question **Q13**.

3. Entendre l'arbitre lors d'un match

Le basket-ball est un sport dans lequel le public peut se manifester bruyamment à n'importe quel moment. Pour autant, l'arbitre, qui signale les fautes grâce à un sifflet, doit pouvoir être entendu par tous les joueurs.

On admet que l'on peut distinguer un son très bref et aigu du bruit ambiant si son niveau sonore est supérieur d'au moins 3 dB à celui du bruit ambiant.

On rappelle que :

- le niveau d'intensité sonore noté L_{son} s'exprime en dB et est lié à l'intensité sonore I au point considéré par :

$$L_{\text{son}} = 10 \cdot \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

où $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$ est conventionnellement la plus faible intensité sonore détectable par l'oreille humaine et où \log désigne le logarithme décimal ;

- si une source sonore ponctuelle de puissance sonore P est placée dans un milieu sans obstacle et non absorbant, alors l'intensité sonore à une distance d de la source s'exprime par :

$$I = \frac{P}{4 \cdot \pi \cdot d^2}$$

- les sons trop forts constituent un danger pour l'appareil auditif. Lorsque le niveau d'intensité sonore est trop important, il faut porter des protections auditives, comme des bouchons d'oreilles. La figure 5 donne quelques ordres de grandeur de niveaux d'intensité sonore et indique, notamment, le seuil de danger au-delà duquel le son peut entraîner des lésions dans l'oreille.

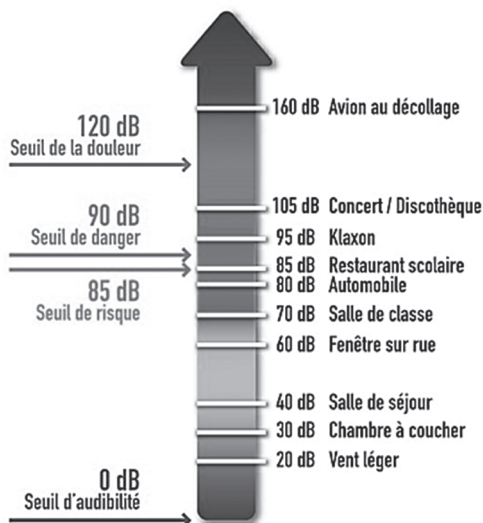


Figure 5. Échelle des niveaux d'intensité sonore perçus par l'oreille (source *mur-silenzo.com*)

Q16. On suppose que l'arbitre siffle au moment où est commise une faute. À cet instant, il est à une distance $d_1 = 20 \text{ m}$ du joueur le plus éloigné sur le terrain et à une distance $d_2 = 1,0 \text{ m}$ d'un joueur remplaçant assis sur un banc au bord du terrain. À l'aide d'un calcul, déterminer si le joueur remplaçant doit porter des protections auditives, sachant que le bruit ambiant est de l'ordre de 80 dB.

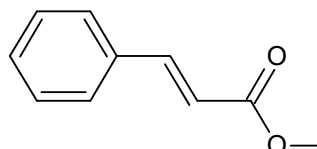
Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Exercice 2 - Un champignon parfumé (4 points)

Le *tricholoma matsutake* communément appelé *matsutake*, ou champignon des pins, est un champignon rare et savoureux, recherché pour sa chair blanche parfumée. Ce champignon est très apprécié dans la gastronomie japonaise. Une des espèces chimiques responsable de ses propriétés aromatiques et gustatives est le cinnamate de méthyle dont la formule topologique est donnée ci-après.



Source : Wikipédia



cinnamate de méthyle

La rareté et le coût élevé du champignon *matsutake* incitent l'industrie agro-alimentaire à synthétiser le cinnamate de méthyle.

On se propose dans cet exercice d'étudier une synthèse de laboratoire de cet arôme.

Données :

- tableau comparatif des propriétés physico-chimiques de trois solvants :

Solvant	Eau	Dichlorométhane	Éther de pétrole
Pictogrammes de sécurité		 nocif ou irritant	 nocif ou irritant
		 danger pour la santé	 danger pour la santé
Solubilité du chlorure de cinnamoyle	peu soluble	soluble	soluble
Solubilité du méthanol	soluble	soluble	insoluble

- couples acide / base : $\text{CO}_2(\text{aq}) / \text{HCO}_3^-(\text{aq})$ et $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}(\ell)$;
- masses molaires :

Chlorure de cinnamoyle	166,6 g·mol ⁻¹
Méthanol	32,0 g·mol ⁻¹
Cinnamate de méthyle	162,2 g·mol ⁻¹

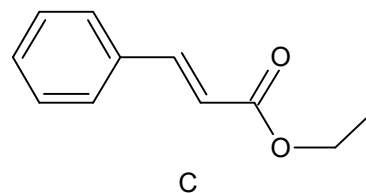
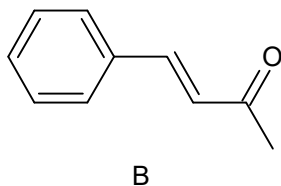
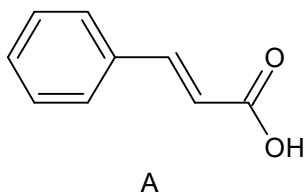
- masse volumique du méthanol : $\rho = 0,792 \text{ g}\cdot\text{mL}^{-1}$.

1. Étude des réactifs de la synthèse du cinnamate de méthyle

Le cinnamate de méthyle peut être synthétisé à partir du méthanol et de l'acide cinnamique, appelé acide 3-phénylprop-2-énoïque en nomenclature systématique.

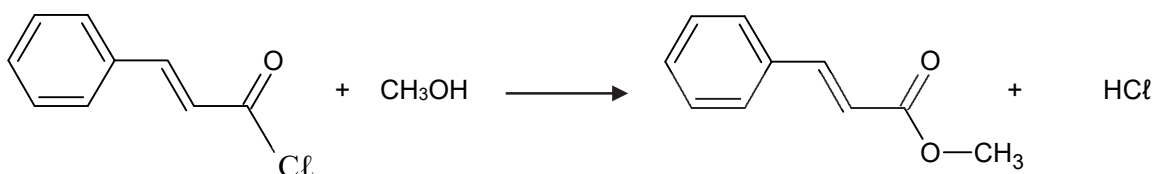
Q1. Nommer la famille fonctionnelle à laquelle appartient l'acide cinnamique. Justifier.

Q2. En déduire, parmi les trois composés A, B et C dont les formules topologiques sont données ci-dessous, celui qui correspond à l'acide cinnamique. Justifier.



2. Synthèse du cinnamate de méthyle à partir du chlorure de cinnamoyle

Dans les conditions expérimentales choisies, la réaction de synthèse du cinnamate de méthyle à partir de l'acide cinnamique et du méthanol se produit avec un rendement de l'ordre de 40 %. On préfère alors faire réagir le méthanol avec le dérivé chloré de l'acide cinnamique : le chlorure de cinnamoyle. La transformation chimique est supposée totale et l'équation de la réaction modélisant la synthèse est la suivante :



chlorure de cinnamoyle

méthanol

cinnamate de méthyle

chlorure d'hydrogène

Q3. Parmi les catégories suivantes, identifier celle à laquelle appartient cette transformation : oxydoréduction, acide-base, addition, élimination, substitution.

Le protocole de la synthèse du cinnamate de méthyle peut se présenter en deux étapes.

- **Étape 1 : formation du cinnamate de méthyle**
 - verser 5 mL de dichlorométhane dans un ballon de 100 mL contenant 8,3 g de chlorure de cinnamoyle et surmonté d'un tube réfrigérant ;
 - une fois le chlorure de cinnamoyle totalement dissous, ajouter 4,0 mL de méthanol ;
 - chauffer à reflux pendant 10 min.
- **Étape 2 : isolement du produit de synthèse**
 - une fois refroidi, laver le mélange réactionnel avec une solution aqueuse d'hydrogénocarbonate de sodium ($\text{Na}^+(\text{aq})$; $\text{HCO}_3^-(\text{aq})$) de concentration $0,50 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$ jusqu'à ce que le milieu ne soit plus acide ;
 - sécher la phase organique contenant le cinnamate de méthyle, puis filtrer ;
 - évaporer le dichlorométhane, puis récupérer le produit solide synthétisé.

Q4. Indiquer, en les justifiant, les consignes de sécurité qu'il est nécessaire de prendre lors de la mise en œuvre de ce protocole.

Q5. Justifier l'utilisation du dichlorométhane comme solvant lors de l'étape 1 de la synthèse.

Dans l'étape 2, lorsqu'on ajoute la solution aqueuse d'hydrogénocarbonate de sodium dans le milieu réactionnel, le chlorure d'hydrogène HCl réagit totalement avec l'eau pour former des ions H_3O^+ et des ions chlorure Cl^- . Les ions H_3O^+ formés réagissent avec les ions hydrogénocarbonate. On observe une effervescence.

Q6. Écrire l'équation de la réaction ayant lieu entre les ions H_3O^+ et les ions hydrogénocarbonate HCO_3^- . Justifier l'observation d'une effervescence.

Q7. Déterminer le volume minimal de solution aqueuse d'hydrogénocarbonate de sodium nécessaire à la disparition complète des ions H_3O^+ produit par le chlorure d'hydrogène HCl , en supposant la synthèse totale.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie même si elle n'a pas abouti. La démarche suivie est évaluée et nécessite donc d'être correctement présentée.

Q8. La masse du produit solide obtenu expérimentalement vaut $m = 6,2 \text{ g}$. Estimer le rendement de la synthèse en supposant que le produit obtenu est pur. Commenter.

Bac 2024 Métropole Jour 2

Exercice 3 - Batterie Lithium - Soufre (5 points)

Les appareils électroniques nomades (tablette, téléphone...) sont omniprésents et en évolution permanente. L'autonomie de ces appareils repose sur l'utilisation de batteries qui stockent toujours plus efficacement l'énergie. Les téléphones portables sont actuellement équipés de batteries lithium – ion mais des recherches sont menées pour développer des batteries lithium – soufre.

La batterie lithium – soufre semble être en effet une alternative intéressante en raison de l'abondance et du faible coût du soufre. Cependant, les travaux de recherche visent à améliorer sa durée de vie encore trop faible.

L'objectif de cet exercice est d'étudier quelques caractéristiques d'une batterie lithium – soufre et de les comparer à celles d'une batterie lithium – ion.

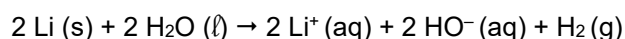
Données :

- numéro atomique du lithium : $Z = 3$;
- couples oxydant/réducteur :
 - du lithium : Li^+ / Li ;
 - du soufre : S / S^{2-} ;
- volume molaire de gaz à 20°C et à pression atmosphérique : $V_m = 24,4 \text{ L}\cdot\text{mol}^{-1}$;
- masses molaires atomiques :
 - du soufre : $M(\text{S}) = 32,1 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$;
 - du lithium : $M(\text{Li}) = 6,9 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$;
- charge par mole d'électrons : $F = 96\,500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$;
- les ions lithium (Li^+) et les ions sulfure (S^{2-}) réagissent pour donner un précipité de sulfure de lithium très peu soluble en milieu organique ;
- la relation entre la capacité Q , l'intensité du courant I supposée constante et la durée d'utilisation Δt , de la pile, est : $Q = I \times \Delta t$;
- la capacité d'une pile peut être exprimée en milliampère-heure : $1 \text{ mAh} = 3,6 \text{ C}$.

La batterie lithium – soufre peut être modélisée de façon simplifiée : elle se compose d'une électrode constituée d'un matériau contenant du soufre, un électrolyte organique anhydre et une électrode de lithium métallique.

1. Le lithium

Le lithium réagit spontanément avec l'eau. Cette transformation est exothermique. L'équation de la réaction modélisant cette transformation supposée totale s'écrit :



La batterie d'un téléphone portable contient en moyenne une masse $m = 0,5 \text{ g}$ de lithium.

Q1. Justifier que le lithium se comporte comme un réducteur dans cette transformation.

Q2. Déterminer le volume de dihydrogène formé, à 20°C et à pression atmosphérique, si une masse $m = 0,5 \text{ g}$ de lithium réagit totalement avec l'eau. Justifier l'utilisation d'un électrolyte organique anhydre dans une telle batterie.

2. La batterie lithium – soufre

On donne, sur la figure 1 de **L'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**, le schéma simplifié de la batterie lithium – soufre quand elle se décharge, c'est-à-dire quand elle fonctionne en tant que pile. Les pôles de cette pile sont indiqués sur la figure 1 de **L'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**.

Q3. Écrire les demi-équations modélisant les réactions électrochimiques qui se déroulent alors à chaque électrode en tenant compte de la polarité de la pile.

Q4. Sur le schéma de la figure 1 de **L'ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE**, où la polarité de la pile est donnée, indiquer :

- le sens du courant électrique ;
- le sens de déplacement des électrons dans les fils électriques reliant la pile au téléphone ;
- le sens de déplacement des ions formés dans l'électrolyte.

Q5. Écrire l'équation de fonctionnement de la pile en tenant compte de la formation d'un précipité dans la pile.

Une batterie lithium – ion de smartphone, de capacité de $Q = 3\,500 \text{ mAh}$, débite un courant d'intensité $I = 0,55 \text{ A}$ supposée constante, lors de l'utilisation de la fonction lampe torche. La batterie se comporte dans ce contexte comme une pile. La capacité massique moyenne par gramme de matière active d'une batterie lithium – ion a pour valeur $Q_{\text{massique}} = 300 \text{ mAh}\cdot\text{g}^{-1}$.

Q6. Déterminer la durée d'utilisation de la batterie lithium – ion dans ces conditions.

Q7. Vérifier, à l'aide des données, qu'une batterie lithium – ion neuve contient environ 12 g de matière active. En déduire la durée d'utilisation ramenée à un gramme de matière active dans ces conditions d'utilisation.

Q8. Déterminer la capacité massique par gramme de soufre actif de la batterie lithium – soufre, exprimée en $\text{mAh}\cdot\text{g}^{-1}$. En déduire sa durée d'utilisation par gramme de soufre actif si elle débite un courant d'intensité $I = 0,55 \text{ A}$ supposée constante. Commenter.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

ANNEXE À RENDRE AVEC LA COPIE

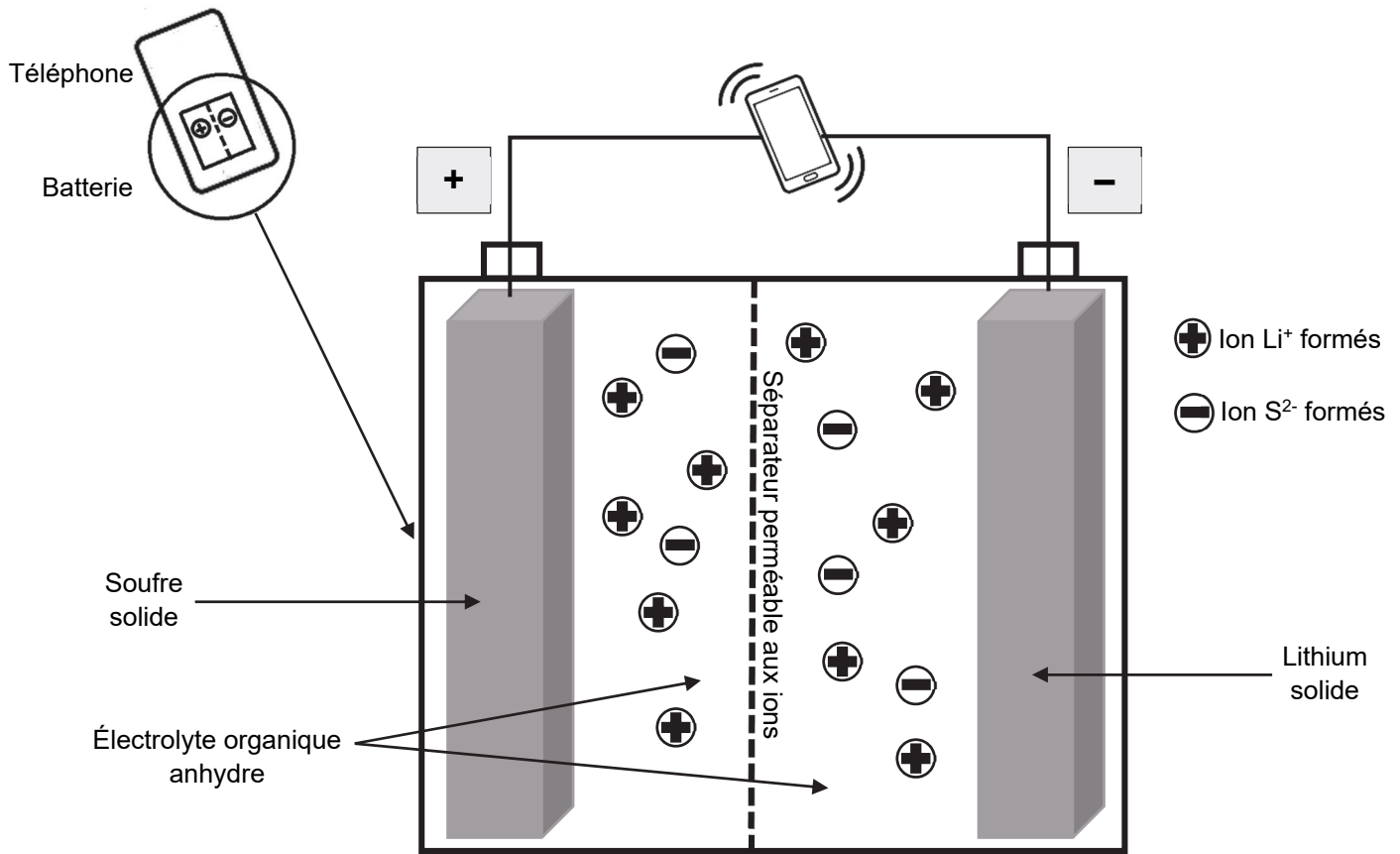


Figure 1. Schéma simplifié de la batterie lithium-soufre lors de sa décharge