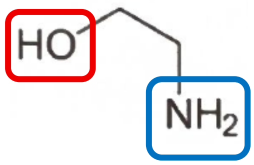
Exercice 1 Valorisation du dioxyde de carbone dans les cimenteries (9 points)

Q.1. Reproduire, sur la copie, la formule topologique de la molécule d'éthanolamine. Entourer les groupes caractéristiques de la molécule puis nommer les familles fonctionnelles associées.

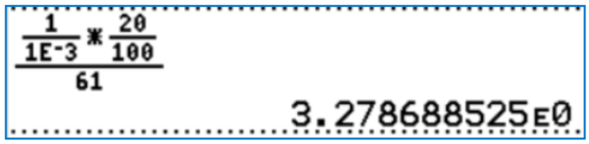
Famille alcool



Famille amine

Densité des solutions aqueuses d'éthanolamine : $d = 1{,}0$;
Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1{,}00\ g{\cdot}mL^{-1}$.
On considère un volume $V = 1{,}0$ L d'une solution d'éthanolamine à 20 % en masse.
Q.2. Vérifier que la valeur de la concentration en quantité de matière C de la solution aqueuse d'éthanolamine à 20 % est de 3,3 mol.L^{-1}.

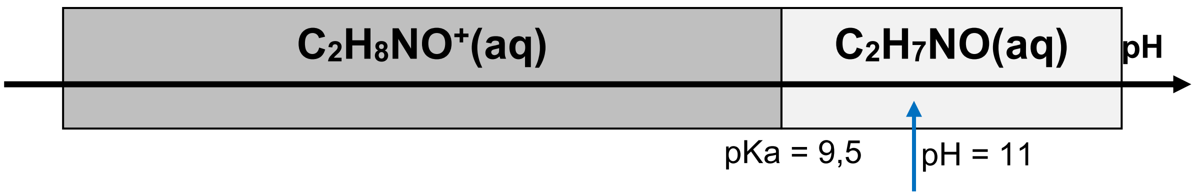
$d = \dfrac{\rho}{\rho_{eau}}$ donc $\rho = d{\cdot}\rho_{eau}$



$$c = \frac{\rho . w}{M} = \frac{d \cdot \rho_{eau} \cdot w}{M}$$

$$c = \frac{1{,}0 \times 1{,}0\ g \cdot mL^{-1} \times \dfrac{20}{100}}{61{,}0\ g \cdot mol^{-1}} = \frac{1{,}0 \times \dfrac{1{,}0\ g}{1{,}0 mL} \times \dfrac{20}{100}}{61{,}0\ g \cdot mol^{-1}} = \frac{1{,}0 \times \dfrac{1{,}0\ g}{1{,}0 \times 10^{-3} L} \times \dfrac{20}{100}}{61{,}0\ g \cdot mol^{-1}} = 3{,}3\ mol.L^{-1}$$

La mesure du pH de la solution donne pH = 11.
Q.3. Représenter le diagramme de prédominance du couple acide-base de l'éthanolamine.



Q.4. Préciser, en justifiant, sous quelle forme acide ou basique est présente l'éthanolamine dans la solution.

pH = 11 > pK_A ainsi l'éthanolamine est sous la forme de sa base conjuguée $C_2H_7NO(aq)$.

L'éthanolamine réagit avec l'eau selon l'équation de réaction suivante :

$$C_2H_7NO(aq) + H_2O\ (\ell) \rightleftharpoons C_2H_8NO^+(aq) + HO^-(aq)$$

Q.5. Donner l'expression du taux d'avancement τ de la réaction étudiée en fonction de l'avancement final x_f et de l'avancement maximal x_{max}.

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

Q.6. Exprimer l'avancement maximal x_{max} en fonction de C et V. Le candidat pourra s'appuyer, si besoin, sur un tableau d'avancement.

L'eau est en excès, l'éthanolamine est le réactif limitant.
Lorsque l'éthanolamine est totalement consommée $C{\cdot}V - x_{max} = 0$, donc $x_{max} = C{\cdot}V$

Q.7. Montrer que le taux d'avancement τ peut s'exprimer : $\tau = \dfrac{K_e \cdot c^0}{C \cdot 10^{-pH}}$.

équation chimique		$C_2H_7NO(aq)$ +	H_2O (ℓ) $\rightleftharpoons$	$C_2H_8NO^+(aq)$ +	$HO^-(aq)$
État du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)			
État initial	$x = 0$	$C{\cdot}V$	Beaucoup	0	0
En cours de transformation	x	$C{\cdot}V - x$	Beaucoup	x	x
État final	x_f	$C{\cdot}V - x_f$	Beaucoup	x_f	x_f
État final si totale	$x = x_{max}$	$C{\cdot}V - x_{max} = 0$	Beaucoup	x_{max}	x_{max}

$x_f = n\left(HO^-\right)$

$\dfrac{x_f}{V} = \left[HO^-\right]$

D'après l'expression du produit ionique de l'eau $K_e = \dfrac{\left[H_3O^+\right]\left[HO^-\right]}{\left(c^0\right)^2}$ donc $\left[HO^-\right] = \dfrac{K_e \cdot \left(c^0\right)^2}{\left[H_3O^+\right]}$

Par définition $\left[H_3O^+\right] = 10^{-pH} \bullet c^0$ alors $\left[HO^-\right] = \dfrac{K_e \cdot \left(c^0\right)^2}{10^{-pH}.c^0} = \dfrac{K_e \cdot c^0}{10^{-pH}}$

Comme établi précédemment $\dfrac{x_f}{V} = \left[HO^-(aq)\right]$, donc $x_f = \left[HO^-\right] \cdot V = \dfrac{K_e \cdot c^0}{10^{-pH}} \cdot V$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$

$$\tau = \frac{\dfrac{K_e \cdot c^0}{10^{-pH}} \cdot V}{C \cdot V} = \frac{K_e \cdot c^0}{C \cdot 10^{-pH}}$$

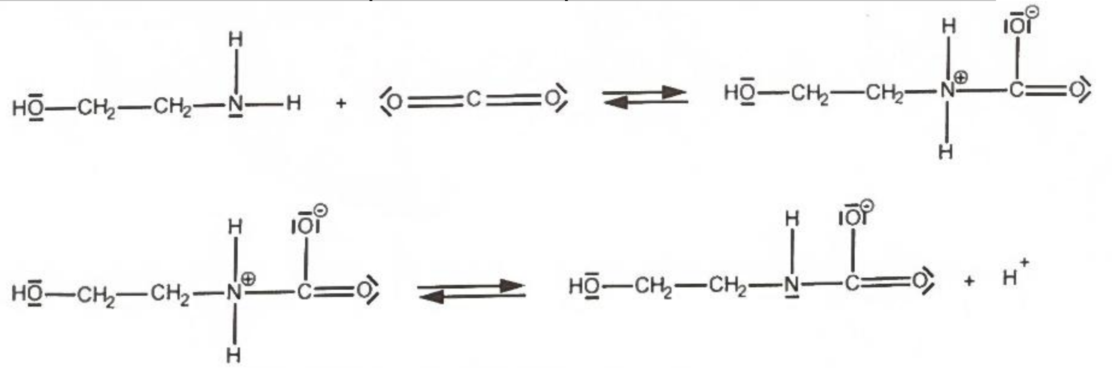
Q.8. Calculer la valeur du taux d'avancement τ et la commenter par rapport à la force de la base.

$$\tau = \frac{K_e \cdot c^0}{C \cdot 10^{-pH}}$$

$$\tau = \frac{1{,}0 \times 10^{-14} \times 1}{3{,}3 \times 10^{-11}} = 3{,}1 \times 10^{-4} = 3{,}1 \times 10^{-2}\%$$

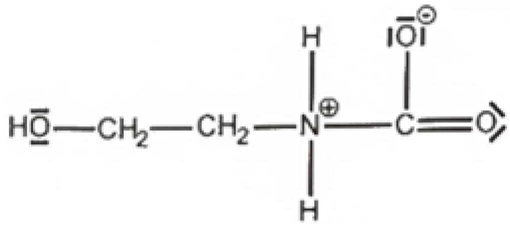
Le taux d'avancement est particulièrement petit. La base C_2H_7NO réagit très peu avec l'eau, c'est une base faible.

On s'intéresse à une partie du mécanisme réactionnel de la réaction de captage du dioxyde de carbone par l'éthanolamine dont les premières étapes sont données ci-dessous :

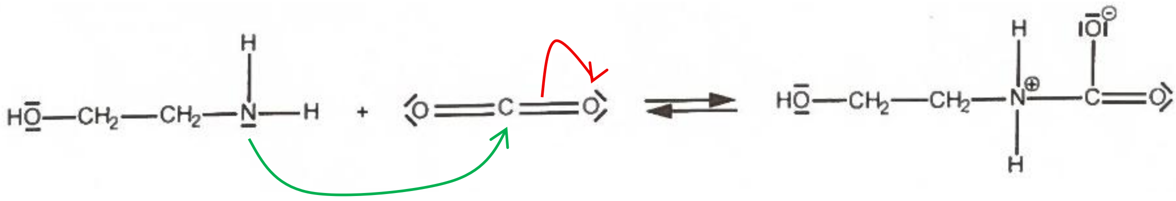


Q.9. Identifier un intermédiaire réactionnel en justifiant la réponse.

Un intermédiaire réactionnel est formé lors d'une étape puis est consommé lors d'une étape suivante.

Il s'agit de 

Q.10. Recopier l'étape 1 et représenter par des flèches courbes le déplacement d'électrons. Justifier leur sens.



Lors de la formation d'une liaison, le doublet se déplace du site donneur (l'azote riche en électrons avec son doublet non liant) vers le site accepteur (le carbone C pauvre en électrons ; non demandé : en effet ses deux voisins O étant plus électronégatifs que lui, l'atome C a été appauvri en électrons).

Lors de la rupture d'une liaison le doublet se déplace vers l'atome le plus électronégatif donc vers l'oxygène.

2. Contrôle qualité d'une solution d'éthanolamine

L'éthanolamine peut s'altérer au fil du temps, entraînant une diminution progressive de sa concentration. Un technicien souhaite s'assurer que la solution aqueuse S d'éthanolamine dont il dispose peut être utilisée pour le captage du dioxyde de carbone. Pour cela, il réalise un titrage pH-métrique.

La solution S est préalablement diluée 50 fois. La solution obtenue est notée S_{50}.

Q.11. Choisir le matériel qui permet de préparer 250,0 mL de solution S_{50} à partir de la solution S en justifiant la verrerie choisie.

Verrerie à disposition :

- Béchers : 50 mL, 100 mL, 250 mL ;
- Pipettes jaugées : 5,0 mL, 10,0 mL, 20,0 mL ;
- Pipettes graduées : 5,0 mL, 10,0 mL ;
- Éprouvettes graduées : 20 mL, 100 mL, 250 mL ;
- Fioles jaugées : 50,0 mL, 100,0 mL, 250,0 mL.

La solution est diluée 50 fois. Le facteur de dilution est de 50.

$$F = 50 = \frac{C}{C_{50}} = \frac{V_{50}}{V}$$

où V_{50} est le volume de solution fille = 250,0 mL

C_{50} est la concentration de la solution fille
V est le volume de solution mère à prélever
C est la concentration de la solution mère

$$V = \frac{V_{50}}{50}$$

$$V = \frac{250{,}0}{50} = 5{,}0 \text{ mL}$$

On place la solution mère dans un bécher.
On prélève V avec une pipette jaugée de 5,0 mL.
On verse ce prélèvement dans une fiole jaugée de 250,0 mL.

Le technicien dose par titrage avec suivi pH-métrique un volume V_B = 25,0 mL de solution diluée S_{50}. La solution titrante est de l'acide chlorhydrique de concentration C_A= 0,10 mol.L^{-1}. La figure 1 ci-dessous présente l'évolution du pH du milieu réactionnel en fonction du volume versé de solution titrante.
L'équation de la réaction modélisant la transformation observée durant le dosage par titrage est :

$$C_2H_7NO \text{ (aq)} + H_3O^+ \text{ (aq)} \rightarrow C_2H_8NO^+ \text{ (aq)} + H_2O \text{ } (\ell)$$

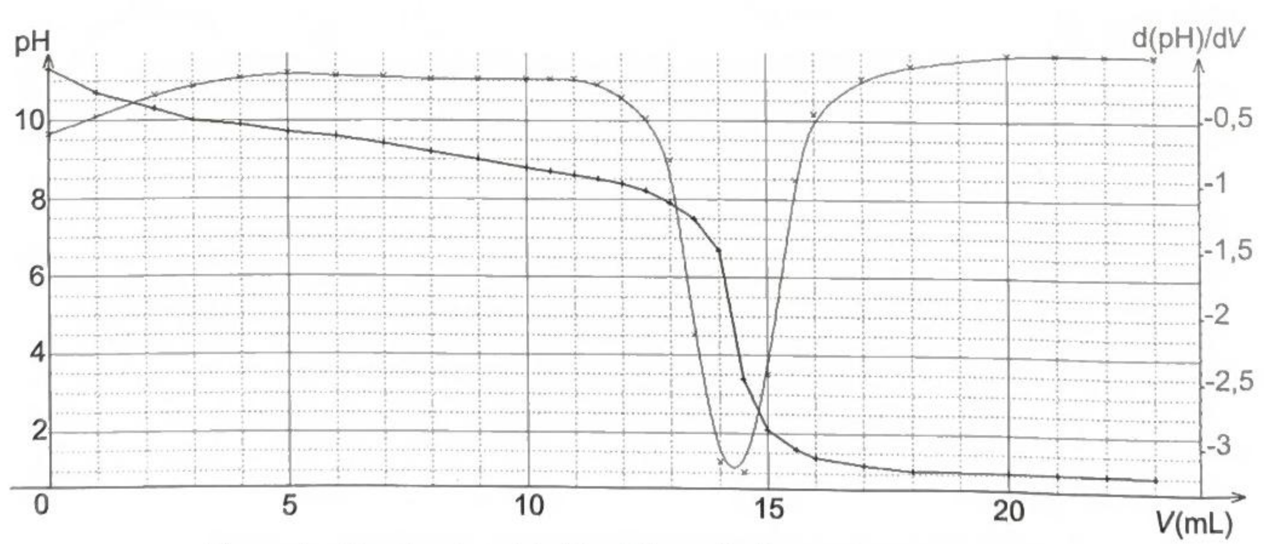


Figure 1 – Courbe de suivi pH-métrique du titrage de la solution S_{50}

Q.12. Définir l'équivalence d'un titrage.

À l'équivalence, les réactifs ont été mélangés dans les proportions stœchiométriques.

Q.13. Déterminer, à partir de la courbe de titrage, le volume V_E de solution titrante versé à l'équivalence. Expliquer la méthode employée.

À l'équivalence, il se produit un saut de pH. La baisse de pH est la plus forte à l'équivalence, ainsi la dérivée $\frac{dpH}{dV}$ atteint un minimum pour V = V_E. On lit V_E = 14,3 mL environ.

Q.14. En déduire la valeur du titre massique en éthanolamine, en %, de la solution S.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

À l'équivalence, on a $n_{\text{acide versé}} = n_{\text{éthanolamine}}$.

$$C_A \cdot V_E = C_{50} \cdot V_B$$

$$C_{50} = \frac{C_A \cdot V_E}{V_B}$$ pour la solution diluée 50 fois.

$$C = 50C_{50} = 50\frac{C_A \cdot V_E}{V_B}$$ pour la solution S.

$$C = 50 \times \frac{0{,}10 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 14{,}3 \text{ mL}}{25{,}0 \text{ mL}} = 2{,}86 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Le titre massique est défini par $w = \frac{m_S}{m_{solution}}$ où m_S est la masse d'éthanolamine.

$m_S = C \cdot V \cdot M$

$\rho_{solution} = \frac{m_{solution}}{V}$ donc $m_{solution} = \rho_{solution} \cdot V$

$d = \frac{\rho_{solution}}{\rho_{eau}}$ donc $\rho_{solution} = d \cdot \rho_{eau}$ alors $m_{solution} = d \cdot \rho_{eau} \cdot V$

$$w = \frac{C \cdot V \cdot M}{d \cdot \rho_{eau} \cdot V} = \frac{C \cdot M}{d \cdot \rho_{eau}}$$

$$w = \frac{2{,}86 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 61{,}0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{1{,}0 \times 1{,}00 \text{ g} \times \text{mL}^{-1}} = \frac{2{,}86 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 61{,}0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{1{,}0 \times \frac{1{,}00 \text{ g}}{1 \text{ mL}}} = \frac{2{,}86 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 61{,}0 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}}{1{,}0 \times \frac{1{,}00 \text{ g}}{1 \times 10^{-3} \text{L}}}$$

$$w = 1{,}7 \times 10^{-1} = 17\%$$

La concentration en éthanolamine influence l'efficacité du captage : une concentration trop faible réduit la performance, une concentration trop élevée accroît les risques de corrosion des équipements.

Titre massique en éthanolamine	15 %	20 %	25 %	30 %
Efficacité de captation du CO_2	Faible	Bonne	Bonne à très bonne	Très bonne
Tolérance à la corrosion des équipements	Très bonne	Acceptable	Risques accrus	Très mauvaise

D'après *Wang N., Wang D., Krook-Riekkola A., Ji X. (2023). MEA-based CO_2 capture. Front. Energy Res., 11:1230743 (doi.org/10.3389/fenrg.2023.1230743)*

Q.15. Commenter le résultat en discutant la possibilité d'utiliser cette solution d'éthanolamine pour capter le dioxyde de carbone.

Le pourcentage de 17% est un bon compromis : la captation est correcte avec une bonne tolérance à la corrosion.

3. Production de méthanol à partir du dioxyde de carbone capté

Le méthanol (CH_3OH) peut être obtenu par réaction entre le dioxyde de carbone et le dihydrogène ; il se forme également de l'eau. La transformation est totale.

Q.16. Écrire l'équation de la réaction modélisant la formation du méthanol.

$CO_2 + 3H_2 \rightarrow CH_3OH + H_2O$

En France, le projet EDF-Hynovi prévoit la fabrication de 200 000 tonnes de méthanol de synthèse par an à partir du CO_2 d'une cimenterie. La quantité de dihydrogène nécessaire est de 37 500 tonnes. Pour produire le dihydrogène, l'usine prévoit d'utiliser des électrolyseurs dont la puissance totale est de 330 MW. L'énergie nécessaire à la production d'un kilogramme de dihydrogène est de 55 kW.h.

Q.17. Déterminer la durée nécessaire à la production des 37 500 tonnes de dihydrogène.

Pour produire un kilogramme de dihydrogène il faut une énergie de 55kW·h.
Pour en produire 37 500 tonnes, soit 37 500 000 kg,
il faudra une énergie de 37 500 000 × 55 kW·h = $2{,}0625 \times 10^9$ kW·h = $2{,}0625 \times 10^6$ MW·h

$E = P \cdot \Delta t$ donc $\Delta t = \dfrac{E}{P}$

$$\Delta t = \frac{2{,}0625 \times 10^6 \text{ MW} \cdot \text{h}}{330 \text{ MW}} = 6250\ h = 260 \text{ jours}$$

Q.18. En déduire si la puissance des électrolyseurs est suffisante pour la production attendue.

Avec la puissance totale de 330 MW, il faudra 260 jours pour la production attendue en une année. Cela semble adapté car 260 < 365 jours et ainsi on disposera d'une marge de temps de maintenance assez large.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org.

Bac 2026 Amérique du nord Jour 1 **Correction © https://www.labolycee.org**

Exercice2 : L'effet photoélectrique et ses applications (6 points)

Données :
- Constante de Planck : h = 6,63×10^{-34} J.s ;
- Travail d'extraction du zinc : W_{ext} (Zn) = 4,3 eV;
- Masse d'un électron : m_e = 9,11×10^{-31} kg ;
- 1 eV = 1,60×10^{-19} J;
- La vitesse de la lumière dans le vide c est supposée connue ;
- Relation donnant l'énergie d'un photon : $E = h \cdot \nu = h \cdot \dfrac{c}{\lambda}$.

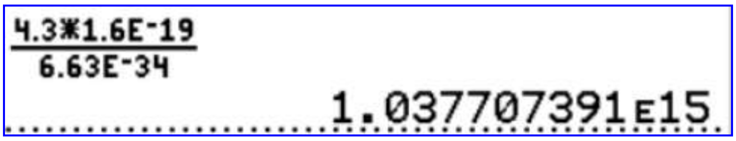
Q.1. Décrire l'effet photoélectrique.

C'est le phénomène d'éjection d'électrons d'un métal sous l'effet de la lumière. Cet effet s'explique grâce au modèle particulaire de la lumière : celle-ci est composée de particules (les photons) dont l'énergie individuelle est suffisante pour arracher un électron à un métal.

Q.2. Calculer la fréquence seuil ν_S permettant une émission photoélectrique pour le zinc.

$$W_{ext} = h \cdot \nu_S$$

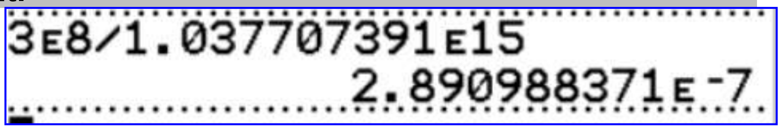
$$\nu_S = \frac{W_{ext}}{h}$$



$$\nu_S = \frac{4{,}3\text{eV} \times 1{,}60 \times 10^{-19}\,\text{J} \cdot \text{eV}^{-1}}{6{,}63 \times 10^{-34}\,\text{J.s}} = 1{,}0 \times 10^{15}\text{Hz}$$

Q.3. En déduire la longueur d'onde correspondante et préciser le domaine des ondes électromagnétiques auquel elle appartient.

$$\lambda_S = \frac{c}{\nu_S}$$



$$\lambda_S = \frac{3{,}00 \times 10^{8}\,\text{m.s}^{-1}}{1{,}0 \times 10^{15}\,\text{s}^{-1}} = 2{,}9 \times 10^{-7}\,\text{m}$$ (289 nm sans tenir compte des chiffres significatifs).

λ < 400 nm donc domaine des ultraviolets.

Remarque : Le calcul est toujours effectué avec les valeurs non arrondies (1,037707391×10^{15}s^{-1}) même s'il est écrit avec une valeur arrondie (1,0×10^{15} s^{-1}).

On éclaire la plaque de zinc avec une radiation de longueur d'onde λ = 250 nm.

Q.4. Justifier que l'effet photoélectrique se produit.

$$E_{photon} = h \cdot \frac{c}{\lambda} \text{ et } W_{ext} = \frac{h \cdot c}{\lambda_S}$$

comme $\lambda < \lambda_S$ alors $E_{photon} > W_{ext}$ le photon possède assez d'énergie pour arracher un électron.

Q.5. Montrer, en réalisant un bilan d'énergie, que l'expression de la vitesse d'éjection *v* des électrons en fonction de ν, ν_S, *h* et *m*e, est égale à $v = \sqrt{\dfrac{2h \cdot (\nu - \nu_S)}{m_e}}$.

L'équation d'Einstein pour l'effet photoélectrique s'écrit $E_{photon} = W_{ext} + E_C$

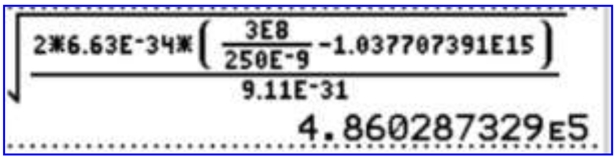
$$h \cdot \nu = h \cdot \nu_S + \frac{1}{2}.m_e.v^2$$

$$\frac{1}{2}.m_e.v^2 = h \cdot \nu - h \cdot \nu_S$$

$$m_e.v^2 = 2h \cdot (\nu - \nu_S)$$

$$v = \sqrt{\frac{2h \cdot (\nu - \nu_S)}{m_e}}$$

Q.6. Calculer la valeur de cette vitesse.



On a $\nu = \dfrac{c}{\lambda}$ donc

$$v = \sqrt{\frac{2\times 6{,}63\times 10^{-34}\times\left(\dfrac{3{,}00\times 10^{8}}{250\times 10^{-9}} - 1{,}0\times 10^{15}\right)}{9{,}11\times 10^{-31}}} = 4{,}9\times 10^{5}\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Q.7. Identifier le paramètre de la radiation qui a une influence sur la valeur de la vitesse. Préciser le sens dans lequel il faut le modifier pour augmenter la valeur de la vitesse.

Dans l'expression $v = \sqrt{\dfrac{2h\cdot(\nu - \nu_S)}{m_e}}$ seule la fréquence ν n'est pas constante, c'est donc le paramètre qui a une influence sur la valeur de la vitesse.
Pour augmenter la vitesse, il faut augmenter cette fréquence.

2. Étude d'un panneau photovoltaïque

Donnée :
Puissance lumineuse reçue : $P_{lum} = E \times S$, avec E l'éclairement en W·m^{-2} et S la surface utile du convertisseur en m^2.

Les cellules photovoltaïques installées sur le toit des habitations fonctionnent grâce à l'effet photoélectrique. Un particulier souhaite poser des panneaux sur sa toiture afin de diminuer sa facture d'électricité. Un installateur lui propose des panneaux rectangulaires de 1 346 mm de longueur et 1 112 mm de largeur.
Les graphiques de la figure 2 représentent, pour différents éclairements, l'évolution de l'intensité I et de la puissance électrique P fournis par le panneau en fonction de la tension U aux bornes du panneau :

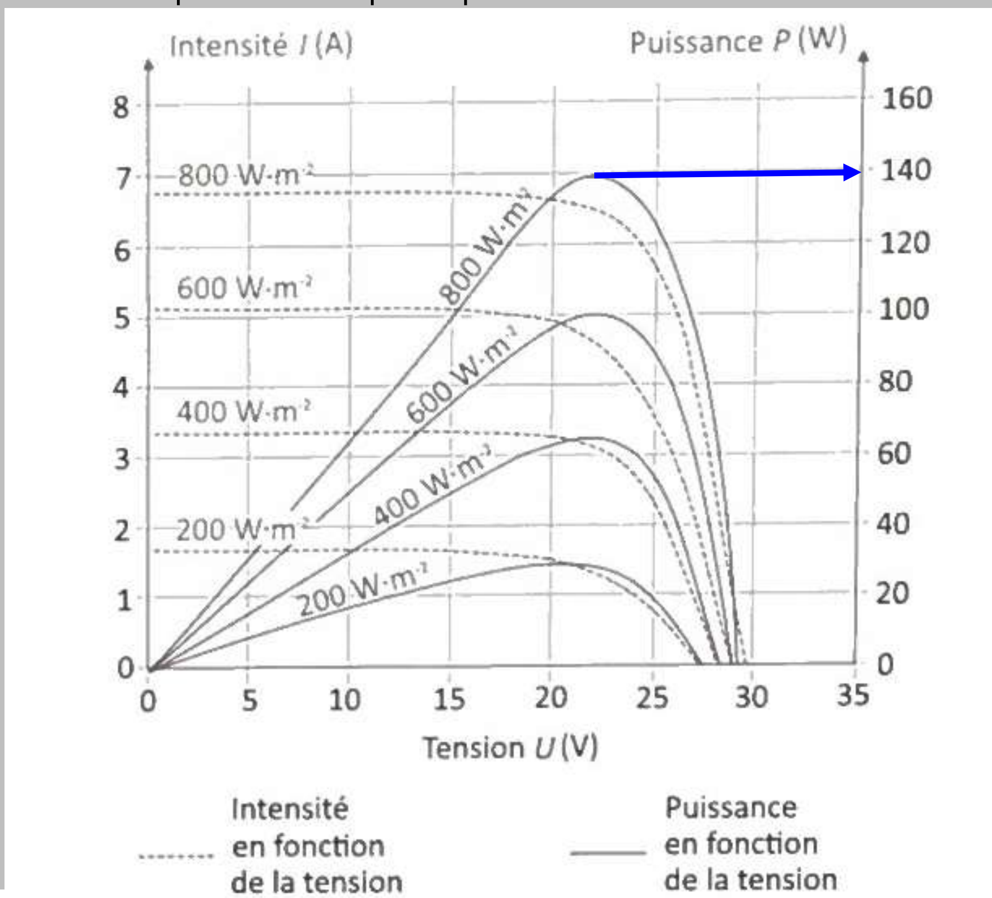


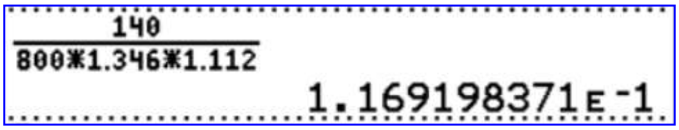
Figure 2 – Caractéristiques du panneau photovoltaïque

Q.8. Calculer la valeur du rendement d'un panneau photovoltaïque dans les conditions optimales de fonctionnement, pour un éclairement moyen de 800 W·m^{-2}.

Dans le cas d'un panneau photovoltaïque : $\eta = \dfrac{P_{él\,max}}{P_{reçue}}$ où $P_{élmax}$ est la puissance électrique maximale fournie par la cellule et $P_{reçue}$ est la puissance du rayonnement lumineux reçu avec $P_{reçue} = E \cdot S$

Graphiquement sur la figure 2, on lit $P_{élmax}$ = 140 W.

$$\eta = \frac{140 \text{ W}}{800 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \times 1{,}346 \text{ m} \times 1{,}112 \text{ m}} = 11{,}7\%$$



La consommation annuelle de ce particulier est de 7 500 kW·h. Il souhaite que la moitié de cette consommation soit couverte par les panneaux photovoltaïques. Le rendement moyen annuel de chaque panneau est d'environ 10 %.

Q.9. Déterminer le nombre de panneaux à installer, sachant que l'énergie surfacique moyenne reçue chaque jour est d'environ 4,1 kW·h.m^{-2} dans la région. Commenter le résultat.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et nécessite d'être correctement présentée.

Le particulier souhaite obtenir la moitié de sa consommation annuelle,
soit E = 7500 /2 = 3750 kW·h.

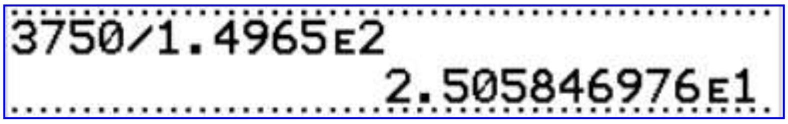
En un an les panneaux vont recevoir une énergie surfacique de 365 jours × 4,1 kW·h·m^{-2}, mais seulement 10% sera convertie en énergie électrique.

Ainsi les panneaux produisent E_S = $\dfrac{10}{100} \times 365 \times 4{,}1 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{-2}$ = 149,65 kW·h·m^{-2}. (résultat intermédiaire non arrondi).

Pour obtenir E = 3750 kW·h, il faut une surface S telle que $E_S \cdot S = E$.

$$S = \frac{E}{E_S}$$

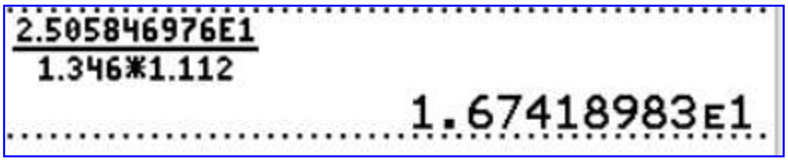
$$S = \frac{3750 \text{ kW} \cdot \text{h}}{149{,}65 \text{ kW} \cdot \text{h} \cdot \text{m}^{-2}} = 25 \text{ m}^2$$



La surface d'un seul panneau est S_1 = 1,346 m × 1,112 m.

Il faut donc $N = \dfrac{S}{S_1}$ panneaux.

$$N = \frac{25 \text{ m}^2}{1{,}346 \text{ m} \times 1{,}112 \text{ m}} = 17 \text{ panneaux.}$$



Ce nombre de panneaux est peu élevé, le projet de ce particulier semble réaliste.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org

Exercice 3 : La wemba-mania (5 points)

Q.1. Donner, en justifiant, la nature du mouvement du ballon selon l'axe Ox.

Lire la question suivante avant de répondre.

La figure 2 montre que $x(t)$ est modélisée par une fonction linéaire, or $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ donc v_x = Cte.

Comme la vitesse horizontale est constante alors le mouvement selon cet axe est uniforme.

Q.2. Déterminer, à l'aide de la figure 2, la valeur de la coordonnée v_x du vecteur vitesse v.

La vitesse selon l'axe Ox est définie par $v_x = \dfrac{dx}{dt}$ et d'après la modélisation de la figure 2, on a $x(t) = 4{,}0 \times t$.

Donc $v_x = 4{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

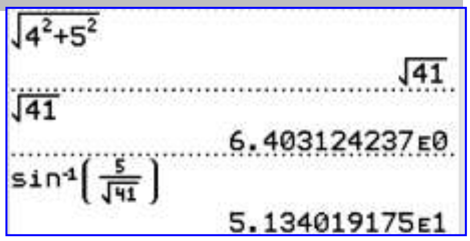
Q.3. Déterminer, à l'aide de la figure 3, la valeur de la coordonnée v_{y0} du vecteur vitesse initiale v_0.

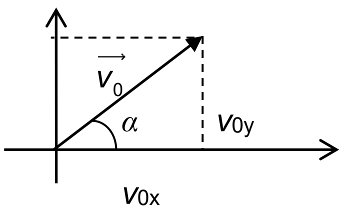
À la date t = 0 s, on lit l'ordonnée $v_{y0} = 5{,}0\ \text{m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Q.4. En déduire la valeur de la vitesse initiale v_0 et de l'angle α que fait le vecteur vitesse initiale avec l'horizontale, défini sur la figure 1.

$v_0 = \sqrt{v_{0x}^2 + v_{0y}^2}$ avec $v_x = v_{0x}$

$v_0 = \sqrt{4{,}0^2 + 5{,}0^2}$ = 6,4 m·s^{-1}





$\sin\alpha = \dfrac{v_{0y}}{v_0}$ donc $\alpha = \sin^{-1}\left(\dfrac{v_{0y}}{v_0}\right)$

$\alpha = \sin^{-1}\left(\dfrac{5{,}0}{6{,}4}\right)$ = 51°

Attention calculatrice en degrés pas en radians.

Q.5. Exprimer les coordonnées $a_x(t)$ et $a_y(t)$ du vecteur accélération $\vec{a}$ du point G du ballon en utilisant la loi de Newton.

Système {ballon} de masse m et de centre de masse G.

Référentiel terrestre supposé galiléen.

Repère d'étude (Oxy).

Dans le cas d'une chute libre, le ballon n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$.

Deuxième loi de Newton : $\sum \overrightarrow{F_{ext}} = \vec{P} = m \cdot \vec{a}$ soit $m \cdot \vec{g} = m \cdot \vec{a}$ donc $\vec{a} = \vec{g}$.

En projection selon les axes Ox et Oy du repère choisi, il vient :

$$\vec{a}(t)\begin{cases} a_x(t) = g_x = 0 \\ a_y(t) = g_y = -g \end{cases}$$

Q.6. Montrer que les équations temporelles des coordonnées de la position du ballon s'expriment selon : $\begin{array}{l} x(t) = 4,0 \times t \\ y(t) = -4,9 \times t^2 + 5,0 \times t + 3,05 \end{array}$.

$\vec{a} = \dfrac{d\vec{v}}{dt}$ donc $a_x(t) = \dfrac{dv_x(t)}{dt}$ et $a_y(t) = \dfrac{dv_y(t)}{dt}$

Ainsi en primitivant on obtient $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = Cte_1 \\ v_y(t) = -g.t + Cte_2 \end{cases}$

On détermine les constantes avec les conditions initiales.

Coordonnées du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$: $\vec{v}_0\begin{cases} v_{0x} = v_0.cos\,\alpha \\ v_{0y} = v_0.sin\,\alpha \end{cases}$

Compte tenu du vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0$ = $\vec{v}(t=0)$ on a :

$v_0.\cos\alpha = Cte_1$
$v_0.\sin\alpha = 0 + Cte_2$

Ainsi : $\vec{v}\begin{cases} v_x(t) = v_0.cos\,\alpha \\ v_y(t) = -g.t + v_0.sin\,\alpha \end{cases}$

À chaque instant $\vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$ donc $v_x(t) = \dfrac{dx(t)}{dt}$ et $v_y(t) = \dfrac{dy(t)}{dt}$

En primitivant on obtient $\overrightarrow{OG}(t)\begin{cases} x(t) = v_0.cos\,\alpha.t + Cte_3 \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.sin\,\alpha.t + Cte_4 \end{cases}$

Conditions initiales, à $t = 0$ s, le ballon est au point G_0 de coordonnées ($x(0) = 0$; $y(0) = h$) donc :

$0 + Cte_3 = 0$
$0 + 0 + Cte_4 = h$

On obtient les équations horaires $\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = v_0.cos(\alpha).t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.sin(\alpha).t + h \end{cases}$ et en remplaçant par les valeurs numériques, on a :

$$\overrightarrow{OG}\begin{cases} x(t) = 6,4 \times cos(51°).t = 4,0 \times t \\ y(t) = -\dfrac{1}{2} \times 9,81 \times t^2 + 6,4 \times sin(51°) \times t + 3,05 = -4,9 \times t^2 + 5,0 \times t + 3,05 \end{cases}$$

Q.7. Montrer que la trajectoire du ballon peut être modélisée par : $y = -0,31x^2 + 1,3x + 3,05$

Comme $x(t) = 4,0 \times t$ alors $t = \dfrac{x(t)}{4,0}$ que l'on remplace dans $y(t) = -4,9 \times t^2 + 5,0 \times t + 3,05$

$$y(x) = -4,9 \times \frac{x(t)^2}{16} + 5,0 \times \frac{x(t)}{4,0} + 3,05$$

$y = -0,31x^2 + 1,3x + 3,05$

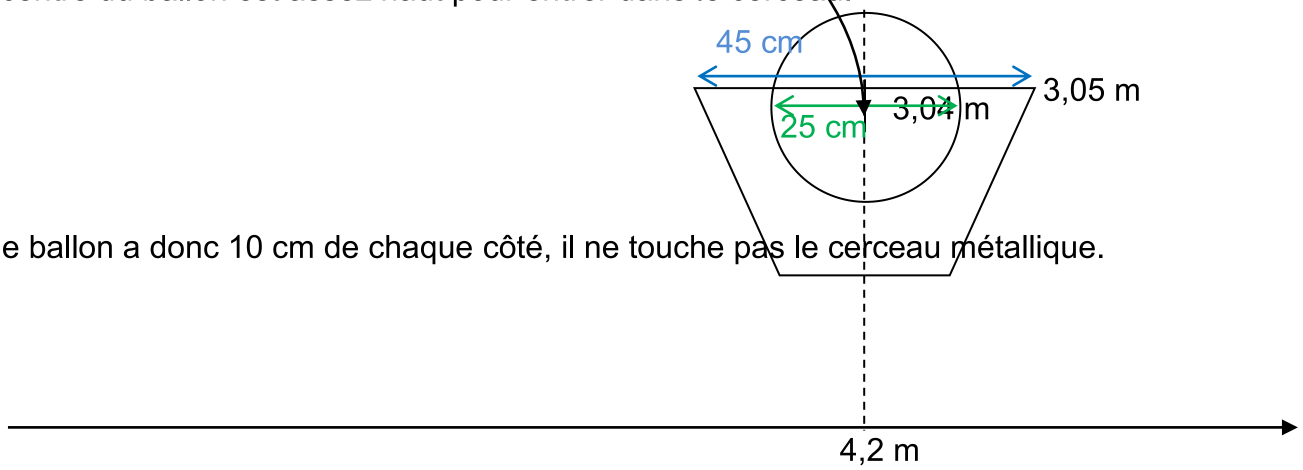
Données :
- Intensité de la pesanteur : g = 9,81 m·s^{-2} ;
- Diamètre du ballon : d = 25 cm ;
- Diamètre du panier : D = 0,45 m ;
- Distance au sol du cerceau métallique du panier : h = 3,05 m.

Au basket, les joueurs doivent marquer un panier en se tenant derrière la ligne de lancer franc située à 4,2 m du centre du panier.

Q.8. Déterminer si le lancer franc est réussi sans toucher le cercle métallique du panier. La réponse doit s'appuyer sur des calculs.

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

Sur la figure 1, on voit que Victor lâche le ballon à la verticale de la ligne de lancer franc.
On cherche donc l'ordonnée du centre de masse du ballon pour x = 4,2 m.
y = –0,31×4,2^2 + 1,3×4,2+ 3,05 = 3,04 m (en réalité pas assez de chiffres significatifs pour connaître l'altitude au centimètre près)
Le centre du ballon est assez haut pour entrer dans le cerceau.



Et le ballon a donc 10 cm de chaque côté, il ne touche pas le cerceau métallique.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à labolycee@labolycee.org