

**1. Détermination de l'effusivité d'un matériau****Données :**

- Effusivité  $E$  d'un matériau :  $E = \sqrt{\lambda \times c_v}$  avec :
  - $\lambda$  : conductivité thermique du matériau (en  $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ ) ;
  - $c_v$  : capacité thermique volumique du matériau (en  $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-3}$ ).
- $c_v = \frac{C}{V}$  avec :
  - $C$  : capacité thermique du morceau de matériau utilisé en  $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$  ;
  - $V$  : volume du morceau de matériau en  $\text{m}^3$ .
- Conductivités thermiques des matériaux :
  - $\lambda_{\text{bois}} = 0,14 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$  ;
  - $\lambda_{\text{carrelage}} = 1,3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$  ;
  - $\lambda_{\text{silicone}} = 0,80 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- Capacité thermique de l'eau en  $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}$  :  $C_{\text{eau}} = m_{\text{eau}} \times c_{\text{eau}}$ , avec :
  - $c_{\text{eau}}$  : capacité thermique massique de l'eau,  $c_{\text{eau}} = 4,18 \times 10^3 \text{ J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$  ;
  - $m_{\text{eau}}$  : masse de l'eau en kg.
- $T$  : température en kelvin ;
- $\theta$  : température en degré Celsius ;
- Variation de l'énergie interne d'un système incompressible :  $\Delta U = C \times \Delta T$  avec :
  - $C$  : capacité thermique du système ;
  - $\Delta T$  : variation de température du système.
- Rappel :  $\sqrt{a} = a^{1/2}$ .

**Q.1. Montrer que l'effusivité s'exprime en  $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1/2}$ .**

L'effusivité est définie par  $E = \sqrt{\lambda \times c_v} = (\lambda \times c_v)^{1/2} = \lambda^{1/2} \times c_v^{1/2}$

On remplace les grandeurs par leurs unités :  $(\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-1}\cdot\text{s}^{-1})^{1/2} \cdot (\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-3})^{1/2}$   
 $\text{J}^{1/2} \cdot \text{J}^{1/2} \cdot \text{K}^{-1/2} \cdot \text{K}^{-1/2} \cdot \text{m}^{-1/2} \cdot \text{m}^{-3/2} \cdot \text{s}^{-1/2}$

Finalement on obtient effectivement une effusivité en  $\text{J}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{m}^{-2}\cdot\text{s}^{-1/2}$ .

Les conductivités thermiques  $\lambda$  des matériaux étant données, on cherche à obtenir les capacités thermiques volumiques des matériaux à partir d'une mesure de  $C$  et de  $V$  du morceau choisi. On choisit de déterminer  $C_{\text{carrelage}}$ , la capacité thermique du morceau de carrelage, par calorimétrie. On considère que dans un calorimètre, on néglige tout travail et tout transfert thermique avec l'extérieur.

On place 720 g d'eau à 25,4 °C dans le calorimètre. On y insère le morceau de carrelage à 39,7 °C. On relève la température finale d'équilibre thermique au bout de quelques dizaines de secondes, le temps que les transferts thermiques se fassent. On relève une température finale de 25,9 °C. On considère le système {eau + carrelage} dans le calorimètre.

**Q.2. Indiquer le sens dans lequel s'opère le transfert thermique entre le corps chaud et le corps froid.**

Le transfert thermique a toujours lieu du corps chaud (le carrelage) vers le corps froid (l'eau).

**Q.3. Rappeler le premier principe de la thermodynamique et en définir tous les termes ainsi que leurs unités. Appliquer le premier principe de la thermodynamique au système dans le calorimètre.**

Le premier principe de la thermodynamique indique qu'un système peut échanger de l'énergie avec le milieu extérieur sous forme de chaleur  $Q$  et/ou de travail  $W$ . Ainsi la variation d'énergie interne du système est  $\Delta U = W + Q$ .

$\Delta U$ ,  $W$  et  $Q$  sont des énergies exprimées en Joules.

Le système dans le calorimètre est constitué d'eau et de carrelage.

Le sujet indique que dans un calorimètre, on néglige tout travail et tout transfert thermique avec l'extérieur donc  $\Delta U = 0$ .

Mais par ailleurs, le système étant immobile et incompressible alors  $W = 0$ .

On obtient  $\Delta U = Q = 0$ .

**Q.4. Montrer que la variation d'énergie interne de l'eau dans le calorimètre vaut  $1,50 \times 10^3$  J.**

$$\Delta U = 0 = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{carrelage}}$$

L'eau reçoit autant d'énergie que le carrelage cède d'énergie.

$$\Delta U_{\text{eau}} = C_{\text{eau}} \cdot \Delta T = m_{\text{eau}} \cdot c_{\text{eau}} \cdot \Delta T$$

$$\Delta U_{\text{eau}} = 0,720 \text{ kg} \times 4,18 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{kg}^{-1} \times (25,9 - 25,4) \text{ K}$$

$$\Delta U_{\text{eau}} = 1,50 \times 10^3 \text{ J}$$

$$0.72 * 4180 * (25.9 - 25.4) = 1.5048 \text{E}3$$

Remarque : inutile de convertir les températures en kelvins car  $((25,9 + 273) - (25,4 + 273)) = 25,9 - 25,4$ .

**Q.5. En déduire que la capacité thermique du morceau de carrelage vaut  $C_{\text{carrelage}} = 109 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$ .**

$$\Delta U = 0 = \Delta U_{\text{eau}} + \Delta U_{\text{carrelage}}$$

$$\Delta U_{\text{carrelage}} = -\Delta U_{\text{eau}}$$

$$C_{\text{carrelage}} \cdot \Delta T = -\Delta U_{\text{eau}}$$

$$C_{\text{carrelage}} = \frac{-\Delta U_{\text{eau}}}{\Delta T}$$

$$C_{\text{carrelage}} = \frac{-1,5048 \times 10^3}{25,9 - 39,7} = 109 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$$

$$\frac{-1.5048 \text{E}3}{25.9 - 39.7} = 1.090434783 \text{E}2$$

Pour l'étude de la capacité thermique du carrelage, on utilise un morceau de carrelage de volume  $5,50 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3$ .

**Q.6. Calculer la valeur de la capacité thermique volumique du carrelage  $C_v \text{ carrelage}$ .**

$$C_{v \text{ carrelage}} = \frac{C_{\text{carrelage}}}{V}$$

$$C_{v \text{ carrelage}} = \frac{109 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}{5,50 \times 10^{-5} \text{ m}^3} = 1,98 \times 10^6 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-3}$$

**Q.7. Montrer que l'effusivité du carrelage vaut  $E_{\text{carrelage}} = 1,60 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ .**

$$E_{\text{carrelage}} = \sqrt{\lambda_{\text{carrelage}} \times C_{v \text{ carrelage}}}$$

$$E_{\text{carrelage}} = \sqrt{1,3 \times 1,98 \times 10^6} = 1,6 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$$

$$\sqrt{1.3 * 1.982608696 \text{E}6} = 1.605425584 \text{E}3$$

Remarque : on effectue les calculs avec les valeurs précédentes non arrondies et ici il n'y a que deux chiffres significatifs (comme pour  $\lambda_{\text{carrelage}}$ ).

On mesure dans les mêmes conditions d'expérience  $E_{\text{bois}} = 0,476 \cdot 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ .

**Q.8. Justifier la cohérence des valeurs d'effusivité des matériaux par rapport au texte d'introduction.**

L'effusivité du bois est environ 3 fois plus faible que celle du carrelage. Ainsi le bois se réchauffe plus rapidement sur la surface en contact avec le pied chaud que ne le fait le carrelage.

La température de contact ressentie par le pied au contact du bois est plus élevée que celle avec le carrelage.

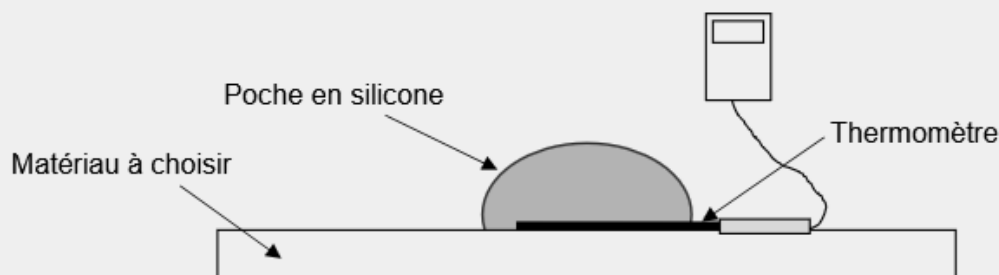
## 2. Mesure et calcul de la température de contact

**Données :**

- $T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273$  ;
- Effusivités des matériaux :  $E_{\text{silicone}} = 0,756 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$  ;  
 $E_{\text{bois}} = 0,476 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$  ;  
 $E_{\text{carrelage}} = 1,60 \times 10^3 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1/2}$ .

Pour mesurer la température moyenne de contact entre la poche en silicone chauffée à environ  $34^{\circ}\text{C}$  (comme pour un pied réel) et un morceau de carrelage (ou un morceau de bois), dont on relève au préalable la température, on intercale un thermomètre entre le carrelage (ou le bois) et la poche en silicone.

On atteint au bout de quelques secondes l'équilibre thermique et on mesure la température de contact. L'incertitude type associée à chaque mesure de température vaut  $0,2^{\circ}\text{C}$ .



Pour calculer  $T_{\text{calcul.AB}}$  la température de contact thermique entre deux matériaux A et B, on utilise la relation :

$$T_{\text{calcul.AB}} = \frac{E_A \times T_A + E_B \times T_B}{E_A + E_B}$$

avec  $E_A$  et  $E_B$  les effusivités des matériaux A et B en contact thermique et  $T_A$  et  $T_B$  leurs températures respectives initiales en kelvin.

Dans le cas du contact silicone-bois, les températures initiales sont :  $\theta_{\text{silicone}} = 34,1^{\circ}\text{C}$  et  $\theta_{\text{bois}} = 19,6^{\circ}\text{C}$ , la température de contact mesurée entre le silicone et le bois notée  $\theta_{\text{mesure.SB}}$  s'établit au bout de quelques secondes à  $\theta_{\text{mesure.SB}} = 28,3^{\circ}\text{C}$ .

**Q.9. Exprimer la valeur de  $T_{\text{mesure.SB}}$  en kelvin.**

$T_{\text{mesure.SB}} = \theta_{\text{mesure.SB}} + 273$  en kelvin.

**Q.10. Calculer la valeur de la température de contact théorique notée  $T_{\text{calcul.SB}}$  entre la poche de silicone et le bois.**

$$T_{\text{calcul.AB}} = \frac{E_A \times T_A + E_B \times T_B}{E_A + E_B} \text{ donc ici } T_{\text{calcul.SB}} = \frac{E_{\text{silicone}} \times T_{\text{silicone}} + E_{\text{bois}} \times T_{\text{bois}}}{E_{\text{silicone}} + E_{\text{bois}}}$$

$$T_{\text{calcul.SB}} = \frac{0,756 \times 10^3 \times (34,1 + 273) + 0,476 \times 10^3 \times (19,6 + 273)}{0,756 \times 10^3 + 0,476 \times 10^3} = 302 \text{ K} = 302 - 273 = 28^\circ\text{C}$$

0.756E3*(34.1+273)+0.476E3*(19.6+273)	
0.756E3+0.476E3	
.....	3.014977273E2
Rep-273	
.....	2.849772727E1

Remarque : le résultat (en K) ne peut comporter que trois chiffres significatifs.

Ensuite on fait une soustraction de deux nombres ne comportant aucune décimale, donc la température en °C est arrondie à l'entier sans décimale.

Dans le cas du contact silicone-carrelage, on trouve expérimentalement  $T_{\text{mesure.SC}} = 297,2 \text{ K}$  et on calcule  $T_{\text{calcul.SC}} = 297,4 \text{ K}$ .

**Q.11. Comparer les valeurs des températures de contact mesurées  $T_{\text{mesure.SB}}$  et  $T_{\text{mesure.SC}}$  avec celles des températures de contact calculées  $T_{\text{calcul.SB}}$  et  $T_{\text{calcul.SC}}$  et conclure.**

$T_{\text{mesure.SB}} = 28,3 + 273 = 301,3 \text{ K}$  (on va garder la décimale...)

$T_{\text{calcul.SB}} = 301,5 \text{ K}$

$T_{\text{mesure.SC}} = 297,2 \text{ K}$

$T_{\text{calcul.SC}} = 297,4 \text{ K}$

Les valeurs mesurées sont très proches de celles calculées.

On constate un écart de  $0,2^\circ\text{C}$ . Cet écart est égal à l'incertitude type de mesure de la température. Le z-score vaut donc 1 et est inférieur à 2, ce qui montre l'accord avec la formule théorique utilisée. (Remarque : il n'est pas nécessaire d'évoquer le z-score qui d'ailleurs n'est pas donné dans le sujet).

**Q.12. Expliquer les raisons de la sensation décrite dans le titre de l'exercice.**

Comparons les températures de contact thermique :

avec le bois  $T_{\text{mesure.SB}} = 28,3 + 273 = 301,3 \text{ K}$

avec le carrelage  $T_{\text{mesure.SC}} = 297,2 \text{ K}$

donc  $T_{\text{mesure.SB}} > T_{\text{mesure.SC}}$

Le pied ressent le fait que le carrelage est plus froid que le bois et cela génère la sensation de froid.

Le transfert thermique du pied vers le carrelage est plus important que celui entre le pied et le bois car la différence de température entre le pied et le carrelage est plus élevée.

### 3. Transfert conducto-convectif

On étudie le refroidissement à l'intérieur du pied.

Pour cela, on immerge la poche de silicone, transpercée jusqu'à son centre par un thermomètre relié à une interface d'acquisition, dans un mélange eau liquide/glace constituant ainsi un thermostat à  $0^\circ\text{C}$ .

Le suivi de la température dure trois heures, les mesures sont faites toutes les 7,2 secondes.

**Q.13. Préciser quel transfert thermique supplémentaire, lié à la présence d'eau liquide, apparaît dans le thermostat eau liquide/glace par rapport aux matériaux solides utilisés précédemment.**

On connaît trois modes de transfert thermique convection, conduction et rayonnement.

La présence d'eau liquide permet un transfert par convection qui n'avait pas lieu avec les solides.

Le flux thermique entre la poche de silicone et le thermostat, dans le cas d'un transfert conducto-convectif, est donné par la loi de Newton, il s'écrit :

$$\phi = h_{\text{eau-silicone}} \times S \times (\theta_T - \theta), \text{ avec}$$

- $h_{\text{eau-silicone}}$  : coefficient de transfert conducto-convectif entre l'eau et le silicone ; plus le coefficient de transfert conducto-convectif est grand plus le flux sera important ;
- $S$  : surface de contact entre poche en silicone et le thermostat ;
- $\theta$  : température du silicone dans la poche et  $\theta_T$  la température du thermostat.

**Q.14. Donner l'expression du transfert thermique  $Q$  en fonction du flux thermique  $\phi$  pendant une durée très petite  $\Delta t$ .**

Remarque : en général une petite durée est notée  $dt$ .

$$\phi = \frac{Q}{\Delta t} \text{ donc } Q = \phi \cdot \Delta t$$

**Q.15. Montrer, par application du premier principe de la thermodynamique appliqué au silicone, que les variations de la température du silicone à l'intérieur de la poche peuvent être décrites par l'équation différentielle suivante :**

$$\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \times \theta = \frac{1}{\tau} \times \theta_T$$

avec  $\tau$  le temps caractéristique de transfert tel que :  $\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$ .

Le premier principe de la thermodynamique appliqué au système {silicone} donne  $\Delta U = W + Q$ . Le système est immobile et supposé incompressible donc il n'échange pas de travail.

$$\Delta U = Q$$

On a  $Q = C_{\text{silicone}} \times \Delta\theta$  et  $Q = \phi \cdot \Delta t$  donc  $C_{\text{silicone}} \times \Delta\theta = \phi \cdot \Delta t$

$$\frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\phi}{C_{\text{silicone}}}$$

Si  $\Delta t$  tend vers zéro alors on notera  $\frac{d\theta}{dt} = \frac{\phi}{C_{\text{silicone}}}$

On fait intervenir la loi de Newton  $\frac{d\theta}{dt} = \frac{h_{\text{eau-silicone}} \times S \times (\theta_T - \theta)}{C_{\text{silicone}}}$

Comme  $\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S}$  alors  $\frac{1}{\tau} = \frac{h_{\text{eau-silicone}} \times S}{C_{\text{silicone}}}$

alors on obtient  $\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau} \cdot (\theta_T - \theta)$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\tau} \cdot \theta_T - \frac{1}{\tau} \cdot \theta$$

Finalement  $\frac{d\theta}{dt} + \frac{1}{\tau} \times \theta = \frac{1}{\tau} \times \theta_T$ .

La solution donnant l'évolution de la température en fonction du temps a pour forme :

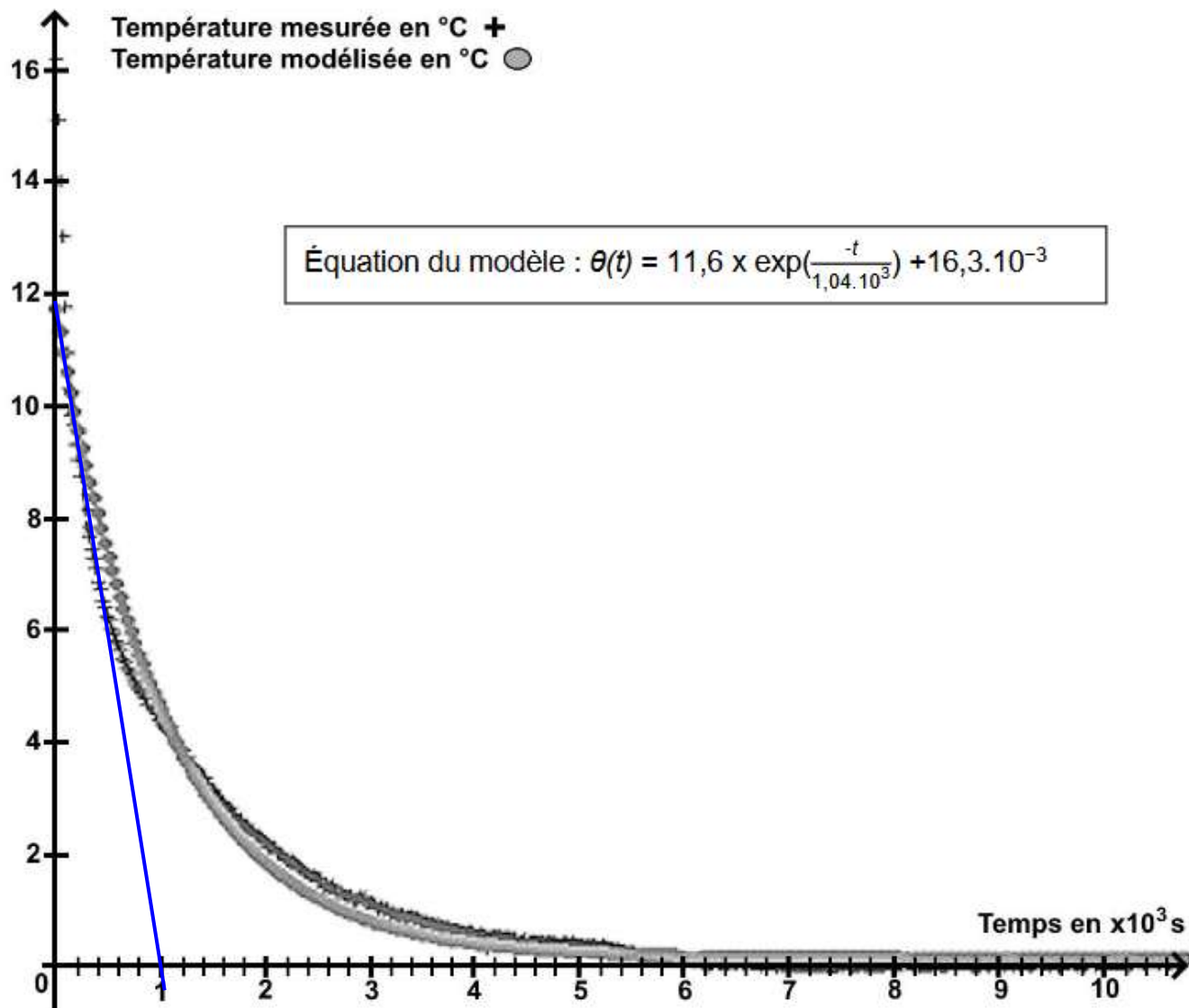
$$\theta(t) = (\theta(0) - \theta_T) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + \theta_T$$

**Q.16. Comparer les deux courbes obtenues en annexe à rendre avec la copie et commenter.**

Les deux courbes ne se superposent pas parfaitement, cependant elles sont assez proches pour que l'on considère le modèle mathématique comme compatible avec le mode réel.

**Q.17. Déterminer la valeur du temps caractéristique  $\tau$  par construction graphique à réaliser sur l'annexe à rendre avec la copie.**

On trace la tangente à l'origine, elle coupe l'axe des temps à la date  $t = \tau$ .



On lit  $\tau = 1 \times 10^3$  s.

Remarque : Cette méthode étant peu précise, on ne peut pas garder trop de chiffres significatifs.

**Q.18. Calculer la valeur de  $h_{\text{eau-silicone}}$  sachant que la poche utilisée a une capacité thermique  $C_{\text{silicone}} = 179 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}$  et une surface totale immergée  $S = 0,0172 \text{ m}^2$ .**

$$\tau = \frac{C_{\text{silicone}}}{h_{\text{eau-silicone}} \times S} \quad \text{donc} \quad h_{\text{eau-silicone}} = \frac{C_{\text{silicone}}}{\tau \times S}$$

$$h_{\text{eau-silicone}} = \frac{179 \text{ J} \cdot \text{K}^{-1}}{1 \times 10^3 \text{ s} \times 0,0172 \text{ m}^2} = 1 \times 10^1 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$$

Le coefficient conducto-convectif entre l'air et le silicone vaut  $h_{\text{air-silicone}} = 3,51 \text{ J} \cdot \text{s}^{-1} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{m}^{-2}$ .

**Q.19. Comparer les valeurs des deux coefficients conducto-convectifs et indiquer le fluide dans lequel le pied se refroidit le plus vite.**

$$h_{\text{eau-silicone}} > h_{\text{air-silicone}}$$

Comme indiqué dans le sujet, plus le coefficient de transfert conducto-convectif est grand plus le flux sera important, donc le pied se refroidit plus vite dans l'eau que dans l'air.

Remarque : Ceci est bien en accord avec notre ressenti lors d'une baignade dans de l'eau à la même température que l'air. L'eau paraît plus froide que l'air, car elle nous prend plus rapidement notre chaleur.

Merci de nous signaler la présence éventuelle d'erreurs à [labolycee@labolycee.org](mailto:labolycee@labolycee.org)

## Exercice 2 : HOPE, l'espoir du dihydrogène vert (5 points)

## Données :

- Masses molaires atomiques :  $M(\text{H}) = 1,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$  ;
- Constante d'Avogadro :  $N_A = 6,0 \times 10^{23} \text{ mol}^{-1}$  ;
- Charge élémentaire :  $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$  ;
- Charge d'une mole d'électrons :  $F = N_A \times e = 96\,500 \text{ C}\cdot\text{mol}^{-1}$  ;
- Couples d'oxydo-réduction mis en jeu dans la réaction :  $\text{H}^+(\text{aq}) / \text{H}_2(\text{g})$  et  $\text{O}_2(\text{g}) / \text{H}_2\text{O}(\ell)$  ;
- $1 \text{ W}\cdot\text{h} = 3600 \text{ J}$  ;
- La relation entre la capacité (ou quantité d'électricité transférée)  $Q$  (en  $\text{A}\cdot\text{h}$ ) et la durée de transfert  $\Delta t$  (en h), pour une intensité électrique  $I$  (en A), est donnée par la relation :  $Q = I \times \Delta t$ .

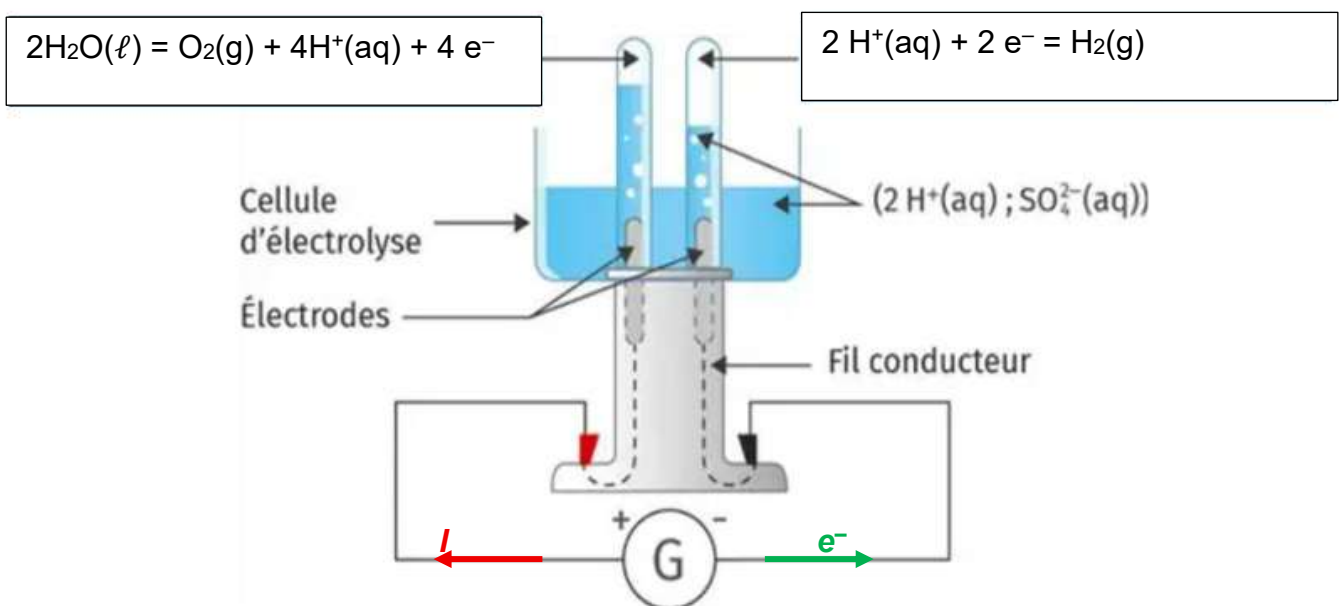
Une éolienne flottante permet l'alimentation en énergie de la plateforme. Celle-ci possède une turbine qui a produit, au cours du mois de décembre 2023 une énergie électrique de 922 MW·h.

**Q.1. Déterminer, en MW·h, l'énergie moyenne produite par l'éolienne chaque jour au mois de décembre 2023.**

Le mois de décembre comporte 31 jours, l'énergie moyenne par jour est donc  $922/31 = 29,7 \text{ MW}\cdot\text{h}$ .

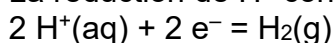
On réalise au laboratoire l'électrolyse de l'eau de mer. La tension  $U$  appliquée aux bornes de l'électrolyseur est de 4,74 V et le courant électrique  $I$  qui circule est de 7,25 mA pendant une durée  $\Delta t = 6 \text{ min } 47 \text{ s}$ .

**Q.2. Compléter le document 2 de l'annexe à rendre avec la copie en y faisant figurer le sens de circulation du courant électrique  $I$  et celui des électrons dans le circuit électrique.**

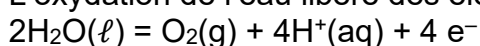


**Q.3. Écrire les demi-équations électroniques des deux couples d'oxydoréduction mis en jeu dans la réaction. Dans les encadrés de l'annexe à rendre avec la copie (page 10), associer à chaque électrode de l'électrolyseur la demi-équation se produisant lors de l'électrolyse.**

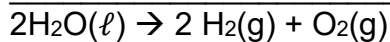
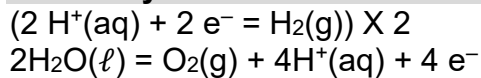
La réduction de  $\text{H}^+$  consomme des électrons fournis par la borne négative du générateur.



L'oxydation de l'eau libère des électrons pompés par la borne positive du générateur



**Q.4. En déduire l'équation de réaction modélisant la transformation qui a lieu au sein de l'électrolyseur.**



Remarque : on vérifie sur le schéma que le volume de gaz dihydrogène est le double de celui du dioxygène.

**Q.5. Exprimer en fonction de  $I$ ,  $\Delta t$  et  $F$  la quantité de matière d'électrons échangés dans cet électrolyseur. Calculer sa valeur.**

$$Q = I \cdot \Delta t = n(\text{e}^-) \cdot F$$

$$n(\text{e}^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F}$$

**Q.6. Montrer que la masse de dihydrogène produite vaut  $3,06 \times 10^{-5}$  g dans l'électrolyseur du laboratoire.**

D'après la demi-équation  $2 \text{H}^+(\text{aq}) + 2 \text{e}^- = \text{H}_2(\text{g})$ , on a  $n(\text{H}_2) = \frac{n(\text{e}^-)}{2}$ .

$$n(\text{H}_2) = \frac{I \cdot \Delta t}{2F}$$

$$m(\text{H}_2) = n(\text{H}_2) \cdot M(\text{H}_2)$$

$$m(\text{H}_2) = \frac{I \cdot \Delta t}{2F} \cdot M(\text{H}_2)$$

$$m(\text{H}_2) = \frac{7,25 \times 10^{-3} \times (6 \times 60 + 47)}{2 \times 96500} \times 2,0 = 3,06 \times 10^{-5} \text{ g}$$

$$\frac{7.25E-3 * (6 * 60 + 47) * 2}{2 * 96500}$$

$$3.057772021E-5$$

**Q.7. Calculer l'énergie nécessaire dans ces conditions pour récupérer 400 kg de dihydrogène, masse que l'industriel espère récupérer par jour.**

Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.

On peut tout d'abord calculer l'énergie nécessaire pour produire  $m(\text{H}_2) = 3,06 \times 10^{-5}$  g.

$$E = P \cdot \Delta t = U \cdot I \cdot \Delta t$$

$$E = 4,74 \text{ V} \times 7,25 \times 10^{-3} \text{ A} \times (6 \times 60 + 47) \text{ s} = 14,0 \text{ J}$$

Puis par proportionnalité,  $E = 14,0 \text{ J} \rightarrow m(\text{H}_2) = 3,06 \times 10^{-5} \text{ g}$

$$E_{400} = ? \rightarrow 400 \times 10^3 \text{ g}$$

$$E_{400} = \frac{14,0 \times 400 \times 10^3}{3,06 \times 10^{-5}} = 1,83 \times 10^{11} \text{ J}$$

$$4.74 * 7.25E-3 * (6 * 60 + 47)$$

$$1.3986555E1$$

$$1.3986555E1 * 400E3 / 3.05777E-5$$

$$1.82964E11$$

**Q.8. Vérifier si ce résultat est cohérent avec le résultat trouvé dans la question Q.1. Commenter.**

Pour voir la cohérence il faut convertir l'énergie calculée en  $\text{W} \cdot \text{h}$ , puis en  $\text{MW} \cdot \text{h}$ .

Comme  $1 \text{ W} \cdot \text{h} = 3600 \text{ J}$ , alors  $E_{400} = 1,83 \times 10^{11} / 3600 = 5,08 \times 10^7 \text{ W} \cdot \text{h} = 50,8 \times 10^6 \text{ W} \cdot \text{h} = 50,8 \text{ MW} \cdot \text{h}$ .

$$1.82964E11$$

$$\text{Rep} / 3600$$

$$5.082333333E7$$

L'éolienne fournit  $29,7 \text{ MW} \cdot \text{h} < 50,8 \text{ MW} \cdot \text{h}$ , ce qui n'est pas suffisant pour récupérer 400 kg de dihydrogène. Il faudrait plutôt deux éoliennes.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à [labolycee@labolycee.org](mailto:labolycee@labolycee.org).

**Données :**

- couples acide-base :
  - dihydrogénocarbonate / ion hydrogénocarbonate :  $\text{H}_2\text{CO}_3(\text{aq}) / \text{HCO}_3^-(\text{aq})$  ;
  - ion hydrogénocarbonate / ion carbonate :  $\text{HCO}_3^-(\text{aq}) / \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$  ;
  - couples de l'eau :  $\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq}) / \text{H}_2\text{O}(\ell)$  ;  $\text{H}_2\text{O}(\ell) / \text{HO}^-(\text{aq})$ .
- masse molaire du carbonate de potassium :  $M(\text{K}_2\text{CO}_3) = 138,0 \text{ g}\cdot\text{mol}^{-1}$  ;
- produit ionique de l'eau à 25 °C :  $K_e = 1,0 \times 10^{-14}$  et  $\text{p}K_e = 14,0$ .

**Q.1. Définir une espèce chimique basique selon Brönsted.**

D'après Bronsted, une base est une espèce chimique capable de gagner un ou plusieurs protons  $\text{H}^+$ .

Pour étudier le comportement des ions carbonate de la lessive de cendre, on pèse au laboratoire une masse  $m = 3,0 \text{ g}$  de carbonate de potassium  $\text{K}_2\text{CO}_3(\text{s})$  que l'on dissout dans une fiole jaugée de 100,0 mL. On obtient ainsi la solution aqueuse S.

**Q.2. Calculer la concentration en quantité de matière des ions carbonate dans la solution S.**

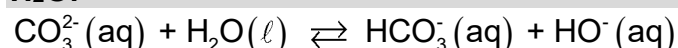
$$C = \frac{n}{V} \text{ or } n = \frac{m}{M} \text{ donc } C = \frac{m}{M \cdot V}$$

$$C = \frac{3,0 \text{ g}}{138,0 \frac{\text{g}}{\text{mol}} \times 0,1000 \text{ L}} = 0,22 \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$\frac{3}{138 \times 0,1}$	$2.173913043\text{E}-1$
----------------------------	-------------------------

Il s'agit de la concentration apportée en  $\text{K}_2\text{CO}_3$ , on cherche la concentration effective en ions carbonate  $\text{CO}_3^{2-}$ .

L'équation de dissolution est  $\text{K}_2\text{CO}_3(\text{s}) \rightarrow 2\text{K}^+(\text{aq}) + \text{CO}_3^{2-}(\text{aq})$ , ainsi il se forme autant d'ions carbonate que l'on apporte de  $\text{K}_2\text{CO}_3$  et donc  $C = [\text{CO}_3^{2-}(\text{aq})]$ .

**Q.3. Écrire et ajuster l'équation de la réaction acido-basique se produisant entre  $\text{CO}_3^{2-}$  et  $\text{H}_2\text{O}$ .**

Le pH de la solution S est de 11,8.

**Q.4. En déduire la concentration en ions hydroxyde  $\text{HO}^-$  dans la solution S.**

$$[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})] \cdot [\text{HO}^-(\text{aq})] = K_e$$

$$[\text{HO}^-(\text{aq})] = \frac{K_e}{[\text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})]}$$

$$[\text{HO}^-(\text{aq})] = \frac{K_e}{10^{-\text{pH}}}$$

$$[\text{HO}^-(\text{aq})] = \frac{1,0 \times 10^{-14}}{10^{-11,8}} = 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol}\cdot\text{L}^{-1}$$

$\frac{1\text{E}-14}{10^{-11,8}}$	$6.309573445\text{E}-3$
-----------------------------------	-------------------------

**Q.5. Comparer la concentration en ions hydroxyde à la concentration apportée en ions carbonate.**

**En déduire que l'ion carbonate est une base faible, permettant d'assimiler la lessive de cendre à une solution d'ions carbonate.**

La concentration en ions hydroxyde  $[HO^-(aq)] = 6,3 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  est très inférieure à la concentration apportée en ions carbonate  $C = 0,22 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ .

D'après l'équation de la réaction vue en Q3., si la transformation avec l'eau était totale alors on aurait  $n_{CO_3^{2-}(aq)apportée} = n_{HO^-(aq)finale}$  donc  $C = [HO^-(aq)]$ .

On en déduit que la transformation n'est pas totale donc l'ion carbonate est une base faible.

**2. Titrage des espèces basiques contenues dans la lessive de cendre**

L'objectif de cette partie est de déterminer un encadrement du volume de lessive de cendre à introduire dans la machine à laver pour remplacer une lessive classique. Pour cela, on réalise un titrage des ions carbonate  $CO_3^{2-}(aq)$  présents dans la lessive de cendre.

Protocole :

On dispose d'une solution de lessive de cendre notée  $S_0$ .

On réalise une solution  $S_1$  à partir d'une dilution par 10 de la solution  $S_0$ .

Le titrage d'un volume  $V_1 = 10,0 \text{ mL}$  de solution  $S_1$  est réalisé par pH-métrie. L'acide chlorhydrique ( $H_3O^+(aq)$ ,  $Cl^-(aq)$ ) de concentration  $c_A = 5,00 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$  est la solution titrante.

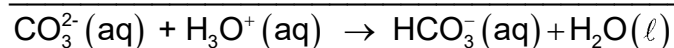
**Q.6. Écrire les demi-équations des deux couples acide-base mettant en jeu les ions carbonate et du couple  $H_2O(\ell) / HO^-(aq)$ , et justifier que l'équation support de la réaction de titrage s'écrit :  $CO_3^{2-}(aq) + 2H_3O^+(aq) \rightarrow H_2CO_3(aq) + 2H_2O(\ell)$**

Première étape : Couple  $HCO_3^-(aq) / CO_3^{2-}(aq)$

Demi-équation acido-basique :  $CO_3^{2-}(aq) + H^+(aq) = HCO_3^-(aq)$

**Erreur dans le sujet ?** Lors du titrage c'est le couple  $H_3O^+(aq) / H_2O(\ell)$  qui intervient.

Demi-équation acido-basique :  $H_3O^+(aq) = H_2O(\ell) + H^+(aq)$

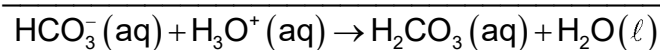


Deuxième étape : Couple  $H_2CO_3(aq) / HCO_3^-(aq)$

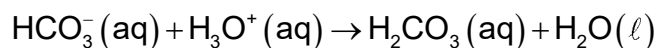
Demi-équation acido-basique :  $HCO_3^-(aq) + H^+(aq) = H_2CO_3(aq)$

Couple  $H_3O^+(aq) / H_2O(\ell)$

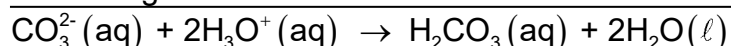
Demi-équation acido-basique :  $H_3O^+(aq) = H_2O(\ell) + H^+(aq)$



En faisant le bilan des deux étapes  $CO_3^{2-}(aq) + H_3O^+(aq) \rightarrow HCO_3^-(aq) + H_2O(\ell)$



On retrouve bien l'équation support du titrage :



Dans la pratique, la courbe de titrage fait apparaître deux sauts de pH. On admet que le volume équivalent correspondant à la réaction précédente vaut  $V_{eq} = 17,0 \text{ mL}$ .

**Q.7. Déterminer la valeur de la concentration en quantité de matière en ions carbonate de la lessive de cendre  $S_0$ .**

*Le candidat est invité à prendre des initiatives et à présenter la démarche suivie, même si elle n'a pas abouti. La démarche est évaluée et doit être correctement présentée.*

À l'équivalence, les réactifs sont introduits dans les proportions stœchiométriques.

$$\frac{n_{H_3O^+}}{2} \text{ versée} = n_{CO_3^{2-}} \text{ initiale}$$

$$\frac{c_A \cdot V_{eq}}{2} = c_1 \cdot V_1$$

$$c_1 = \frac{c_A \cdot V_{eq}}{2V_1}$$

$$c_1 = \frac{5,00 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \times 17,0 \text{ mL}}{2 \times 10,0 \text{ mL}} = 4,25 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

La solution titrée  $S_1$  a été diluée d'un facteur 10, ainsi  $c_0 = 10 c_1$ .

$$c_0 = 4,25 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

**Données :**

Pour une machine contenant 5 kg de linge, l'étiquette d'une lessive commerciale préconise, selon la dureté de l'eau du robinet, les quantités en espèces chimiques basiques suivantes :

Dureté de l'eau du robinet	Très douce	Douce	Dure	Très dure
Quantité d'espèces chimiques basiques à introduire	Entre $4,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$ et $5,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$	Entre $5,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$ et $6,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$	Entre $6,0 \times 10^{-3} \text{ mol}$ et $1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$	Entre $1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$ et $1,5 \times 10^{-2} \text{ mol}$

D'après une étiquette d'une lessive commerciale.

Pour une lessive commerciale, cela correspond à un volume de lessive compris entre 50 et 150 mL.

Des mesures effectuées conduisent à qualifier l'eau de dure.

**Q.8. Déterminer un encadrement du volume de lessive de cendre à introduire dans la machine à laver pour répondre aux préconisations de l'étiquette. Commenter le résultat obtenu.**

Pour une eau dure  $6,0 \times 10^{-3} \leq n \leq 1,0 \times 10^{-2} \text{ mol}$ .

$$n = c \cdot V \text{ donc } V = \frac{n}{c}$$

$$\frac{6,0 \times 10^{-3}}{4,25 \times 10^{-2}} \leq V \leq \frac{1,0 \times 10^{-2}}{4,25 \times 10^{-2}} \text{ L}$$

$1,4 \times 10^{-1} \leq V \leq 2,4 \times 10^{-1} \text{ L}$  de lessive de cendre.

En cas d'usage d'une lessive commerciale, il faudrait entre 50 et 150 mL de lessive donc entre  $5,0 \times 10^{-2} \text{ L}$  et  $1,50 \times 10^{-1} \text{ L}$ .

On remarque donc qu'avec la lessive de cendre il faut un plus grand volume de lessive.

Merci de nous signaler la présence d'éventuelles erreurs à [labolycee@labolycee.org](mailto:labolycee@labolycee.org)