



GROUPE

Ipesup

Ipesup ■ Prepasup ■ Optimal Sup-Spé

CORRIGÉ CONCOURS AVENIR 2023

ÉCOLES
D'INGÉNIEURS
POST-BAC





GROUPE

Ipesup

Ipesup ■ Prepasup ■ Optimal Sup-Spé

**Vous êtes en Terminale ?
Intéressé(e) par les Ecoles d'Ingénieurs Post-BAC ?**

PARCOURS NUMÉRIQUE

AVENIR ET PUISSANCE ALPHA

- Une formation **100% digitale** en cycle continu
- **24 vidéos méthodologiques** : chaque semaine, 2 thématiques abordées
- Des centaines de QCMs d'entraînements en ligne
- 24 **ateliers interactifs** encadrés
- 2 sessions de **concours blancs (4 concours blancs)**
- Accès à notre **Campus Numérique**



Entre le 13 janvier et le 13 avril 2024

1 300 €

Inscrivez-vous !

87%

87% DE NOS ÉLÈVES

admis aux écoles du **TOP 5** des
concours Avenir et Puissance Alpha



www.ipesup.fr



ÉTABLISSEMENT D'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR ET SECONDAIRE PRIVÉ



SOMMAIRE

Epreuves de Mathématiques **05**

Epreuves de Physique **48**

Epreuves d'Anglais **70**

INTRODUCTION

Pour vous accompagner dans votre préparation au concours Avenir des écoles d'ingénieurs post-bac, IPESUP vous propose une correction détaillée des épreuves de mathématiques, de physique et d'anglais de la sessions d'avril 2023.

Rejoignez nous pour vous préparer tout au long de l'année jusqu'au concours.



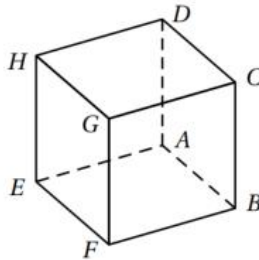


Corrigé de l'épreuve de mathématiques

Concours AVENIR 2023

GEOMETRIE DU PLAN ET DE L'ESPACE

Règle de nommage et représentation d'un cube : Dans ce sujet, un cube ABCDEFGH, dénote le cube suivant (aux rotations près du cube) :



Attention, pour les questions 1 à 5, on se place dans l'espace muni d'un repère orthonormé.

Question 1.

On considère le plan (P) d'équation $x + 2y + 3z - 1 = 0$. Quel vecteur est normal à (P) ?

- a. $\vec{n}_1 (1 ; 2 ; -1)$
- b. $\vec{n}_2 (1 ; 2 ; 3)$
- c. $\vec{n}_3 (1 ; 3 ; -1)$
- d. $\vec{n}_4 (2 ; 3 ; -1)$

Rappel de cours / Point méthode :

Soit (P) un plan d'équation $ax + by + cz + d = 0$ dans un repère orthonormé.

Un vecteur normal à (P) a pour coordonnées $(a ; b ; c)$

Réponse détaillée de la question :

(P) a pour équation $x + 2y + 3z - 1 = 0$ donc un vecteur normal à (P) a pour coordonnées $(1 ; 2 ; 3)$

Réponse b.

Question 2.

Déterminer un vecteur directeur de la droite (d) d'équation :

$$\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1}$$

- a. $\vec{u}_1(2; 1; 1)$
- b. $\vec{u}_2(1; 2; -3)$
- c. $\vec{u}_3(-1; 2; 1)$
- d. $\vec{u}_4(2; 1; -3)$

Rappel de cours / Point méthode :

On considère une droite d .

L'ensemble des points $M(x, y, z)$ tel que $\begin{cases} x = x_A + at \\ y = y_A + bt \\ z = z_A + ct \end{cases}$ avec $t \in \mathbb{R}$ est la droite d passant par $A(x_A; y_A; z_A)$ et de vecteur directeur $\vec{u} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

Il faut donc d'abord mettre en forme le système paramétrique à partir des égalités données dans l'énoncé.

Réponse détaillée de la question :

Soit $t \in \mathbb{R}$. Considérons $\frac{x-2}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+3}{1} = t$. On a alors le système suivant :

$$\begin{cases} x-2 = -t \\ y-1 = 2t \\ z+3 = t \end{cases} \quad \text{soit} \quad \begin{cases} x = 2 - t \\ y = 1 + 2t \\ z = -3 + t \end{cases}$$

Ainsi la droite (d) a pour vecteur directeur $(-1; 2; 1)$

Réponse c.

Question 3.

On considère les points $A(1; 3; 0)$ et $B(5; 1; -2)$. Déterminer l'équation du plan médiateur du segment $[AB]$.

- a. $2x - y - z - 5 = 0$
- b. $2x - y - z + 5 = 0$
- c. $x + y + 2z - 3 = 0$
- d. $3x + 2y - z - 14 = 0$

Rappel de cours / Point méthode :

Par définition, le plan médiateur du segment $[AB]$ est l'ensemble des points équidistants de A et B. On a alors le résultat suivant :

(P) est le plan médiateur du segment $[AB]$ si :

- le milieu du segment $[AB]$ appartient au plan (P)
- un vecteur normal de (P) est colinéaire au vecteur \overrightarrow{AB}

Réponse détaillée de la question :

Déterminons les coordonnées du milieu de $[AB]$: $\left(\frac{1+5}{2}; \frac{3+1}{2}; \frac{0-2}{2}\right) = (3; 2; -1)$.

Vérifions si ces coordonnées vérifient les différentes équations proposées pour savoir si le milieu appartient au plan :

- a. $2 \times 3 - 2 - (-1) - 5 = 0$: appartient
- b. $2 \times 3 - 2 - (-1) + 5 = 10$: n'appartient pas
- c. $3 + 2 + 2 \times (-1) - 3 = 0$: appartient
- d. $3 \times 3 + 2 \times 2 - (-1) - 14 = 0$: appartient

Ainsi on élimine la réponse b.

Déterminons dans chaque cas un vecteur normal du plan donné par l'équation et vérifions si ce vecteur est colinéaire au vecteur $\overrightarrow{AB}(4; -2; -2)$.

- a. Un vecteur normal de (P) a pour coordonnées $(2; -1; -1)$ c'est-à-dire le vecteur $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ donc le plan a) correspond. Ainsi il n'est pas nécessaire de regarder pour les deux autres plans.

Réponse a.

Question 4.

On considère les trois points suivants : $A(-1 ; -2 ; 3)$, $B(-6 ; 1 ; 1)$ et $C(-5 ; -3 ; 2)$.

Le triangle ABC est :

- a. équilatéral
- b. rectangle en A
- c. rectangle en C
- d. isocèle en C

Rappel de cours / Point méthode :

Il faut calculer les différentes longueurs à l'aide de la formule suivante :

$$\|\vec{AB}\| = AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

Réponse détaillée de la question :

$$AB = \sqrt{(-6 - (-1))^2 + (1 - (-2))^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{(-5)^2 + 1^2 + (-2)^2} = \sqrt{30}$$

$$AC = \sqrt{(-5 - (-1))^2 + (-3 - (-2))^2 + (2 - 3)^2} = \sqrt{(-4)^2 + (-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{18}$$

$$BC = \sqrt{(-5 - (-6))^2 + (-3 - 1)^2 + (2 - 1)^2} = \sqrt{1^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{18}$$

Ainsi le triangle est isocèle en C

Réponse d.

Question 5.

On considère les trois points suivants : $A(1 ; 2 ; 3)$, $B(3 ; 3 ; 5)$ et $C(-1 ; 2 ; -4)$.

Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal de C sur (AB) :

- a. $(-1 ; 1 ; 1)$
- b. $(2 ; \frac{5}{2} ; 4)$
- c. $(0 ; \frac{3}{2} ; 2)$
- d. $(-3 ; 0 ; -1)$

Rappel de cours / Point méthode :

$H(x ; y ; z)$ est le projeté orthogonal de C sur (AB) si :

- \overrightarrow{CH} et \overrightarrow{AB} sont orthogonaux
- $H \in (AB)$ donc \overrightarrow{AH} et \overrightarrow{AB} sont colinéaires

Réponse détaillée de la question :

Soit $H(x ; y ; z)$.

$\overrightarrow{CH}(x + 1 ; y - 2 ; z + 4)$ et $\overrightarrow{AB}(2 ; 1 ; 2)$.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{CH} \text{ et } \overrightarrow{AB} \text{ sont orthogonaux} & \quad \text{ssi} \quad \overrightarrow{CH} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 \\ & \quad 2(x + 1) + (y - 2) + 2(z + 4) = 0 \\ & \quad 2x + y + 2z + 8 = 0 \end{aligned}$$

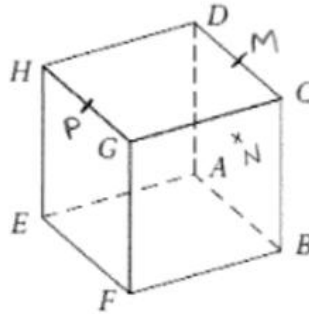
Vérifions si les coordonnées proposées vérifient la relation ainsi mise en place :

- a. $2 \times (-1) + 1 + 2 \times 1 + 8 = 9$: impossible
- b. $2 \times 2 + \frac{5}{2} + 2 \times 4 + 8 = 22,5$: impossible
- c. $2 \times 0 + \frac{3}{2} + 2 \times 2 - 1 = 13,5$: impossible
- d. $2 \times (-3) + 0 + 2 \times (-1) + 8 = 0$: possible

Il n'est donc pas nécessaire de vérifier que $H \in (AB)$.

Réponse d.

Attention, pour les questions 6 à 8, on considère un cube ABCDEFGH, et les points M milieu de $[CD]$, P milieu de $[GH]$ et N centre de la face ABCD.



Question 6.

Quels sont les points coplanaires ?

- a. M, C, P et F
- b. A, B, C et P
- c. M, N, E et H
- d. M, P, E et F

Rappel de cours / Point méthode :

Il faut exploiter la figure (à faire).

Il faut regarder à quel plan appartiennent les trois premiers points et vérifier si le quatrième y appartient.

Réponse détaillée de la question :

- a. M, C et P appartiennent à la face supérieure du cube CDHG. On voit bien que F n'appartient pas à cette face donc ces points ne sont pas coplanaires.
- b. A, B et C appartiennent à la face latérale à droite ABCD. On voit également que P n'appartient pas à cette face donc ces points ne sont pas coplanaires.
- c. M, H et E appartiennent au plan passant par E et H et qui vient couper la face ABCD par un segment passant par M (de façon verticale). N appartient à ce segment donc les points sont coplanaires.

Réponse c.

Question 7.

Le plan et la droite sécants sont :

- a. (ABE) et (CP)
- b. (ABC) et (DH)
- c. (MNH) et (BC)
- d. (DAP) et (MG)

Rappel de cours / Point méthode :

A nouveau on se sert de la figure tracée à la question 6 et on observe.

Réponse détaillée de la question :

- a. (ABE) correspond à la face du dessous et (CP) est une droite de la face du dessus donc (ABE) et (CP) sont parallèles.
- b. (ABC) correspond à la face latérale à droite et (DH) est une droite de la face du dessus donc (ABC) et (DH) sont sécants en D qui appartient aussi à (ABC).

Réponse b.

Question 8.

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{FG} dirigent le plan :

- a. (BCD)
- b. (ABF)
- c. (ABG)
- d. (FGB)

Rappel de cours / Point méthode :

Deux vecteurs directeurs dirigent un plan si ces vecteurs sont non colinéaires et si les droites portées par ces vecteurs sont parallèles au plan concerné.

Une nouvelle fois, on s'appuie sur la figure pour répondre et on teste chaque réponse jusqu'à ce qu'une convienne.

Réponse détaillée de la question :

Les vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{FG} ne sont pas colinéaires, sinon la question ne serait pas posée ainsi !

- a. (BCD) correspond à la face latérale droite donc (AB) est incluse dans le plan (BCD). De plus (FG) est parallèle à la droite (BC) incluse dans (BCD) donc ces deux vecteurs conviennent au plan (BCD).

Réponse a.

Question 9.

Soit ABCDEFGH et BIJCFLKG deux cubes de même taille disposés côte à côte.

Soit le point X défini par $\overrightarrow{AX} = 2\overrightarrow{CJ} + \overrightarrow{DH} + \overrightarrow{FG}$. Le point X se situe en :

- a. H
- b. G
- c. K
- d. J

Rappel de cours / Point méthode :

Il faut commencer par faire une figure comme ci-dessous et l'utiliser pour trouver des vecteurs égaux permettant de partir du point A et d'arriver au bon point avec le « chemin » proposé.

Réponse détaillée de la question :

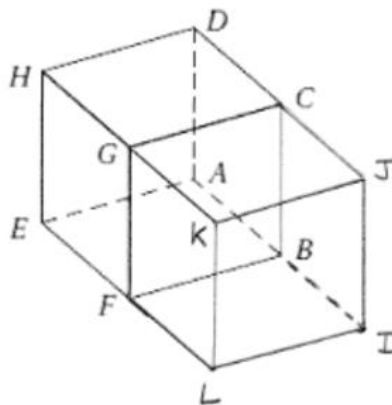
En partant de A :

$\overrightarrow{CJ} = \overrightarrow{AB}$ donc $2\overrightarrow{CJ} = 2\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AI}$ donc on est au point I

$\overrightarrow{DH} = \overrightarrow{IL}$ donc nous sommes au point L

Enfin, $\overrightarrow{FG} = \overrightarrow{LK}$ donc nous finissons au point K

Réponse c.



Question 10.

Soit ABCDEFGH un cube de côté non nul. Soit les points I et J tels que $\overrightarrow{EI} = \frac{1}{3}\overrightarrow{EF}$ et $\overrightarrow{GJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$.

Quel vecteur est dans le plan dirigé par \overrightarrow{EC} et \overrightarrow{IJ} ?

- \overrightarrow{EA}
- \overrightarrow{FE}
- \overrightarrow{FG}
- \overrightarrow{FJ}

Rappel de cours / Point méthode :

- Les vecteurs \vec{u} , \vec{v} et \vec{w} sont coplanaires si et seulement s'il existe deux réels α et β tels que $\vec{w} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{v}$.
- Relation de Chasles : Soient A, B et C trois points de l'espace. Alors on a : $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$

Réponse détaillée de la question :

Au vu des différents vecteurs et en regardant la figure que l'on a tracé ci-dessous, on peut se dire que les deux vecteurs qui semblent possibles sont le c. et le d.

Testons \overrightarrow{FG} : pour ce faire, on prend les vecteurs de base proposés et on essaie de les exprimer avec le vecteur désiré (Relation de Chasles)

$$\overrightarrow{IJ} = \overrightarrow{IF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GJ} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$$

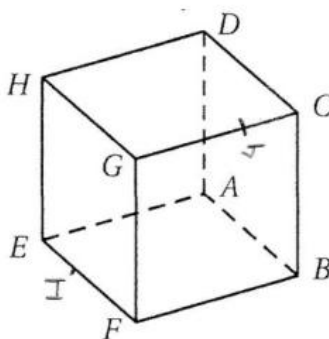
$$\text{et } \overrightarrow{EC} = \overrightarrow{EF} + \overrightarrow{FG} + \overrightarrow{GC} \text{ donc } \frac{2}{3}\overrightarrow{EC} = \frac{2}{3}\overrightarrow{EF} + \frac{2}{3}\overrightarrow{FG} + \frac{2}{3}\overrightarrow{GC}$$

Ainsi, en soustrayant les deux lignes précédentes, on obtient que $\overrightarrow{IJ} - \frac{2}{3}\overrightarrow{EC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{FG}$ et donc que

$$\overrightarrow{FG} = 3\overrightarrow{IJ} - 2\overrightarrow{EC}$$

Il n'est donc pas nécessaire de tester l'autre réponse.

Réponse c.



Question 11.

Soit $x \in \mathbb{R}_+^*$ et un parallélépipède rectangle ABCDEFGH tel que $AD = AE = xAB$.

Pour quelle valeur de x , les droites (BH) et (AG) sont-elles orthogonales ?

- a. 1
- b. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- c. $\sqrt{2}$
- d. $\frac{1}{2}$

Rappel de cours / Point méthode :

On s'appuie une nouvelle fois sur un schéma comme tracé ci-dessous.

Pour caractériser l'orthogonalité, le mieux est d'utiliser des coordonnées de points et de vecteurs. C'est plus rapide pour mettre en forme le produit scalaire. Il faut donc mettre en place un repère orthonormé.

On rappelle de plus que $\vec{u}(x; y; z)$ et $\vec{u}'(x'; y'; z')$ sont orthogonaux si $xx' + yy' + zz' = 0$

Réponse détaillée de la question :

On se place dans le repère orthonormé $(A; \frac{1}{x}\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AE}; \overrightarrow{AD})$. Ce repère est bien orthonormé car les trois vecteurs ont bien la même norme au vu de l'énoncé.

Il faut ensuite déterminer les coordonnées de B, H, A et G :

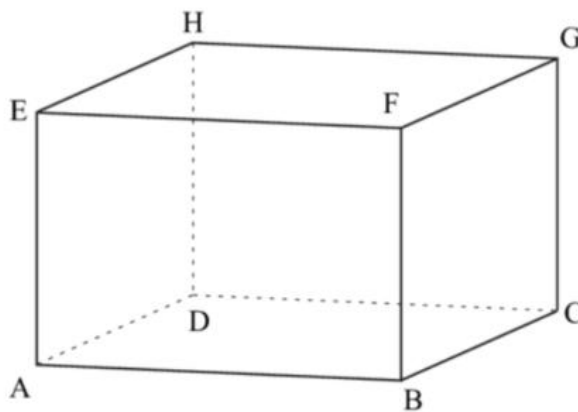
$$A(0; 0; 0) \quad B(x; 0; 0) \quad H(0; 1; 1) \quad G(x; 1; 1)$$

Ainsi, on a $\overrightarrow{AG}(x; 1; 1)$ et $\overrightarrow{BH}(-x; 1; 1)$

$$\begin{aligned} \text{(AG) et (BH) sont orthogonales} \quad \text{ssi} \quad \overrightarrow{AG} \cdot \overrightarrow{BH} &= 0 \\ x \times (-x) + 1 \times 1 + 1 \times 1 &= 0 \\ -x^2 + 2 &= 0 \\ x^2 &= 2 \end{aligned}$$

Comme $x > 0$, la seule solution est $\sqrt{2}$

Réponse c.



CALCUL NUMÉRIQUE, SUITES NUMÉRIQUES

Question 12.

Soit (U_n) une suite géométrique telle que $U_1 = 3$ et $U_2 = 9$. Déterminer la raison de (U_n) .

- a. -6
- b. 3
- c. 12
- d. 6

Rappel de cours / Point méthode :

Si (U_n) est une suite géométrique, alors il existe un nombre réel q non nul tel que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = U_n \times q$.

Réponse détaillée de la question :

Comme (U_n) est géométrique, $U_2 = U_1 \times q$, soit $9 = 3 \times q$

Ce qui implique que $q = \frac{9}{3} = 3$

Réponse b.

Question 13.

Déterminer la limite suivante :

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-x^2 - 2x + 3}{x^2 - 3x + 2}$$

- a. 1
- b. 0
- c. $-\infty$
- d. 4

Rappel de cours / Point méthode :

- Lorsque l'on a une forme indéterminée de la forme $\frac{0}{0}$ pour une expression rationnelle et que l'on fait tendre x vers un nombre fini, il faut factoriser chacun des polynômes. En effet, si un polynôme s'annule en un nombre, cela signifie que ce nombre est une racine de ce polynôme.
- Un moyen rapide de trouver les racines d'un polynôme du second degré lorsque l'on en a déjà une est d'utiliser le fait que le produit des racines est égal à $\frac{c}{a}$.
- Si x_1 et x_2 sont les racines d'un trinôme du second degré alors :

$$ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$$

Réponse détaillée de la question :

1 est une racine de chacun des deux polynômes.

Considérons le polynôme $-x^2 - 2x + 3$

On a $x_1 = 1$ donc $1 \times x_2 = \frac{3}{-1} = -3$ donc $x_2 = -3$

Ainsi, $-x^2 - 2x + 3 = -(x - 1)(x + 3)$

Considérons désormais le polynôme $x^2 - 3x + 2$

On a $x_1 = 1$ donc $1 \times x_2 = \frac{2}{1} = 2$ donc $x_2 = 2$

Ainsi, $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$

On peut donc simplifier la fonction rationnelle de départ :

$$\frac{-x^2 - 2x + 3}{x^2 - 3x + 2} = \frac{-(x - 1)(x + 3)}{(x - 1)(x - 2)} = -\frac{x + 3}{x - 2}$$

Et désormais, lorsque l'on fait tendre x vers 1, on obtient $-\frac{4}{-1} = 4$

Réponse d.

Question 14.

Soit a un réel strictement positif. Que vaut $\ln(\sqrt{a})$?

- a. $\frac{1}{2}\ln(a)$
- b. $2 + \ln(a)$
- c. $\frac{1}{2} + \ln(a)$
- d. $2\ln(a)$

Rappel de cours / Point méthode :

C'est une question de cours ! On sait que pour tout réel x et tout $a > 0$, $\ln(a^x) = x \times \ln(a)$

Réponse détaillée de la question :

$\sqrt{a} = a^{\frac{1}{2}}$ donc on applique la formule ci-dessus

Réponse a.

Question 15.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \ln(e^x + e^{-x})$. La fonction f est :

- a. croissante sur \mathbb{R}
- b. décroissante sur \mathbb{R}
- c. positive sur \mathbb{R}
- d. négative sur \mathbb{R}

Rappel de cours / Point méthode :

Il faut tester les réponses sachant qu'il y a deux notions à étudier : les variations et le signe.

On rappelle que la dérivée de $\ln(u(x))$ est $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$

Réponse détaillée de la question :

Pour étudier les variations, il faut étudier le signe de $f'(x)$.

On applique donc la formule donnée ci-avant avec $u(x) = e^x + e^{-x}$.

On a donc besoin de $u'(x) = e^x - e^{-x}$ car $(e^{-x})' = -e^{-x}$

$$\text{Ainsi } f'(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

$$\begin{aligned} f'(x) > 0 \quad \text{ssi} \quad & e^x - e^{-x} > 0 \\ & e^x > e^{-x} \\ & x > -x \\ & 2x > 0 \\ & x > 0 \end{aligned}$$

Ce qui signifie que le signe de $f'(x)$ n'est pas constant sur \mathbb{R} , ce qui élimine les réponses a et b. Concernant le signe de $f(x)$, on va se servir du raisonnement précédent. En effet, on a finalement établi que f est décroissante sur $] -\infty ; 0]$ et croissante sur $[0 ; +\infty[$, au vu de l'étude du signe de $f'(x)$.

Cela implique donc que f admet un minimum égal à $f(0)$.

$$f(0) = \ln(e^0 + e^0) = \ln(2) > 0.$$

f admet donc un minimum positif donc c'est une fonction positive.

Réponse c.

Question 16.

Calculer la somme à progression géométrique suivante :

$$128 + 32 + 8 + \dots + \frac{1}{8}$$

- a. $+\infty$
- b. $\frac{512}{3}$
- c. $\frac{1365}{8}$
- d. $\frac{3075}{8}$

Rappel de cours / Point méthode :

Il nous faut la formule de la somme de termes consécutifs d'une suite géométrique :

$$S = 1er\ terme \times \frac{1 - q^{nb\ termes}}{1 - q}$$

où q est la raison de la suite (il faut que q soit différent de 1).**Réponse détaillée de la question :**

Il faut identifier ici la raison, le premier terme et le nombre de termes.

Pour éviter de travailler avec trop de fractions dans le calcul, nous allons prendre la somme dans l'autre sens : $\frac{1}{8} + \dots + 8 + 32 + 128$.Le premier terme est donc $\frac{1}{8}$.La raison est 4 car $\frac{128}{32} = 4$.Pour connaître le nombre de termes, il faut remplacer les « ... » par les valeurs manquantes dans la somme : $\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + 2 + 8 + 32 + 128$ car $8 \times \frac{1}{4} = 2$ (on multiplie par 4 de terme en terme).

Ainsi il y a 6 termes. On a alors le calcul suivant :

$$S = \frac{1}{8} \times \frac{1 - 4^6}{1 - 4}$$

 $4^6 = 2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$ donc on a :

$$S = \frac{1}{8} \times \frac{-4095}{-3} = \frac{1}{8} \times \frac{3900 + 195}{3} = \frac{1}{8} \times (1300 + 65)$$

Réponse c.

Question 17.

Soit (u_n) une suite géométrique définie sur \mathbb{N} telle que $u_2 = 12$ et $u_5 = 96$.

Déterminer la forme explicite de (u_n) .

- a. $u_{n+1} = 2u_n$
- b. $u_n = 2 \times 3^n$
- c. $u_n = 2n$
- d. $u_n = 3 \times 2^n$

Rappel de cours / Point méthode :

La forme explicite d'une suite correspond à son terme général, à savoir l'expression de u_n en fonction de n .

Pour une suite géométrique, si le premier terme est u_0 , alors pour tout entier naturel n , on a $u_n = u_0 \times q^n$

Réponse détaillée de la question :

Étant donné la définition de forme explicite, on élimine la réponse a. qui est une relation de récurrence.

On élimine également la réponse c. car cela ne correspond pas à un terme général de suite géométrique.

Il reste donc les réponses b. et d.

Il reste à tester le calcul de u_2 avec les deux réponses restantes.

Avec la réponse b., on trouve 18 et avec la réponse d., 12.

Réponse d.

Question 18.

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = -\frac{1}{2}u_n + 3$.

Cette suite est :

- ni minorée, ni majorée
- minorée par $\frac{1}{2}$ et majorée par 5
- non minorée et majorée par 5
- minorée par $\frac{1}{2}$ et non majorée

Rappel de cours / Point méthode :

Une suite (u_n) est :

- minorée par un nombre réel m si pour tout entier naturel n , $u_n \geq m$
- majorée par un nombre réel M si pour tout entier naturel n , $u_n \leq M$
- bornée si elle est à la fois minorée et majorée

Dans beaucoup de questions sur les suites parlant de variations, de bornes, ..., il suffit de calculer les premiers termes et de tester les réponses par conjecture. En effet, il serait trop long de faire un raisonnement mathématique « propre ».

Réponse détaillée de la question :

Calculons les premiers termes :

$$u_0 = 5$$

$$u_1 = -\frac{1}{2} \times 5 + 3 = -\frac{5}{2} + 3 = \frac{1}{2} = 0,5$$

$$u_2 = -\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} + 3 = -\frac{1}{4} + 3 = \frac{11}{4} = 2,75$$

$$u_3 = -\frac{1}{2} \times \frac{11}{4} + 3 = -\frac{11}{8} + 3 = \frac{13}{8} = 1,625$$

$$u_4 = -\frac{1}{2} \times \frac{13}{8} + 3 = -\frac{13}{16} + 3 = \frac{35}{16} = 2,1875$$

On peut conjecturer que les termes oscillent de façon de moins en moins importante et donc, de ce fait, ils restent compris entre $\frac{1}{2}$ et 5.

Réponse b.

Question 19.

Quelles sont les solutions de l'inéquation $3^x < 2$?

- a. $] -\infty ; \frac{\ln(2)}{\ln(3)} [$
 b. $\frac{\ln(2)}{\ln(3)} ; +\infty [$
 c. $] -\infty ; \frac{\ln(3)}{\ln(2)} [$
 d. $\frac{\ln(3)}{\ln(2)} ; +\infty [$

Rappel de cours / Point méthode :

Pour résoudre une équation ou une inéquation où l'inconnue est en puissance, on utilise la fonction \ln grâce à la propriété suivante :

Pour tout réel x et tout réel $a > 0$, $\ln(a^x) = x \times \ln(a)$

Réponse détaillée de la question :

$$3^x < 2 \quad \text{ssi} \quad \ln(3^x) < \ln(2) \text{ par stricte croissante de la fonction } \ln \text{ sur }]0 ; +\infty[$$

$$x \times \ln(3) < \ln(2)$$

$$x < \frac{\ln(2)}{\ln(3)} \quad \text{car } \ln(3) > 0$$

Réponse a.

Question 20.

Résoudre l'équation $\frac{\ln(5x)}{\ln(3)} = 2$.

- a. $x = \frac{8}{5}$
 b. $x = 9$
 c. $x = \frac{9}{5}$
 d. $x = 8$

Rappel de cours / Point méthode :

Pour résoudre les équations avec du logarithme népérien, il faut maîtriser les propriétés algébriques de cette fonction. Pour cette question, on a besoin de deux d'entre elles :

- Pour tout entier n et tout réel $a > 0$, $n \times \ln(a) = \ln(a^n)$
- Pour tous réels $a > 0$ et $b > 0$, $\ln(a) = \ln(b)$ si et seulement si $a = b$

Réponse détaillée de la question :

$$\frac{\ln(5x)}{\ln(3)} = 2 \quad \text{ssi} \quad \ln(5x) = 2 \times \ln(3)$$

$$\ln(5x) = \ln(3^2)$$

$$5x = 9$$

$$x = \frac{9}{5}$$

Réponse c.

FONCTIONS

Question 21.

Soit $m \in \mathbb{R}$ et f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-m\}$ par :

$$f(x) = \frac{x+3}{x+m}$$

Pour quelles valeurs de m cette fonction est-elle strictement croissante sur $] -\infty ; -6[$?

- a. $]3 ; +\infty[$
- b. $]3 ; 6]$
- c. $]3 ; 6[$
- d. $[3 ; 6]$

Rappel de cours / Point méthode :

Pour qu'une fonction soit strictement croissante sur un intervalle I , alors il faut que $f'(x) > 0$ sur I .

De plus, on rappelle la formule de la dérivée d'un quotient :

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

Réponse détaillée de la question :

$$f'(x) = \frac{1 \times (x+m) - (x+3) \times 1}{(x+m)^2} = \frac{x+m-x-3}{(x+m)^2} = \frac{m-3}{(x+m)^2}$$

$$f'(x) > 0 \quad \text{ssi} \quad \begin{array}{l} m-3 > 0 \\ m > 3 \end{array}$$

De plus, comme il faut que ce soit sur $] -\infty ; -6[$, cela signifie que $x < -6$.

Or $x \neq -m$ donc $m \leq 6$

Réponse b.

Question 22.

Soit f une fonction de variable réelle dont le tableau de variations est donné ci-dessous.

Déterminer le nombre de solution(s) de l'équation $2f(x) - 3 = 0$.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$				
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-					
$f(x)$	$-\infty$	↗		3	↘		-1	↗		3	↘		$-\infty$

- a. 2
- b. 1
- c. 4
- d. 3

Rappel de cours / Point méthode :

On utilise les propriétés suivantes :

- Pour tout réel k , les fonctions f et $f + k$ ont les mêmes variations sur les mêmes intervalles
- Pour tout réel $\alpha > 0$, les fonctions f et αf ont les mêmes variations sur les mêmes intervalles

Réponse détaillée de la question :

Soit g la fonction définie par $g(x) = 2f(x) - 3$. D'après les rappels précédents, les variations de g sont les mêmes que celles de f .

Les limites en $-\infty$ et $+\infty$ sont toujours égales à $-\infty$.

En revanche :

$$g(-2) = 2 \times 3 - 3 = 3$$

$$g(0) = 2 \times (-1) - 3 = -5$$

$$g(3) = 2 \times 3 - 3 = 3$$

Ainsi, comme pour f , l'équation $g(x) = 0$ admet 4 solutions (application du corollaire des valeurs intermédiaires).

Réponse c.

Question 23.

Soit f une fonction de variable réelle telle que pour tout réel x , $f'(x) = x(x + 2)^2$.

Déterminer le nombre d'extrema de f .

- a. 0
- b. 3
- c. 2
- d. 1

Rappel de cours / Point méthode :

On utilise la propriété suivante : f admet un extrema en un nombre réel a si $f'(a) = 0$ et change de signe en a .

Réponse détaillée de la question :

$$f'(x) = x(x + 2)^2 = 0 \text{ ssi } x = 0 \text{ et } x = -2.$$

Mais $f'(x)$ change de signe seulement en 0 car $(x + 2)^2$ reste positif.

Réponse d.

Question 24.

Déterminer la dérivée de la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{x^2-3x}$.

- a. $(2x - 3)e^{x^2-3x}$
- b. e^{x^2-3x}
- c. $(x^2 - 3x)e^{x^2-3x-1}$
- d. $(x^2 - 3x)e^{2x-3}$

Rappel de cours / Point méthode :

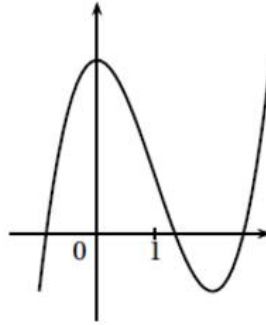
Il faut appliquer la formule de dérivation de l'exponentielle d'une fonction : $(e^u)' = u' \times e^u$

Réponse détaillée de la question :

$$\text{Ici } u = x^2 - 3x \text{ et } u' = 2x - 3 \text{ donc } f'(x) = (2x - 3)e^{x^2-3x}$$

Réponse a.

Attention, pour les questions 25 et 26, on considère la courbe suivante :



Question 25.

Déterminer l'expression de la fonction dont la courbe représentative est la courbe ci-dessus.

- a. $y = x^3 - 3x^2 + 3$
- b. $y = -x^3 + 3x^2 + 3$
- c. $y = x^4 - 2x^2 + 3$
- d. $y = -x^4 + 2x^2 + 3$

Rappel de cours / Point méthode :

De manière efficace, il suffit juste de tester des calculs d'image sur les différentes fonctions.

Réponse détaillée de la question :

Testons pour $x = 1$ chacune des expressions proposées.

Au vu du graphique, on sait que l'image doit être proche de 1 puisqu'on sait que la valeur en 0 est 3 (image de 0 pour chacune des fonctions).

- a. $y = 1^3 - 3 \times 1^2 + 3 = 1$
- b. $y = -1^3 + 3 \times 1^2 + 3 = 5$
- c. $y = 1^4 - 2 \times 1^2 + 3 = 2$
- d. $y = -1^4 + 2 \times 1^2 + 3 = 4$

On peut donc en déduire que c'est la réponse a. Si on a un doute entre a. et c., on peut recommencer le procédé avec $x = 2$ pour lequel on doit trouver une image proche de -1 , ce qui n'est pas le cas de la fonction c.

Réponse a.

Question 26.**Sur quel intervalle la fonction est-elle convexe ?**

- a. $]1; +\infty[$
- b. $]0; +\infty[$
- c. $] + \infty ; 1[$
- d. $] + \infty ; 0[$

Rappel de cours / Point méthode :

f est convexe si sa courbe représentative est au-dessus de ses tangentes.

Donc on va utiliser le graphique en matérialisant les tangentes avec la règle.

Réponse détaillée de la question :

On peut s'apercevoir que sur la première moitié de courbe, la fonction est concave (courbe sous ses tangentes). Il reste donc à savoir si la fonction est convexe à partir de 0 ou de 1. En utilisant toujours la règle, on voit que c'est à partir de 1.

On aurait pu aussi le voir grâce au signe de $f''(x)$ (expression de f trouvée à la question précédente).

Réponse a.

Question 27.

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{-2 ; -1 ; 1\}$ par

$$f(x) = \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 + 2x^2 - x - 2}$$

Combien d'asymptotes possède la courbe représentative de f ?

- a. 2
- b. 3
- c. 4
- d. 5

Rappel de cours / Point méthode :

- Si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = l$ alors la droite d'équation $y = l$ est une asymptote horizontale à la courbe.
- Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$ alors la droite d'équation $x = a$ est une asymptote verticale à la courbe.

Réponse détaillée de la question :

Pour la limite en $\pm\infty$, on sait que pour une fonction rationnelle, on peut se contenter de garder les monômes de plus haut degré :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^3 + 2x^2 - x - 2} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2}{x^3} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{1}{x} = 0$$

Donc la droite d'équation $y = 0$ est une asymptote (axe des abscisses).

Pour la limite en -2 , on a une limite du type $\frac{2^0}{0}$ (on remplace x par -2 dans l'expression) donc cela donne $\pm\infty$ donc on a une deuxième asymptote d'équation $x = -2$.

De même en -1 et 1 .

Réponse c.

Question 28.

Parmi les fonctions suivantes, laquelle est convexe sur $]0 ; +\infty[$?

- a. $f(x) = \ln(e^x - 1)$
- b. $f(x) = -\frac{1}{x}$
- c. $f(x) = \ln(x)$
- d. $f(x) = \ln(e^x + 1)$

Rappel de cours / Point méthode :

f est convexe sur un intervalle I si $f''(x) > 0$.

Il faut donc calculer $f''(x)$ dans chacun des cas et étudier le signe.

Rappelons quelques formules de dérivées :

- $\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$
- $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$
- $(e^x)' = e^x$
- $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$

Réponse détaillée de la question :

On commence par les fonctions « simples » :

b. $f(x) = -\frac{1}{x}$ donc $f'(x) = -\left(-\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1}{x^2}$ donc $f''(x) = -\frac{2x}{x^4} = -\frac{2}{x^3} < 0$ sur $]0 ; +\infty[$

c. $f(x) = \ln(x)$ donc $f'(x) = \frac{1}{x}$ donc $f''(x) = -\frac{1}{x^2} < 0$ sur $]0 ; +\infty[$

Testons désormais sur les deux fonctions composées :

d. $f(x) = \ln(e^x + 1)$ donc $f'(x) = \frac{e^x}{e^x + 1}$ donc $f''(x) = \frac{e^x(e^x + 1) - e^x \times e^x}{(e^x + 1)^2} = \frac{e^x(e^x + 1 - e^x)}{(e^x + 1)^2} = \frac{e^x}{(e^x + 1)^2}$

$f''(x) > 0$ sur $]0 ; +\infty[$ donc f est convexe.

J'ai testé d. avant a. en raison de $e^x + 1$ qui est une expression strictement positive.

Réponse d.

Question 29.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \ln(x^2 + 1)$. La fonction f est :

- a. décroissante sur \mathbb{R}
- b. décroissante sur \mathbb{R}_-
- c. décroissante sur \mathbb{R}_+
- d. croissante sur \mathbb{R}

Rappel de cours / Point méthode :

- Pour étudier les variations d'une fonction, il faut étudier le signe de sa dérivée.
- $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$

Réponse détaillée de la question :

$$f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1}$$

Pour tout réel x , $x^2 + 1 > 0$

$2x < 0$ ssi $x < 0$

Réponse b.

Question 30.

Soit f une fonction définie sur \mathbb{R} , dont le tableau de signes de la dérivée est donné ci-dessous. Soit g la fonction définie sur \mathbb{R} par $g(x) = f(3 - 2x)$. Sur quel intervalle la fonction g est-elle strictement décroissante ?

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	-	0	+	

- a. $]4; +\infty[$
- b. $]2; 4[$
- c. $]1; 2[$
- d. $] - 2; 1[$

Rappel de cours / Point méthode :

On applique la propriété suivante :

- La composée de deux fonctions strictement croissantes est strictement croissante
- La composée de deux fonctions strictement décroissantes est strictement croissante
- La composée d'une fonction strictement croissante et d'une fonction strictement décroissante est strictement décroissante

Réponse détaillée de la question :

$g = f(u(x))$ avec $u(x) = 3 - 2x$. Comme u est une fonction décroissante, g a des variations contraires de celles de f et donc $g'(x)$ est de signe opposé à $f'(x)$.

D'après le tableau de signes de $f'(x)$, on a donc :

$$g'(x) > 0 \text{ si } u(x) < -3, \text{ soit } 3 - 2x < -3, \text{ soit } -2x < -6, \text{ soit } x > 3$$

$$g'(x) < 0 \text{ si } -3 < u(x) < -1, \text{ soit } -3 < 3 - 2x < -1, \text{ soit } 2 < x < 3$$

$$g'(x) > 0 \text{ si } -1 < u(x) < 1, \text{ soit } -1 < 3 - 2x < 1, \text{ soit } 1 < x < 2$$

$$g'(x) < 0 \text{ si } u(x) > 1, \text{ soit } 3 - 2x > 1, \text{ soit } -2x > -2, \text{ soit } x < 1$$

On cherche à savoir quand g est décroissante donc quand $g'(x) < 0$.

Le seul intervalle correspondant est le d.

Réponse d.

Question 31.

On considère la fonction f définie sur \mathbb{R}_+^* par $f(x) = 2x^2 \ln(x) - x^2 + 3x - 2$.

Le point d'inflexion de la courbe représentative de f a pour abscisse :

- a. $x = e$
- b. $x = e^{-1}$
- c. $x = -e$
- d. $x = 1$

Rappel de cours / Point méthode :

- La courbe représentative de f admet un point d'inflexion en a si $f''(a) = 0$ et change de signe en a .
- $(u \times v)' = u' \times v + u \times v'$
- Pour tout $x > 0$ et y réel, $\ln(x) = y$ équivaut à $x = e^y$

Réponse détaillée de la question :

$$f'(x) = 4x \times \ln(x) + 2x^2 \times \frac{1}{x} - 2x + 3 = 4x \ln(x) + 2x - 2x + 3 = 4x \ln(x) + 3$$

$$f''(x) = 4 \times \ln(x) + 4x \times \frac{1}{x} = 4 \ln(x) + 4$$

$$f''(x) = 0 \quad \text{ssi} \quad \begin{aligned} 4 \ln(x) + 4 &= 0 \\ \ln(x) &= -1 \\ x &= e^{-1} \end{aligned}$$

Réponse b.

Question 32.

Soit f la fonction définie sur $]0 ; +\infty[$ par $f(x) = -x \ln(x) + 2x + 1$.

La courbe représentative de f :

- est entièrement située sous ses tangentes
- est entièrement située au-dessus de ses tangentes
- traverse sa tangente en $x = e$
- traverse sa tangente en $x = 1$

Rappel de cours / Point méthode :

La position d'une courbe représentative d'une fonction par rapport à ses tangentes correspond à la notion de convexité :

- f est convexe sur I si la courbe représentative de f est au-dessus de ses tangentes. On montre f est convexe en démontrant que $f''(x) > 0$.
- f est concave sur I si la courbe représentative de f est sous ses tangentes. On montre f est concave en démontrant que $f''(x) < 0$.

Il faut donc calculer la dérivée seconde pour laquelle on aura besoin de la dérivée d'un produit de fonctions rappelée à la question précédente.

Réponse détaillée de la question :

$$f'(x) = -1 \times \ln(x) + (-x) \times \frac{1}{x} + 2 = -\ln(x) - 1 + 2 = -\ln(x) + 1$$

$$f''(x) = -\frac{1}{x}$$

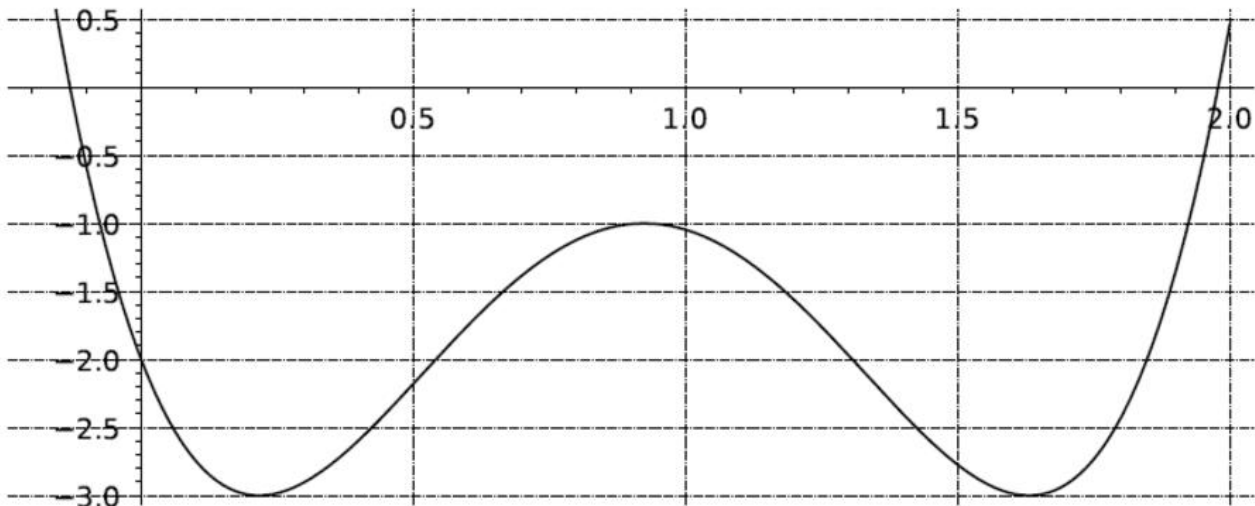
Comme $x > 0$ (ensemble de définition), $-\frac{1}{x} < 0$ donc $f''(x) < 0$

Réponse a.

Question 33.

On considère la figure suivante représentant la courbe d'une fonction f définie sur \mathbb{R} .

Déterminer le nombre de solutions de l'équation $f(x^2 f(x)) + 2 = 0$.



- a. 6
- b. 12
- c. 8
- d. 9

Rappel de cours / Point méthode :

Un produit de facteurs est nul si au moins l'un des facteurs est nul.

Réponse détaillée de la question :

$$f(x^2 f(x)) + 2 = 0 \quad \text{ssi} \quad f(x^2 f(x)) = -2$$

$$x^2 f(x) = 0 \quad \text{ou} \quad x^2 f(x) = 0,55 \quad \text{ou} \quad x^2 f(x) = 1,3 \quad \text{ou} \quad x^2 f(x) = 1,85$$

$$x^2 f(x) = 0 \quad \text{ssi} \quad x^2 = 0 \quad \text{ou} \quad f(x) = 0$$

$$x = 0 \quad \text{ou} \quad x \approx -0,12 \quad \text{ou} \quad x \approx 1,97 \quad \text{d'après le graphique}$$

Pour les trois autres équations $x^2 f(x) = 0,55$, $x^2 f(x) = 1,3$ et $x^2 f(x) = 1,85$, nous avons le résultat suivant : chaque valeur et son opposé ont la même image par $f(x)$. En effet, $x^2 > 0$ et les nombres 0,55, 1,3 et 1,85 sont tous positifs.

Ce qui implique que chacune de ces équations admet deux solutions et donc au total il y en a 9

Réponse d.

Question 34.

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = 3\sqrt{e^x + x^2 + 3} - \ln(x^2 + e^x)$

L'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse 0 est :

- a. $y = 6 - \frac{1}{4}x$
- b. $y = 24 - 4x$
- c. $y = 4 - \frac{x}{6}$
- d. $y = 24 - 6x$

Rappel de cours / Point méthode :

On rappelle les règles suivantes :

- L'équation de la tangente à la courbe représentative de f au point d'abscisse a est $y = f'(a) \times (x - a) + f(a)$
- $(\sqrt{u})' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$
- $(\ln(u))' = \frac{u'}{u}$

Ici pas besoin de trouver l'équation complète mais seulement le coefficient directeur $f'(0)$ car les 4 sont différents.

Réponse détaillée de la question :

On commence par calculer la fonction dérivée :

$$f'(x) = 3 \times \frac{e^x + 2x}{2\sqrt{e^x + x^2 + 3}} - \frac{2x + e^x}{x^2 + e^x}$$

$$\text{Calculons } f'(0) = 3 \times \frac{e^0 + 2 \times 0}{2\sqrt{e^0 + 0^2 + 3}} - \frac{2 \times 0 + e^0}{0^2 + e^0} = 3 \times \frac{1}{2\sqrt{4}} - \frac{1}{1} = 3 \times \frac{1}{4} - 1 = -\frac{1}{4}$$

Réponse a.

PRIMITIVES**Question 35.**

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{5x+5}{x^2+2x+5}$. Déterminer une primitive de f .

- a. $F(x) = -\frac{2}{5}\ln(x^2 + 2x + 5)$
- b. $F(x) = \frac{2}{5}\ln(x^2 + 2x + 5)$
- c. $F(x) = -\frac{5}{2}\ln(x^2 + 2x + 5)$
- d. $F(x) = \frac{5}{2}\ln(x^2 + 2x + 5)$

Rappel de cours / Point méthode :

Rappelons la définition d'une primitive :

la fonction dérivable F est une primitive de la fonction continue f si $F' = f$

Il y a alors deux méthodes différentes pour déterminer la bonne réponse :

- 1) Tester les réponses proposées en les dérivant pour savoir laquelle donne la fonction f
- 2) Utiliser les formules de primitives lorsque ce sont des types de primitives connues ce qui est le cas ici puisqu'on a une forme $\frac{u'}{u}$: une primitive est alors de la forme $\ln(u)$

Réponse détaillée de la question :

Nous allons appliquer la deuxième stratégie puisque plus rapide.

La fonction f n'est pas tout à fait de la forme $\frac{u'}{u}$ mais plutôt égale à $\frac{5}{2} \times \frac{u'}{u}$ avec $u = x^2 + 2x + 5$.

Ainsi une primitive est de la forme $\frac{5}{2} \times \ln(u)$ et du coup on en déduit facilement la réponse.

Réponse d.

Question 36.

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par

$$f(x) = \frac{2x - 1}{(x + 1)^2}$$

Déterminer les primitives de f sur l'intervalle $] - 1 ; +\infty[$.

- a. $F(x) = 2 \ln(x + 1) + \frac{2}{x+1} + C$
- b. $F(x) = 2 \ln(x + 1) + \frac{3}{x+1} + C$
- c. $F(x) = 2 \ln(x + 1) - \frac{2}{x+1} + C$
- d. $F(x) = 2 \ln(x + 1) - \frac{3}{x+1} + C$

Rappel de cours / Point méthode :

On rappelle le résultat suivant : si F est une primitive de f alors l'ensemble des primitives de f est l'ensemble des fonctions $F + C$, où C est un réel.

Stratégiquement, on a rappelé les deux méthodes possibles à la question précédente. Clairement, ici, nous n'avons pas de forme classique de primitive donc on va utiliser cette fois-ci la première méthode, qui fonctionne tout le temps. Compte-tenu des réponses proposées, en testant la première fonction, soit elle est bonne, soit on va vite identifier laquelle sera la bonne.

Réponse détaillée de la question :

Dérivons la fonction a.

$$F'(x) = 2 \times \frac{1}{x+1} - \frac{2}{(x+1)^2} = \frac{2(x+1) - 2}{(x+1)^2} = \frac{2x}{(x+1)^2}$$

Il manque juste -1 au numérateur pour que la fonction soit la bonne et si on remonte on se dit alors que ce n'est pas 2 mais 3 qu'il faudrait et donc on tente la fonction b.

$$F'(x) = 2 \times \frac{1}{x+1} - \frac{3}{(x+1)^2} = \frac{2(x+1) - 3}{(x+1)^2} = \frac{2x - 1}{(x+1)^2}$$

Réponse b.

Question 37.

Soit la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}}$ et g définie par $g(x) = (x+1)f'(x)$.

Déterminer les primitives de g

- a. $G(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x^2+2x-4}} + C$
- b. $G(x) = \frac{2x^2+x+4}{\sqrt{x^2+4}} + C$
- c. $G(x) = \frac{x-4}{\sqrt{x^2+4}} + C$
- d. $G(x) = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+4}} + C$

Rappel de cours / Point méthode :

Il faut de nouveau tester compte tenu de la forme non classique de la fonction. Auparavant, il nous faut l'expression de g

Réponse détaillée de la question :

$$f'(x) = \frac{\left(1 \times \sqrt{x^2+4} - x \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}\right)}{(\sqrt{x^2+4})^2} = \frac{x^2+4-x^2}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}} = \frac{4}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$$

$$\text{Ainsi } g(x) = \frac{4(x+1)}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$$

On élimine de fait la fonction a. car on ne voit pas comment on pourrait avoir en primitive la racine carrée proposée.

Testons les autres réponses. Au vu des propositions, compte tenu des réponses c et d qui sont proches, je teste l'une des deux ce qui me permettra vite d'évaluer quelle est la bonne réponse.

Calculons $G'(x)$ correspondant à la fonction c :

$$G'(x) = \frac{\left(1 \times \sqrt{x^2+4} - (x-4) \times \frac{2x}{2\sqrt{x^2+4}}\right)}{x^2+4} = \frac{x^2+4-x(x-4)}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}} = \frac{4x+4}{(x^2+4)\sqrt{x^2+4}}$$

Réponse c.

PROBABILITÉS

Question 38.

Une ville est constituée à 65% d'hommes dont 30% pratiquent un sport. Parmi les femmes (de cette même ville), 60% pratiquent un sport. On prend une personne au hasard dans la ville. Quelle est la probabilité qu'elle fasse du sport ?

- a. 0,305
- b. 0,405
- c. 0,205
- d. 0,505

Rappel de cours / Point méthode :

En probabilités, il faut savoir vite évaluer à quel type de situation nous avons à faire. Au vu de l'énoncé, il semble intéressant de la modéliser par un arbre pondéré.

On rappellera deux formules qui en découlent :

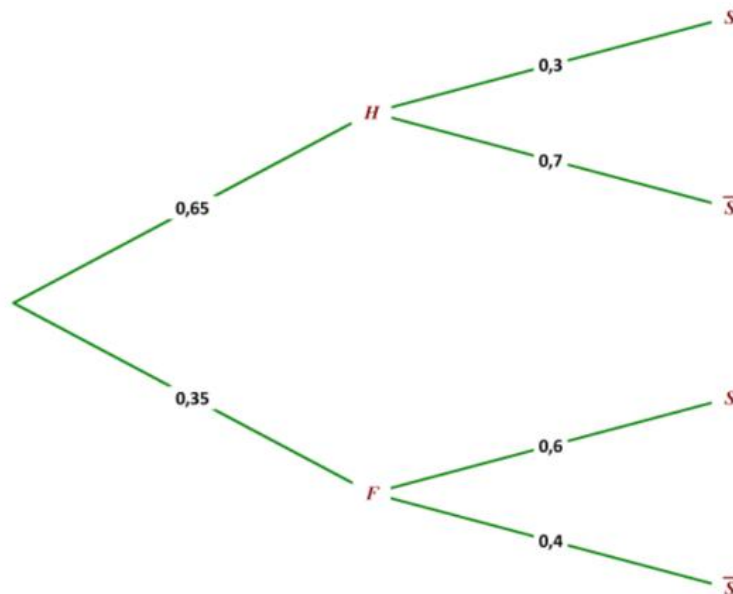
- $p(A \cap B) = p(A) \times p_A(B)$ (probabilité d'un chemin de l'arbre)
- $p(B) = p(A \cap B) + p(\bar{A} \cap B)$ (probabilités totales)

Réponse détaillée de la question :

On utilise l'arbre ci-dessous et on calcule $p(S)$ à l'aide de la formule des probabilités totales :

$$p(S) = p(H \cap S) + p(F \cap S) = 0,65 \times 0,3 + 0,35 \times 0,6 = 0,195 + 0,21 = 0,405$$

Réponse b.



Question 39.

Un jeu consiste à lancer trois dés A, B et C à 6 faces.

L'objectif est d'obtenir au moins deux faces « 6 ». Cependant les dés sont truqués.

Il a été établi que :

- La probabilité d'obtenir un « 6 » avec le dé A est 0,7
- La probabilité d'obtenir un « 6 » avec le dé B est 0,6
- La probabilité de gagner ce jeu est de 0,558

- a. 0,3
- b. 0,4
- c. 0,5
- d. 0,6

Rappel de cours / Point méthode :

On peut représenter cette situation par un arbre pondéré en considérant comme « enchaînement » le dé A puis le dé B puis le dé C.

Mettre le problème en équation en posant $p(C) = x$ et déterminer les différentes situations favorables.

Réponse détaillée de la question :

Gagner le jeu signifie avoir au moins deux « 6 » c'est-à-dire trois « 6 » ou deux « 6 » parmi A, B et C, soit

$$p(A \cap B \cap C) + p(A \cap B \cap \bar{C}) + p(A \cap \bar{B} \cap C) + p(\bar{A} \cap B \cap C) = 0,558$$

$$0,7 \times 0,6 \times x + 0,7 \times 0,6 \times (1 - x) + 0,7 \times 0,4 \times x + 0,3 \times 0,6 \times x = 0,558$$

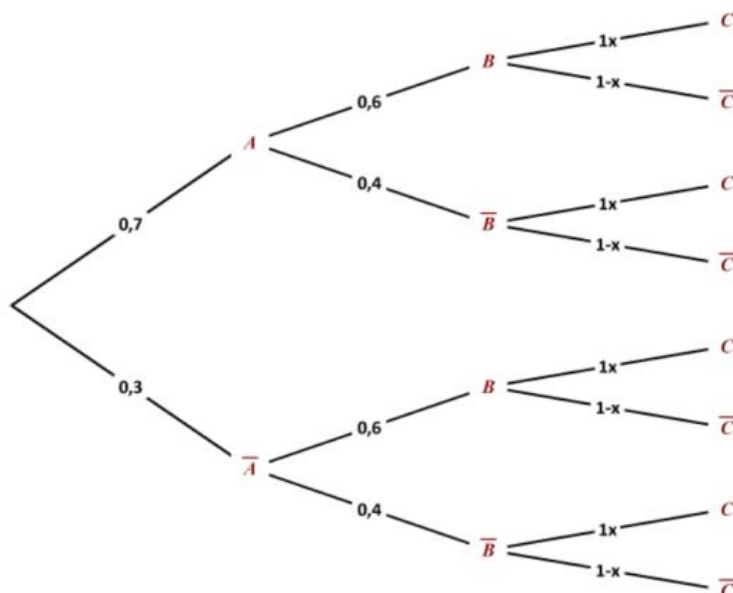
$$0,42x + 0,42 - 0,42x + 0,28x + 0,18x = 0,558$$

$$0,46x = 0,558 - 0,42$$

$$0,46x = 0,138$$

En testant les réponses proposées, on en déduit que $x = 0,3$

Réponse a.



Question 40.

Une urne contient trois boules blanches et six boules noires. On tire successivement trois boules avec remise. Quelle est la probabilité d'obtenir plus de boules blanches que de noires ?

- a. 0,2
- b. $\frac{7}{27}$
- c. 0,5
- d. $\frac{17}{27}$

Rappel de cours / Point méthode :

Compte-tenu du contexte de tirage avec remise, on peut appliquer les propriétés de calcul d'une loi binomiale et notamment :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$$

Et on utilise les propriétés des coefficients binomiaux suivants :

$$\binom{n}{n-1} = n - 1 \quad \text{et} \quad \binom{n}{n} = 1$$

Réponse détaillée de la question :

On a $n = 3$ (nombre de tirages) et $p = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$ (probabilité de tirer une boule blanche).

Et on cherche $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3)$

$$P(X = 2) = \binom{3}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^1 = 3 \times \frac{2}{3^3} = \frac{6}{27}$$

$$P(X = 3) = \binom{3}{3} \times \left(\frac{1}{3}\right)^3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^0 = 1 \times \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$$

$$\text{Donc } P(X \geq 2) = \frac{6}{27} + \frac{1}{27} = \frac{7}{27}$$

Réponse b.

Question 41.

Soit X une variable aléatoire réelle suivant une loi binomiale $B(15 ; 0,4)$.

Déterminer $P(X = 8)$

- a. $\binom{15}{8} \times 0,4^8 \times 0,6^7$
- b. $0,4^8 \times 0,6^7$
- c. $\binom{15}{8} \times 0,4^7 \times 0,6^8$
- d. $0,4^7 \times 0,6^8$

Rappel de cours / Point méthode :

On applique la formule revue dans la question précédente, à savoir :

$$P(X = k) = \binom{n}{k} \times p^k \times (1 - p)^{n-k}$$

Réponse détaillée de la question :

$$P(X = 8) = \binom{15}{8} \times 0,4^8 \times (1 - 0,4)^{15-8}$$

Réponse a.

Attention, pour les deux questions suivantes, on se place dans un plan rapporté à un repère orthonormé d'origine O . Un robot part de O et se déplace aléatoirement verticalement ou horizontalement, de telle manière qu'à chaque pas, soit son abscisse soit son ordonnée augmente. A chaque déplacement, la probabilité qu'il se déplace selon l'axe des abscisses est de $0,4$.

Question 42.

Quelle est la probabilité que le robot arrive au point $M(7 ; 9)$ au bout de 16 étapes.

- a. $\binom{9}{7} \times 0,4^9 \times 0,6^7$
- b. $\binom{9}{7} \times 0,4^7 \times 0,6^{16}$
- c. $\binom{16}{9} \times 0,4^9 \times 0,6^7$
- d. $\binom{16}{7} \times 0,4^7 \times 0,6^9$

Rappel de cours / Point méthode :

On applique une loi binomiale car on a bien deux issues possibles à chaque déplacement : abscisse ou ordonnée. Et on applique la formule vue aux deux questions précédentes.

Réponse détaillée de la question :

On considère une loi binomiale de paramètres $n = 16$ (nombre d'étapes successives) et $p = 0,4$ (probabilité de se déplacer horizontalement).

On cherche alors $P(X = 7)$ puisque l'abscisse de M est 7.

En appliquant la formule, la réponse est évidente

Réponse d.

Question 43.

Soit X une variable aléatoire comptant le nombre de déplacements du robot selon l'axe des abscisses, après 16 étapes.

Déterminer l'espérance de X :

- a. 8
- b. 6,4
- c. 6
- d. 8,4

Rappel de cours / Point méthode :

Dans le cadre d'une loi binomiale de paramètres n et p , on a $E(X) = n \times p$

On retrouve la loi binomiale mise en place à la question précédente

Réponse détaillée de la question :

On a $n = 16$ et $p = 0,4$ (voir question précédente).

Ainsi $E(X) = 16 \times 0,4 = 6,4$

Réponse b.

ALGORITHMIQUE ET PROGRAMMATION

Question 44.

Déterminer l'affichage de l'algorithme suivant, sachant que l'on saisit la valeur $n = 10$:

Algorithme 1 : Avenir 2023	
1	Entrée
2	n : entier naturel
3	Variables
4	u : réel
5	i : entier naturel
6	Traitement
7	Saisir n
8	Pour i allant de 1 à n faire
9	u prend la valeur 1
10	u prend la valeur $\frac{3}{6-2u}$
11	Afficher u

- a. 1
- b. $\frac{33}{52}$
- c. $\frac{52}{33}$
- d. $\frac{3}{4}$

Rappel de cours / Point méthode :

Pour évaluer l'objectif d'un algorithme ou déterminer la valeur affichée, il faut dans un premier temps prendre le temps de bien lire l'algorithme car parfois la réponse est évidente, ou bien de le faire fonctionner pour la valeur de n donnée (ou alors on en choisit une).

Réponse détaillée de la question :

Lorsqu'on observe cet algorithme, on s'aperçoit que l'on a à faire à une boucle POUR qui sert à calculer une ou plusieurs valeurs. Mais quand on regarde à l'intérieur de cette boucle, on s'aperçoit que l'on repart toujours de $u = 1$, ce qui veut dire que systématiquement on calcule toujours le même nombre 10 fois !!!

Le calcul fait à chaque fois est donc : $\frac{3}{6-2 \times 1} = \frac{3}{4}$

Réponse d.

Question 45.

On considère l'algorithme suivant :

Algorithme 2 : Avenir 2023 bis

```
1 Variables
2   u : réel
3   i : entier naturel
4 Initialisation
5   i prend la valeur 0
6   u prend la valeur 0
7 Traitement
8   Tant que i ≤ 10 faire
9     i prend la valeur i + 1
10    u prend la valeur 2u + 3
11 Afficher u
```

Que retourne cet algorithme ?

- a. le 10^{ème} terme de la suite récurrente définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$
- b. le 11^{ème} terme de la suite récurrente définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 2u_n + 3$
- c. le 10^{ème} terme de la suite récurrente définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 3u_n + 2$
- d. le 11^{ème} terme de la suite récurrente définie par $u_0 = 0$ et $u_{n+1} = 3u_n + 2$

Réponse détaillée de la question :

Au vu de l'expression à l'intérieur de la boucle TANT QUE, à savoir « $2u+3$ », on peut éliminer les réponses c. et d.

De plus, la phase d'initialisation nous donne le premier terme qui est $u_0 = 0$.

La boucle tant que nous dit que i va aller de 1 à 10 soit 10 calculs en plus par rapport à u_0

Donc on cherche le 11^{ème} terme.

Réponse b.



Corrigé de l'épreuve de physique

Concours AVENIR 2023

CONCOURS AVENIR – Samedi 29 avril 2023 – Epreuve de Sciences



Les images satellites météo font maintenant partie du quotidien de la majorité d'entre nous. On les voit régulièrement durant les bulletins météorologiques télévisés et on les trouve en abondance sur internet, et ce, en temps réel. Les satellites météorologiques ont comme mission principale le recueil de données utilisée pour la surveillance du temps et du climat de la Terre. Chaque nouvelle génération de satellites comporte des senseurs plus performants et capables d'effectuer des mesures sur un plus grand nombre de canaux ce qui permet de les utiliser pour différencier les divers phénomènes météorologiques : nuages, précipitations, vent, brouillard, etc.

Pour compléter les satellites géostationnaires, les satellites circumpolaires orbitent autour de la Terre à basse altitude selon une trajectoire passant près des pôles. Comme ils sont plus rapprochés de la surface, ces satellites ont une meilleure résolution. Ils peuvent distinguer plus facilement les détails de température des nuages et leur forme visible. Les feux de forêt et la brume sont beaucoup plus évidents. On peut même en extraire des informations sur le vent selon la forme et le déplacement des nuages. Ce sujet étudie un satellite circumpolaire : sa trajectoire, son alimentation par panneaux solaires, ses changements de température de température et le fonctionnement d'un de ses multiples senseurs.

Exercice n°1 :

Le satellite circumpolaire étudié a une trajectoire circulaire autour de la Terre. Le cercle décrit par sa trajectoire est perpendiculaire à l'axe du Soleil-Terre.

Dans cette partie, nous nous intéressons au mouvement du satellite autour de la Terre.

- Données :
- Masse du satellite : $m = 200 \text{ kg}$
 - Masse de la Terre : $M = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$
 - Intensité du champ de pesanteur terrestre : $g = 10 \text{ SI}$
 - Rayon de la Terre : $R = 6400 \text{ km}$
 - Altitude du satellite par rapport au sol terrestre : $h = 600 \text{ km}$
 - Constante de gravitation universelle : $G = 6 \times 10^{-11} \text{ SI}$
 - \vec{u}_n est le vecteur unitaire du repère de Frenet, normal à la trajectoire du satellite autour de la terre.
 - Vitesse du satellite sur son orbite autour de la Terre : $v = 6,28 \text{ km.s}^{-1}$
 - $\pi = 3,14$

1. La trajectoire du satellite étudié est :

- A. Dans le référentiel héliocentrique, un cercle dont le Soleil est le centre.
- B. Dans le référentiel géocentrique, un cercle dont le Soleil est le centre.
- C. Dans le référentiel géocentrique, un cercle dont la Terre est le centre.
- D. Dans le référentiel héliocentrique, un cercle dont la Terre est le centre.

Rappel de cours / Point méthode :

Un référentiel est un solide par rapport auquel on étudie un mouvement.

- Le référentiel Héliocentrique est défini par le centre de masse du soleil et trois axes pointant vers trois étoiles fixes. Ce référentiel est dédié à l'étude des planètes.
- Le référentiel Géocentrique est défini par le centre de masse de la Terre et trois axes pointant vers trois étoiles fixes. Ce référentiel est dédié à l'étude des satellites qui tournent autour de la Terre.

Réponse détaillée de la question :

Le satellite a un mouvement circulaire autour de la Terre, c'est donc naturellement que le Référentiel d'étude de sa trajectoire est le référentiel géocentrique.

Réponse C.

2. La 3^{ème} loi de Kepler relie le rayon de l'orbite a du satellite autour de la Terre et Sa période T de révolution par la relation :

- A. $T = k.a^3$ avec k une constante
- B. $T = k.a^{\frac{3}{2}}$ avec k une constante
- C. $T = k.a^{\frac{1}{2}}$ avec k une constante
- D. $T = k.a^2$ avec k une constante

Rappel de cours / Point méthode :

La troisième loi de Kepler appliquée à un satellite gravitant autour d'une planète de masse M sur une orbite circulaire de rayon a s'écrit :

$$\frac{T^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{G.M} = K \text{ où } K \text{ est une constante égale à : } K = \frac{4\pi^2}{G.M}$$

Réponse détaillée de la question :

$$\frac{T^2}{a^3} = K \Rightarrow T^2 = K.a^3 \Rightarrow T = \sqrt{K}. \sqrt{a^3} = k.(a^3)^{\frac{1}{2}} = k.a^{\frac{3}{2}}$$

$$\text{Avec } k = \sqrt{K}$$

Réponse B.

3. L'unité de la constante de gravitation universelle est :

- A. $m^3.kg^{-1}.s^{-2}$
- B. $m^3.kg^{-1}.s^{-1}$
- C. $m^2.kg^{-1}.s^{-2}$
- D. $m^2.kg^{-2}.s^{-1}$

Rappel de cours / Point méthode :

La loi de la gravitation universelle énoncée par Newton stipule que deux corps ponctuels A et B, de masses m_A et m_B séparés par une distance d exercent l'un sur l'autre des forces attractives de même intensité F dont l'expression s'écrit :

$$F_{A/B} = F_{B/A} = F = G.\frac{m_A.m_B}{d^2}$$

Réponse détaillée de la question :

$$F = G.\frac{m_A.m_B}{d^2} \Rightarrow G = \frac{F.d^2}{m_A.m_B} \Rightarrow [G] = \frac{N.m^2}{kg^2} = N.m^2.kg^{-2} \quad (1)$$

Par ailleurs, d'après la 2^{ème} loi de Newton : $[F] = \text{masse} \times \text{accélération}$

$$\Rightarrow N = kg.m.s^{-2} \quad (2)$$

Des équations (1) et (2) on en déduit :

$$[G] = kg.m.s^{-2} . m^2.kg^{-2} = m^3.kg^{-1}.s^{-2}$$

Réponse A.

4. L'expression de la force d'interaction gravitationnelle exercée par la Terre sur le Satellite dans le repère de Frenet est :

A. $\vec{F} = G \cdot \frac{M.m}{R+h} \cdot \vec{u}_n$

B. $\vec{F} = G \cdot \frac{M.m}{(R+h)^2} \cdot \vec{u}_n$

C. $\vec{F} = -G \cdot \frac{M.m}{R+h} \cdot \vec{u}_n$

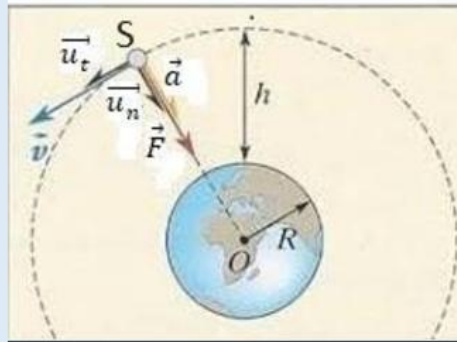
D. $\vec{F} = -G \cdot \frac{M.m}{(R+h)^2} \cdot \vec{u}_n$

Rappel de cours / Point méthode :

La force gravitationnelle exercée par la Terre sur le satellite est attractive, centripète, donc colinéaire et de même sens que le vecteur \vec{u}_n de Frenet.

La distance entre le centre de la Terre et le satellite assimilé à un point matériel est :

$$d = R + h$$



Réponse détaillée de la question :

On applique la loi d'attraction gravitationnelle entre la Terre de masse M et le satellite de masse m séparés parés par une distance $d = R + h$

$$\vec{F} = G \cdot \frac{M.m}{(R+h)^2} \cdot \vec{u}_n$$

Réponse B.

5. L'expression de l'accélération du satellite en mouvement autour de la Terre dans

Le repère de Frenet est :

- A. $\vec{a} = -\frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n$
 B. $\vec{a} = -\frac{v^2}{R+h} \cdot \vec{u}_n$
 C. $\vec{a} = \frac{v^2}{R} \cdot \vec{u}_n$
 D. $\vec{a} = \frac{v^2}{R+h} \cdot \vec{u}_n$

Rappel de cours / Point méthode :

Le satellite ayant un mouvement circulaire uniforme, son accélération est donc centripète, c'est-à-dire colinéaire et de même sens que le vecteur de Frenet \vec{u}_n

Réponse détaillée de la question :

Dans le repère de Frenet, pour un mouvement circulaire uniforme, l'accélération est centripète et a pour expression : $\vec{a} = \frac{v^2}{R+h} \cdot \vec{u}_n$

Réponse D.

6. L'expression de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique est :

- A. $v = \sqrt{\frac{G \cdot m \cdot M}{R}}$
 B. $v = \sqrt{\frac{G \cdot M}{R+h}}$
 C. $v = \sqrt{\frac{G \cdot m}{R}}$
 D. $v = \sqrt{\frac{G \cdot m \cdot M}{R+h}}$

Rappel de cours / Point méthode :

- Appliquer la 2^{ème} loi de Newton au système {S} et en déduire une expression de son accélération en fonction de G , M , R et h .
- Egaliser cette nouvelle expression, avec celle trouvée à la question 5.

Réponse détaillée de la question :

D'après la 2^{ème} loi de Newton : $\vec{F} = G \cdot \frac{M \cdot m}{(R+h)^2} \cdot \vec{u}_n = m \times \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$

$$\Rightarrow \vec{a} = \frac{GM}{(R+h)^2} \cdot \vec{u}_n = \frac{v^2}{R+h} \cdot \vec{u}_n \Rightarrow \frac{v^2}{R+h} = \frac{GM}{(R+h)^2} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{GM}{R+h}}$$

Réponse B.

7. La valeur de la période de révolution du satellite autour de la Terre est :

- A. $T = 3200 \text{ s}$
- B. $T = 3500 \text{ s}$
- C. $T = 6400 \text{ s}$
- D. $T = 7000 \text{ s}$

Rappel de cours / Point méthode :

La période est la durée que met le satellite pour effectuer un tour complet sur son orbite, elle est donnée par la relation : $T = \frac{2\pi \times (R+h)}{v}$

Réponse détaillée de la question :

$$T = \frac{2\pi \times (R+h)}{v} \quad \text{Avec : } v = 6,28 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1} ; (R+h) = 7000 \text{ km}$$
$$\text{Donc : } T = \frac{2\pi \times 7000}{6,28} = \frac{6,28 \times 7000}{6,28} = 7000 \text{ secondes}$$

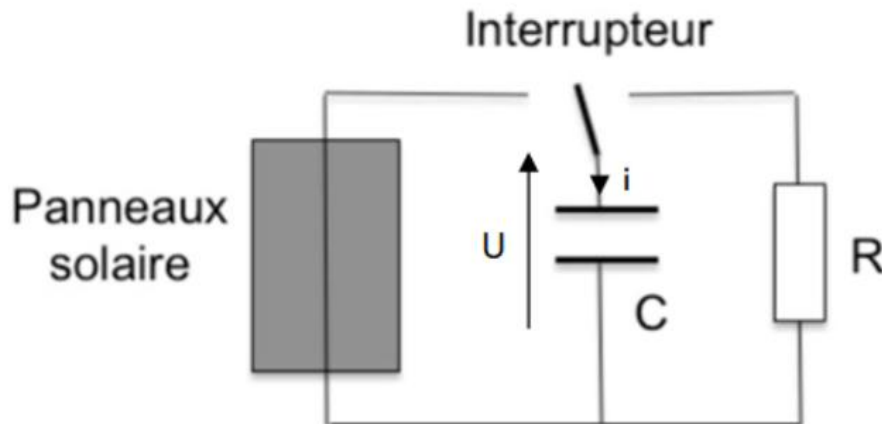
Réponse D.

Exercice n°2 :

Les batteries représentées sur le schéma ci-dessous par un condensateur plan, alimentent les capteurs du satellite. Elles sont chargées grâce à des panneaux solaires qui produisent de l'énergie électrique en absorbant une partie de la lumière du soleil.

Les capteurs du satellite sont modélisés par une résistance R (voir schéma ci-dessous).

Schéma modélisant le fonctionnement du circuit électrique alimentant les capteurs du satellite :



Les questions portent sur les panneaux solaires et le circuit électrique du schéma ci-dessus.

Données :

- Dimensions des panneaux solaires rectangulaires : $100 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$
- Puissance absorbée par les panneaux solaires par unité de surface : $\varphi 1000 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}$
- Rendement des panneaux solaires : $\eta = 27\%$
- Constante de Planck : $h = 7 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$
- $1 \text{ eV} = 2 \cdot 10^{-19} \text{ J}$
- Capacité du condensateur du schéma modélisant les batteries : $C = 20 \text{ nF}$
- Résistance du schéma modélisant les capteurs du satellite : $R = 100 \text{ G}\Omega$
- Tension aux bornes du condensateur lorsqu'il est chargé : $U_{\text{max}} = 100 \text{ V}$
- On considère le condensateur comme déchargé au bout d'une durée de 5τ après le début de sa décharge, τ étant la constante de temps du circuit RC série
- Capacité du condensateur : $C = 9 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{\text{S}}{e}$ avec S la surface des armatures et e l'épaisseur entre les armatures
- Energie stockée dans le condensateur : $E = \frac{1}{2} C \cdot U^2$
- On négligera les pertes par effet joule dans les fils électriques
- $\ln(2) = 0,7$

8. Les panneaux solaires absorbent des photons dont l'énergie est supérieure à 1 eV.

Les photons qui sont absorbés ont une fréquence :

- A. Supérieure à 3.10^{14} Hz
- B. Inférieure à 3.10^{14} Hz
- C. Egale à 3.10^{13} Hz
- D. Egale à 3.10^{12} Hz

Rappel de cours / Point méthode :

L'énergie $\mathcal{E}_{\text{photon}}$ d'un photon de fréquence ν est donnée par la relation de Planck qui s'écrit :

$\mathcal{E}_{\text{photon}} = h \times \nu$ où h est la constante de Planck

Réponse détaillée de la question :

$$\mathcal{E}_{\text{photon}} = h \times \nu \Rightarrow \nu = \frac{\mathcal{E}_{\text{photon}}}{h} \quad \text{or, } \mathcal{E}_{\text{photon}} > 1\text{eV} = 2.10^{-19} \text{ J}$$

$$\text{et } h = 7.10^{-34} \text{ J.s} \quad \text{Par suite : } \nu > \frac{2.10^{-19}}{7.10^{-34}} = \frac{20}{7} \times 10^{14} \approx 3.10^{14} \text{ Hz}$$

Réponse A.

9. L'énergie absorbée par les panneaux solaires pendant 10 s est égale à :

- A. 10 kJ
- B. 5 kJ
- C. 5 J
- D. 1 J

Rappel de cours / Point méthode :

- Les panneaux solaires ont une surface $S = L \times \ell$
- La puissance totale reçue par les panneaux est : $\mathcal{P} = \varphi \times S = \varphi \times L \times \ell$
- L'énergie absorbée par les panneaux pendant une durée Δt est : $E = \mathcal{P} \times \Delta t$

Réponse détaillée de la question :

$$E = \mathcal{P} \times \Delta t = \varphi \times L \times \ell \times \Delta t$$

App Num : $\varphi = 1000 \text{ W.m}^{-2}$; $L \times \ell = 1,0 \times 0,5 = 0,5 \text{ m}^2$; $\Delta t = 10 \text{ s}$

$$\Rightarrow E = 1000 \times 0,5 \times 10 = 5000 \text{ J} = 5 \text{ kJ}$$

Réponse B.

10. La puissance utile fournie par les panneaux solaires aux batteries vaut :

- A. 135 W
- B. 500 W
- C. 1350 W
- D. 5000 W

Rappel de cours / Point méthode :

Les panneaux solaires sont des convertisseurs d'énergie rayonnante (énergie reçue) en énergie électrique (énergie utile)

Le rendement η d'un convertisseur est défini par : $\eta = \frac{E_{\text{utile}}}{E_{\text{reçue}}} = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{reçue}}}$

Réponse détaillée de la question :

$$\eta = \frac{P_{\text{utile}}}{P_{\text{reçue}}} \Rightarrow P_{\text{utile}} = \eta \times P_{\text{reçue}} \text{ avec } P_{\text{reçue}} = \varphi \times L \times \ell$$

$$\text{On en déduit : } P_{\text{utile}} = \eta \times \varphi \times L \times \ell = 0,27 \times 1000 \times 1 \times 0,5 = 135 \text{ W}$$

Réponse A.

11. La capacité d'un condensateur s'exprime en Farad. Cela équivaut à :

- A. $C \cdot V$
- B. $C \cdot V^{-1}$
- C. $V \cdot m$
- D. $V \cdot m^{-1}$

Rappel de cours / Point méthode :

- La charge Q portée par la plaque positive d'un condensateur, est proportionnelle à la tension U entre ses bornes : $Q = C \times U$
- Le coefficient de proportionnalité C est appelé capacité du condensateur, il s'exprime en Farad (F)

Réponse détaillée de la question :

$$Q = C \times U \Rightarrow C = \frac{Q}{U} \quad [C] = \frac{[Q]}{[U]} = \frac{\text{Coulomb (C)}}{\text{Volt (V)}} = C \cdot V^{-1}$$

Réponse B.

12. Le condensateur plan du circuit a des armatures d'une surface de 10 cm^2 .

L'épaisseur entre les armatures est donc égale à :

- A. $e = 4,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$
- B. $e = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ m}$
- C. $e = 4,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$
- D. $e = 4,5 \cdot 10^{-7} \text{ m}$

Rappel de cours / Point méthode :

On utilisera la formule donnée dans l'énoncé : $C = 9 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{S}{e} \Rightarrow e = \frac{9 \cdot 10^{-12} \times S}{C}$

Réponse détaillée de la question :

$$C = 9 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{S}{e}$$

$$C = 20 \text{ nF} = 20 \times 10^{-9} = 2 \times 10^{-8} \text{ F} ; S = 10 \text{ cm}^2 = 10 \times 10^{-4} = 10^{-3} \text{ m}^2$$

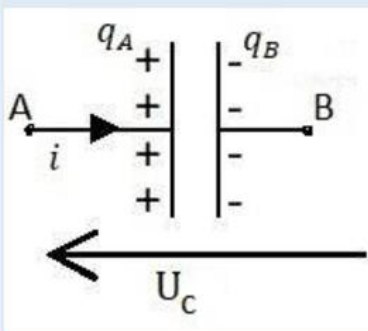
$$\Rightarrow e = \frac{9 \cdot 10^{-12} \times 10^{-3}}{2 \times 10^{-8}} = 4,5 \times 10^{-7} \text{ m}$$

Réponse D.

13. La relation entre la tension U aux bornes du condensateur et le courant i qui le traverse est :

- A. $i = C \cdot \frac{dU}{dt}$
- B. $i = \frac{1}{C} \cdot \frac{dU}{dt}$
- C. $U = C \cdot \frac{di}{dt}$
- D. $U = C \cdot I$

Rappel de cours / Point méthode :



- On utilisera les formules physiques suivantes :

$$i(t) = \frac{dq_A(t)}{dt} \quad \text{et} \quad q_A(t) = C \cdot U_C(t)$$

- Ainsi que la formule de dérivation suivante :

$$(k \cdot U)' = k \cdot U'$$

Réponse détaillée de la question :

$$i(t) = \frac{dq_A(t)}{dt} = \frac{d(C \cdot U_C(t))}{dt} = C \cdot \frac{dU_C}{dt}$$

Réponse A.

14. A $t = 0$ s, le condensateur chargé se décharge dans la résistance R. La charge $q(t)$, de l'armature chargée positivement, s'exprime par :

A. $q(t) = C \cdot U_{max} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

B. $q(t) = \frac{U_{max}}{C} \left(1 - e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

C. $q(t) = \frac{U_{max}}{C} \left(e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

D. $q(t) = C \cdot U_{max} \left(e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

Rappel de cours / Point méthode :

A $t = 0$ s, le condensateur chargé se décharge dans la résistance R. La charge $q(t)$ de l'armature positive doit vérifier deux conditions aux limites :

- Elle est maximale à A $t = 0$ s,
- Elle tend vers zéro lorsque t tend vers l'infini.

Réponse détaillée de la question :

- $q(0) = Q_{max} = C \times U_{max}$

- $\lim_{t \rightarrow \infty} q(t) = 0$

- La seule expression qui vérifie ces deux conditions est : $q(t) = C \cdot U_{max} \left(e^{-\frac{t}{RC}}\right)$

Réponse D

15. La durée d'alimentation des capteurs du satellite (durée de décharge du condensateur dans la résistance) est :

- A. $\Delta t = 1000 \text{ s}$
- B. $\Delta t = 10\,000 \text{ s}$
- C. $\Delta t = 700 \text{ s}$
- D. $\Delta t = 70\,000 \text{ s}$

Rappel de cours / Point méthode :

- La charge et la décharge d'un condensateur, sont caractérisés par un temps caractéristique (ou constante de temps) noté τ et défini par : $\tau = RC$
- D'après l'énoncé, on estime que le condensateur est complètement déchargé au bout d'une durée $\Delta t = 5\tau$

Réponse détaillée de la question :

- Le temps de décharge du condensateur vaut environ $\Delta t = 5\tau = 5RC$
- App Num : $R = 100 \text{ G}\Omega = 10^{11} \Omega$; $C = 20 \text{ nF} = 2 \times 10^{-8} \text{ F}$
- Donc $\Delta t = 5 \times 10^{11} \times 2 \times 10^{-8} = 10\,000$ secondes.

Réponse B.

16. Lors de la décharge, la durée nécessaire pour que la tension U aux bornes du condensateur soit divisée par deux est :

- A. $\Delta t = 700 \text{ s}$
- B. $\Delta t = 1000 \text{ s}$
- C. $\Delta t = 1400 \text{ s}$
- D. $\Delta t = 2000 \text{ s}$

Rappel de cours / Point méthode :

- La charge $q(t)$ portée par la plaque positive d'un condensateur, est proportionnelle à la tension $U(t)$ entre ses bornes : $q(t) = C \times U(t) \Rightarrow U(t) = \frac{1}{C} \times q(t)$
- $q(t) = C \cdot U_{max} \left(e^{-\frac{t}{RC}} \right)$ (Voir question 14.) $\Rightarrow U(t) = U_{max} \left(e^{-\frac{t}{RC}} \right)$

Réponse détaillée de la question :

Soit Δt la durée nécessaire pour que la tension U soit divisée par 2.

$$\text{Alors, } U(\Delta t) = \frac{U(0)}{2} \Leftrightarrow U_{max} \left(e^{-\frac{\Delta t}{RC}} \right) = \frac{U_{max}}{2} \Leftrightarrow \left(e^{-\frac{\Delta t}{RC}} \right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow -\frac{\Delta t}{RC} = \ln\left(\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \Delta t = RC \times \ln(2) = 10^{11} \times 2 \times 10^{-8} \times 0,7 = 1400 \text{ s}$$

Réponse C.

17. L'énergie emmagasinée par le condensateur lorsqu'il est chargé vaut :

- A. $100 \mu J$
- B. $100 mJ$
- C. $100 J$
- D. $100 kJ$

Rappel de cours / Point méthode :

D'après l'énoncé, L'énergie électrostatique emmagasinée par un condensateur est donnée par

La formule : $E = \frac{1}{2} C \cdot U^2$

Réponse détaillée de la question :

Lorsqu'il est chargé, la tension aux bornes du condensateur est maximale et a pour valeur $U_{max} = 100 V$

$$\Rightarrow E = \frac{1}{2} C \cdot U_{max}^2 = \frac{1}{2} \times 2 \times 10^{-8} \times (100)^2 = 10^{-4} J = 100 \mu J$$

Réponse A.

Exercice n°3 :

Selon la position des panneaux solaires par rapport au soleil, ceux-ci sont soumis à une différence de température plus ou moins grande entre leur face extérieure et leur face intérieure. On considérera que la face extérieure des panneaux solaires est à une température $T_e = 80^\circ\text{C}$ et la face intérieure à une température $T_i = -20^\circ\text{C}$.

Dans cet exercice, on étudie le flux thermique à travers les panneaux solaires dû à la différence de température entre leur faces et la constitution des panneaux solaires.

Données :

- Dimensions des panneaux solaires rectangulaires : $S = 100\text{ cm} \times 50\text{ cm}$
- Epaisseur des panneaux solaires : $e = 5\text{ cm}$
- Flux thermique traversant un panneau solaire dû à la différence de température entre sa face externe et sa face interne : $\Phi = 200\text{ kW}$
- Expression de la résistance thermique des panneaux solaires : $R_{th} = \frac{e}{\lambda \cdot S}$ avec λ la conductivité thermique du matériau majoritairement utilisé pour la construction des panneaux solaires.
- Valeurs des conductivités thermiques des matériaux :

Matériau	Titane	Laiton	Aluminium	Cuivre
$\lambda(\text{W} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{K}^{-1})$	20	100	200	300

18. Le transfert thermique entre la face externe et interne du panneau solaire se fait majoritairement par :

- A. Conduction
- B. Rayonnement
- C. Convection
- D. Convection et rayonnement

Rappel de cours / Point méthode :

Il existe trois modes de transfert thermique :

- La conduction : qui s'observe dans les solides
- La convection : qui s'observe dans les fluides (gaz + liquides)
- Le rayonnement : qui s'observe dans tout milieu matériel et aussi dans le vide.

Réponse détaillée de la question :

Les panneaux solaires étant constitués d'un matériau solide, les transferts thermiques Entre la face externe et la face interne du panneau se font majoritairement par Conduction.

Réponse A.

19. Le flux thermique traversant les panneaux solaires a pour expression :

- A. $\Phi = \frac{T_e}{R_{th}}$
- B. $\Phi = \frac{T_i}{R_{th}^2}$
- C. $\Phi = \frac{T_e - T_i}{R_{th}}$
- D. $\Phi = \frac{(T_i - T_e)^2}{R_{th}}$

Rappel de cours / Point méthode :

La résistance thermique R_{th} d'une paroi matérielle est définie par : $\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}}$

Φ est le flux thermique ; ΔT est l'écart de température de part et d'autre de la paroi.

Réponse détaillée de la question :

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}} = \frac{T_e - T_i}{R_{th}}$$

Réponse C.

20. L'unité de la résistance thermique des panneaux solaires est :

- A. $W \cdot K^{-1}$
- B. $K \cdot W^{-1}$
- C. $W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$
- D. $m \cdot K \cdot W^{-1}$

Rappel de cours / Point méthode :

On utilise la formule précédente : $\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}} \Rightarrow R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi}$

Réponse détaillée de la question :

$$\Phi = \frac{\Delta T}{R_{th}} \Rightarrow R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi} \Rightarrow [R_{th}] = \frac{[\Delta T]}{[\Phi]} = \frac{K}{W} = K \cdot W^{-1}$$

Réponse B.

21. La valeur de la résistance thermique des panneaux solaires est :

- A. $R_{th} = 5.10^{-4} SI$
- B. $R_{th} = 2.10^{-4} SI$
- C. $R_{th} = 5.10^{-1} SI$
- D. $R_{th} = 2.10^{-1} SI$

Rappel de cours / Point méthode :

On utilisera la formule vue ci-dessus : $R_{th} = \frac{\Delta T}{\Phi} = \frac{T_e - T_i}{\Phi}$

Réponse détaillée de la question :

$R_{th} = \frac{T_e - T_i}{\Phi}$ Avec $T_e = 80^\circ C$; $T_i = -20^\circ C$ et $\Phi = 200 \text{ kW} = 2 \times 10^5 \text{ W}$

$$\Rightarrow R_{th} = \frac{80 - (-20)}{2 \times 10^5} = \frac{100}{2 \times 10^5} = 5.10^{-4} \text{ SI}$$

Réponse A.

22. Le matériau majoritairement utilisé pour la construction des panneaux solaires est :

- A. Le titane
- B. Le laiton
- C. L'aluminium
- D. Le cuivre

Rappel de cours / Point méthode :

- On utilisera la formule donnée dans l'énoncé : $R_{th} = \frac{e}{\lambda S}$
- Pour identifier le matériau utilisé, on calculera la conductivité thermique λ

Réponse détaillée de la question :

$$R_{th} = \frac{e}{\lambda S} \Rightarrow \lambda = \frac{e}{R_{th} \times S}$$

App Num : $e = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$; $S = 1 \times 0,5 = 0,5 \text{ m}^2$; $R_{th} = 5.10^{-4} \text{ SI}$

$$\lambda = \frac{0,05}{5.10^{-4} \times 0,5} = 200 \text{ SI} \Rightarrow \text{Aluminium}$$

Réponse C.

23. Lorsque le satellite change de position par rapport au soleil, la variation de la température d'un composant solide est notée ΔT . Avec m la masse du composant et c sa capacité thermique massique, l'expression de la variation d'énergie interne du composant lors de son changement de température est :

- A. $\Delta U = m \cdot c \cdot \Delta T$
- B. $\Delta U = 0$
- C. $\Delta U = c \cdot \Delta T$
- D. $\Delta U = Q \cdot \Delta T$ avec Q la chaleur échangée

Rappel de cours / Point méthode :

D'après le 1^{er} principe de la thermodynamique, la variation ΔU d'énergie interne d'un Système est due à la quantité de chaleur Q et au travail W échangés avec le milieu extérieur :

$$\Delta U = Q + W$$

Réponse détaillée de la question :

- $\Delta U = Q + W$
- $W = 0$ (Le système est incompressible, aucun travail échangé avec l'extérieur)
- $Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow \Delta U = Q = m \cdot c \cdot \Delta T \Rightarrow$

Réponse A.

Exercice n°4 :

Certaines informations transportées par les ondes électromagnétiques, sont récupérées par le satellite à l'aide d'un système que l'on modélisera par une lunette astronomique.

Données : - Distance focale des lentilles L_1 , L_2 et L_3 disponibles pour le système :

$$f_1' = 0,50 \text{ cm} ; f_2' = 5 \text{ cm} ; f_3' = 20 \text{ cm}$$

- Altitude du satellite : $h = 600 \text{ km}$

24. La longueur d'onde d'une onde de fréquence 200 THz captée par le satellite est :

- A. $\lambda = 700 \text{ mm}$
- B. $\lambda = 1500 \text{ nm}$
- C. $\lambda = 60 \text{ mm}$
- D. $\lambda = 3000 \text{ nm}$

Rappel de cours / Point méthode :

La longueur d'onde λ et la fréquence f d'une onde électromagnétique sont liées par la Relation : $\lambda = \frac{c}{f}$ où $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$ désigne la célérité de la lumière dans le vide.

Réponse détaillée de la question :

$$\lambda = \frac{c}{f}$$

Appl Num : $c = 3,0 \times 10^8 \text{ m.s}^{-1}$; $f = 200 \text{ THz} = 2 \times 10^{14} \text{ Hz}$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{3,0 \times 10^8}{2 \times 10^{14}} = 1,5 \times 10^{-6} \text{ m} = 1500 \text{ nm}$$

Réponse B.

25. Le système est doté d'un diaphragme(trou) en entrée où passe l'onde. Le phénomène qui résulte du passage de la lumière par ce trou est le phénomène :

- A. De diffraction
- B. D'interférences
- C. De réflexion
- D. De réfraction

Rappel de cours / Point méthode :

Lorsqu'une onde mécanique ou électromagnétique rencontre sur son passage un obstacle Ou une ouverture, elle peut dans certaines conditions, subir une diffraction.

Réponse détaillée de la question :

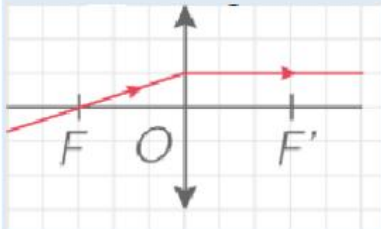
Pour qu'il y ait diffraction, la taille de l'ouverture ou du trou doit être du même ordre de grandeur que la longueur d'onde.

Réponse A.

26. Un rayon lumineux qui traverse une lentille convergente en passant par le foyer principal objet ressort :

- A. Sans être dévié
- B. Par le foyer image
- C. Parallèle à l'axe optique
- D. Aucune des réponses précédentes

Rappel de cours / Point méthode :



Une lentille convergente (voir ci-contre) possède deux foyers : F et F' symétriques par rapport au centre optique O .

F , situé du côté d'où vient la lumière réfléchiée par l'objet est le foyer principal objet.

F' , situé du côté de l'image formée par la lentille, est le foyer principal image.

Réponse détaillée de la question :

Tout rayon passant par le foyer principal objet, d'une lentille convergente, ressort de la lentille parallèlement à l'axe optique.

Réponse C.

27. Le grossissement maximum du système avec les lentilles disponibles est :

- A. 100
- B. 40
- C. 0,250
- D. 0,10

Rappel de cours / Point méthode :

Le grossissement G d'une lunette astronomique est défini par $G = \frac{f'_{\text{objectif}}}{f'_{\text{oculaire}}}$ Avec $f'_{\text{objectif}} \gg f'_{\text{oculaire}}$

Réponse détaillée de la question :

Pour obtenir un grossissement maximum du système avec les lentilles disponibles, il faut choisir : $f'_{\text{objectif}} = f'_3 = 20 \text{ cm}$ et $f'_{\text{oculaire}} = f'_1 = 0,50 \text{ cm}$

On aura ainsi un grossissement égal à : $G = \frac{20}{0,5} = 40$

Réponse B.

28. Pour obtenir le grossissement le plus grand pour le système avec les lentilles disponibles, on utilise :

- A. L_1 en objectif et L_2 en oculaire
- B. L_2 en objectif et L_1 en oculaire
- C. L_1 en objectif et L_3 en oculaire
- D. L_3 en objectif et L_1 en oculaire

Rappel de cours / Point méthode :

Le grossissement G d'une lunette astronomique est défini par $G = \frac{f'_1}{f'_2}$ où f'_1 représente la distance focale de l'objectif et f'_2 la distance focale de l'oculaire.

Réponse détaillée de la question :

Pour obtenir un grossissement maximum du système avec les lentilles disponibles, il faut choisir : $f'_1 = 20 \text{ cm}$ donc L_3 en objectif et $f'_2 = 0,50 \text{ cm}$ donc L_1 en oculaire

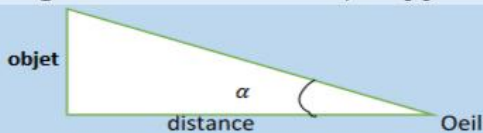
Réponse D.

29. L'expression de l'angle en radian sous lequel serait vu le côté d'un champ de longueur $d = 300 \text{ m}$, à l'œil nu par un astronaute au niveau du satellite, est :

- A. $\alpha = \frac{2d}{h}$
- B. $\alpha = \frac{d}{h}$
- C. $\alpha = \frac{h}{d}$
- D. $\alpha = \frac{2h}{d}$

Rappel de cours / Point méthode :

L'angle α sous lequel est vu un objet appelé aussi diamètre apparent est défini par :



$$\alpha = \frac{\text{taille de l'objet}}{\text{distance à l'œil}}$$

Réponse détaillée de la question :

Taille de l'objet = d ; Distance = h

$$\Rightarrow \alpha = \frac{d}{h}$$

Réponse B.

30. Les lentilles du système sont celles de la réponse à la question 28. Un astronaute au niveau du satellite, qui regarderait à travers le système le côté du champ de longueur 300 m, verrait l'image de ce côté sous un angle :

A. $\alpha' = 5.10^{-2} \text{ rad}$

B. $\alpha' = 2.10^{-2} \text{ rad}$

C. $\alpha' = 5.10^{-4} \text{ rad}$

D. $\alpha' = 2.10^{-4} \text{ rad}$

Rappel de cours / Point méthode :

Le grossissement d'une lunette est défini par :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \quad \text{où } \alpha' \text{ est l'angle sous lequel est vu l'objet à travers la lunette.}$$

Réponse détaillée de la question :

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} \Rightarrow \alpha' = G \times \alpha = G \times \frac{d}{h} = 40 \times \frac{300}{600\,000} = \frac{20}{1000} = 2.10^{-2} \text{ rad}$$

Réponse B.



Corrigé de l'épreuve d'anglais

Concours AVENIR 2023

Format de l'épreuve :

- 45 questions (en format QCM) en 30 minutes
- 2 parties : partie grammaticale et lexicale (35 questions) ; partie compréhension écrite (un texte d'environ 850 mots, 10 questions)
- 4 réponses (a, b, c, d) proposées par question. UNE SEULE réponse est correcte.
- Si vous trouvez la réponse exacte, vous gagnez 3 points. Si vous vous trompez, vous perdez 1 point. Si vous choisissez de ne pas répondre, vous ne gagnez ni ne perdez de points.

Dans ce corrigé, nous vous proposons de brefs éléments de réflexion sur la langue (enjeux syntaxiques et lexicaux) et l'activité de compréhension écrite.

Pour la partie grammaticale et lexicale : nous vous invitons à effectuer un parcours qui permette de réviser en priorité la construction et le fonctionnement du groupe nominal ainsi que du groupe verbal (aspect, temps, verbes irréguliers, etc.), les structures spécifiques à la langue anglaise (comme les question tags par exemple), les idiomatismes (*idioms*), et enfin à apprendre un maximum de *phrasal verbs*.

Faites attention à la gestion du temps le jour de l'épreuve : certaines questions nécessitent davantage de réflexion que d'autres.

Vérifiez auprès de votre centre de documentation (CDI) comment, par votre lycée, vous pouvez avoir accès, en ligne ou en version papier, à des titres tels que le magazine Time ou Vocabulaire. Ces titres, sur abonnement, présentent une sélection fort intéressante d'articles variés liés à l'actualité du monde contemporain. *The more you read, the better !*

Ne réviser pas seul(e) dans votre coin : formez une équipe ! Les métiers de l'ingénierie sont des aventures humaines passionnantes, avec des équipes qui travaillent ensemble pour obtenir des résultats !

Bonnes révisions !

Pour en savoir davantage sur *La School of English d'Ipesup*

<https://www.ipesup.fr/formation/school-of-english>



Partie grammaticale et lexicale

1. It can climb stairs, _____ gauges and send reports. What is it?

- a. check b. checks c. has checked d. is checking

Réponse détaillée de la question :

It can climb stairs, **check** gauges and send reports. What is it?

Réponse a.

2. _____, *The Cement Garden*, first appeared in 1978.

- a. Ian McEwan's novel is
b. Ian McEwan's novel
c. If Ian McEwan's novel
d. There was Ian McEwan's novel

Rappel de cours / Point méthode :

LES STRUCTURES APPOSITIVES

Réponse détaillée de la question :

Ian McEwan's novel, *The Cement Garden*, first appeared in 1978.

Réponse b.

An appositive is a noun, noun phrase or clause placed next to another noun to provide additional information about the noun.

Ex.: Ms. Doucouré, a mechanical engineer, intends to set up her own company in the future.

The appositive phrase “, a mechanical engineer,” helps better understand who Ms. Doucouré is. Note that appositive phrases must be surrounded by commas when used in a sentence.

3. The House of Lords plays a crucial role in examining bills, _____ government action and investigating.

- a. questions b. to question c. questioned d. questioning

Réponse détaillée de la question :

The House of Lords plays a crucial role in examining bills, **questioning** government action and investigating.

Réponse d.

4. The United States is a force in the production and _____ of fast food.

- a. consume b. consumption c. consumer d. consumerism

Réponse détaillée de la question :

The United States is a force in the production and **consumption** of fast food.

Réponse b.

to consume:	<i>consommer</i>
a consumer:	<i>un consommateur</i>
conspicuous consumption	<i>consommation ostentatoire, étalage de richesse</i>

5. The last video she posted on several media sites _____ gone viral.

- a. is b. are c. has d. have

Réponse détaillée de la question :

The last video she posted on several media sites **has** gone viral.

Réponse c.

A story that goes viral spreads quickly and widely on the internet through social media and email.

6. The writer _____ new light on America's relationship with race and racism.

- a. has shedding b. sheds c. was shed d. have shed

Rappel de cours / Point méthode :

TEMPS/ASPECT

Réponse détaillée de la question :

The writer **sheds** new light on America's relationship with race and racism.

Réponse b.

You use the present simple to talk about:

permanent facts	Water boils at 100 C°.
habits/routines	She goes to church every Sunday.
scheduled future	The train to Stratford leaves at 2 pm.

7. Johnson _____ the race to become the next student council president.

- a. pulled of b. pulled against at c. pulled over d. pulled out of

Rappel de cours / Point méthode :

LES VERBES PREPOSITIONNELS

Réponse détaillée de la question :

Johnson **pulled out of** the race to become the next student council president.

Réponse d.

Phrasal verb= 1 verb + one or two particles.

to look after someone VERB + PREPOSITION

to look down on someone VERB + ADVERB + PREPOSITION

When you ask the question "What's going on?", you are using a phrasal verb: the verb "to go" is followed by the preposition "on". "What's going on?" means "What's happening?".

8. Men are _____ women to hold executive board positions.

- a. likelier as b. most like than c. likelier to d. likelier than

Rappel de cours / Point méthode :

LES COMPARATIFS

Réponse détaillée de la question :

Men are **likelier than** women to hold executive board positions.

Réponse d.

Plus .. que **more .. than**

Life is more complex than one imagines.

Moins .. que **less .. than**

Living here is less complicated than one imagines.

autant que **as .. as**

Life is (not) as complex as one imagines.

If something is likely, it will probably happen.

"Likely" is often used to make comparisons with words like more and less.

Ex: Suzanne is **less likely** to go back to Australia now that non-stop flights to Cremorne have been cancelled. So, she may not come back to Australia any soon.

9. She was described by her teacher as being _____, incompetent and immature.

- a. irresponsibly b. responsibility c. irresponsible d. responsibly

Rappel de cours / Point méthode :

ADJECTIF OU ADVERBE ?

Réponse détaillée de la question :

She was described by her teacher as being **irresponsible**, incompetent and immature.

Réponse c.

Do not confuse adjectives (ADJ) and adverbs (ADV). Adjectives modify nouns and pronouns, while adverbs modify verbs, adjectives, or other adverbs.

a costly (ADJ.) mistake

costly = expensive

The painting was erroneously (ADV) shipped to Strathfield.

Erroneously = wrongly

Adverbs formed from adjectives ending in -y change the -y to -i. Ex.: steady → steadily, happy → happily

10. _____ offering a generous salary and other perks, the firm has received very few applications for the job.

- a. Although b. Despite c. Regardless d. However

Rappel de cours / Point méthode :

CONNECTEURS

Réponse détaillée de la question :

Despite offering a generous salary and other perks, the firm has received very few applications for the job.

Réponse b.

Do not confuse "although" and "despite". After "in spite of" and "despite", you must use a noun, gerund or a pronoun. Ex.: Despite the generous offer, she turned down the job.

In spite of = despite: *malgré*

Ex.: Despite the splendid weather, Tola decided to stay indoors to review her English grammar, although her mother had told her to go outside.

regardless of something: despite something

11. Are you someone who loves Halloween? Do you look _____ to it every fall? Or would you rather skip the holiday?

- a. for b. after c. forward d. in

Rappel de cours / Point méthode :

LES VERBES PREPOSITIONNELS

Réponse détaillée de la question :

Are you someone who loves Halloween? Do you look **forward** to it every fall? Or would you rather skip the holiday?

Réponse c.

There are many phrasal verbs with "look". Here are a few examples:

You look up the meaning of an unfamiliar word in the dictionary.

You look up to someone you admire and respect.

If you look down on someone, that is because you believe you are more important than them.

to look out: to be careful

If you look on someone as a friend, you consider them as close to you.

12. The rich world is wrong to think that the consequences of climate change in poor countries _____ matter.

- a. don't b. doesn't c. hasn't d. haven't

Réponse détaillée de la question :

The rich world is wrong to think that the consequences of climate change in poor countries **don't** matter.

Réponse a.

You can use **'the' + adjective** to refer to a group of people in general: the poor, the rich, the beautiful and the damned, etc.

The meaning is always plural: **The rich** (= wealthy people) have more money than **the poor** (= the destitute).

You can also use **'the'** with some nationality adjectives to talk about people from a particular country.

The English are passionate about the monarchy.

Mali was colonized by **the French** in 1892.

13. Gretta _____ teach the class, but finally her boss convinced her to do it.

- a. will b. wasn't going to c. will be d. is going to

Réponse détaillée de la question :

Gretta **wasn't going to** teach the class, but finally her boss convinced her to do it.

Réponse b.

14. I believed my sister's team _____ win the competition, but I was wrong.

- a. would b. will c. had d. might have

Rappel de cours / Point méthode :

LA CONCORDANCE DES TEMPS

Réponse détaillée de la question :

I believed my sister's team **would** win the competition, but I was wrong.

Réponse a.

15. This is the _____ winter in recorded history.

- a. bad b. badly c. worse d. worst

Rappel de cours / Point méthode :

LES SUPERLATIFS

Réponse détaillée de la question :

This is the **worst** winter in recorded history.

Réponse d.

The superlative form is used to describe someone or something as having more of a quality than all other people or things in a specific group.

Superlatives can make **the greatest** adjectives, because they are the best words for comparisons of three or more.

Tola is **the most popular** student in the class.

This is **the worst** day in my life.

16. Sorry I'm late. I stopped _____ an elderly woman cross the road.

- a. help b. to help c. helping d. to helping

Réponse détaillée de la question :

Sorry I'm late. I stopped **to help** an elderly woman cross the road.

Réponse b.

17. We regret _____ that due to the gas shortage, some of our staff will not be working next Monday.

- a. announce b. to announce c. announcing d. to announcing

Réponse détaillée de la question :

We regret **to announce** that due to the gas shortage, some of our staff will not be working next Monday.

Réponse b.

18. A lot of people now believe that global warming is _____ the increase in the number of floods and droughts we are experiencing this year.

- a. to blame for b. the blame into c. a blame at d. to blame on

Réponse détaillée de la question :

A lot of people now believe that global warming is **to blame for** the increase in the number of floods and droughts we are experiencing this year.

Réponse a.

If you **blame someone for something**, you think that they did something wrong or are responsible for something bad happening.

It is commonly said that a bad workman will blame his tools, which means that workers blame a mistake (or failure) on the things that they use to work. One may wonder why one tends to always **pin the blame on** others though.

If you are to blame, you are the reason for something bad that happens.

19. My new colleague was really _____ with our boss for not giving her a raise last year.

- a. angrily b. angered c. angry d. anger

Rappel de cours / Point méthode :

ADJECTIFS / ADVERBES

Réponse détaillée de la question :

My new colleague was really **angry** with our boss for not giving her a raise last year.

Réponse c.

20. Earlier this week, I was feeling a bit _____ weather.

- a. under the b. on top of the c. through the d. above

Rappel de cours / Point méthode :

IDIOMATISMES

Réponse détaillée de la question :

Earlier this week, I was feeling a bit **under the** weather.

Réponse a.

If you feel under the weather, **you feel ill.**

If you do not feel sick anymore, **you feel as right as rain** (= fine and healthy).

Come rain or shine, she will see them on Friday. **Come rain or shine**, = whatever happens,

21. Please note that any accrued vacation days that remain unused will only _____ over to the next year in exceptional circumstances.

- a. run b. roll c. come d. move

Réponse détaillée de la question :

Please note that any accrued vacation days that remain unused will only **roll** over to the next year in exceptional circumstances.

Réponse b.

22. Candidates who successfully complete induction _____ to training.

- a. proceeds b. proceeding c. proceed d. proceeded

Rappel de cours / Point méthode :

TEMPS / ASPECT

Réponse détaillée de la question :

Candidates who successfully complete induction **proceed** to training.

Réponse c.

23. Unlike most birds, _____.

- a. feathers are not found on heads and necks of vultures.
b. there are no feathers on vultures' heads and necks.
c. the heads and necks of vultures lack feathers.
d. vultures do not have feathers on their heads and necks.

Réponse détaillée de la question :

Unlike most birds, **vultures do not have feathers on their heads and necks.**

Réponse d.

24. After the election, Chloe was chosen to do the _____ because of her honesty.

- a. artifact b. recount c. discount d. scrutinize

Rappel de cours / Point méthode :

LEXIQUE

Réponse détaillée de la question :

After the election, Chloe was chosen to do the **recount** because of her honesty.

Réponse b.

If you demand a recount, you request that another count be made (e.g. the number of votes in an election).

25. Ms. Fayese is making bags of Halloween treats. If she puts 3 treats in each bag, she _____ 30 bags of treats and have no treats left over.

- a. makes b. made c. will make d. has made

Réponse détaillée de la question :

Ms. Fayese is making bags of Halloween treats. If she puts 3 treats in each bag, she **will make** 30 bags of treats and have no treats left over.

Réponse c.

26. I try to be honest, hardworking, and _____ to my friends.

- a. paying attention b. paid attention c. being attentive d. attentive

Réponse détaillée de la question :

I try to be honest, hardworking, and **attentive** to my friends.

Réponse d.

27. The convenience and availability of watercolor paint _____ with amateur artists.

- a. account for its popularity
b. account for their popularity
c. accounts for its popularity
d. are a reason for their popularity

Réponse détaillée de la question :

The convenience and availability of watercolor paint **account for its availability** with amateur artists.

Réponse a.

28. Only since the publication of her last novel _____ herself a genuine writer.

- a. Tomi has been considering
- b. has Tomi considered
- c. was Tomi considering
- d. Tomi has been considered

Rappel de cours / Point méthode :

LES STRUCTURES DE L'EMPHASE

Réponse détaillée de la question :

Only since the publication of her last novel **has Tomi considered** herself a genuine writer.

Réponse b.

To add emphasis on what you want to say, you can use inversion. By doing so, what you will say will have a more persuasive and impressive effect.

To invert a sentence, put the adverb or adverbial phrase ("barely, seldom, never, on no account, not only," etc.) at the beginning and change the normal position of the subject and the auxiliary verb.

Barely did she know him (so she barely knew him).

If there is no auxiliary verb, then you will need to add one.

Not only do they love Shakespeare but they have also read many of his plays.

= They not only love Shakespeare but they have also read many of his plays.

29. My sister did her best to avoid getting embroiled in the quarrel, preferring to maintain her _____ as long as possible.

- a. interest b. neutrality c. suspense d. decisiveness

Rappel de cours / Point méthode :

LEXIQUE

Réponse détaillée de la question :

My sister did her best to avoid getting embroiled in the quarrel, preferring to maintain her **neutrality** as long as possible.

Réponse b.

When learning new words, try to find out with which other words they are commonly combined.

ex: carbon neutrality, gender neutrality

When in an argument you do not want to take sides: you **sit on the fence**. =IDIOM

30. Louisa Burnet, an Impressionist painter, was the epitome of the British _____: a native of Leeds who lived most of her life in Paris.

- a. conservative b. benevolent c. expatriate d. provincial

Réponse détaillée de la question :

Louisa Burnet, an Impressionist painter, was the epitome of the British **expatriate**: a native of Leeds who lived most of her life in Paris.

Réponse c.

An expatriate is someone who does not live in their own country.

31. She _____ in Versailles for twenty years now.

- a. lives b. is lived c. 's been living d.
has living

Rappel de cours / Point méthode :

TEMPS/ASPECT

Réponse détaillée de la question :

She **'s been living** in Versailles for twenty years now.

Réponse c.

You use **the present perfect continuous** ("has been living") to talk about something that started in the past and is continuing to be relevant in the present situation.

32. She used _____ at the Pôle. She's now working at the Sorbonne.

- a. work b. to work c. to working d. worked

Rappel de cours / Point méthode :

« USED TO »

Réponse détaillée de la question :

She used **to work** at the Pôle. She's now working at the Sorbonne.

Réponse b.

Used to +BV

She used to get up at 7.15. It was a habit, but she no longer gets up at 7.15.

Be used to +BV-ing

She is **used to getting up** at 7.15 = She is **accustomed** to getting up at 7.15. It is a habit.

33. _____ are you looking at me for?

- a. Why b. How c. Where d. What

Rappel de cours / Point méthode :

WH QUESTIONS

Réponse détaillée de la question :

What are you looking at me for?

Réponse d.

Do not confuse "Why" and "What for".

- **We use "Why" to inquire about reasons and explanations.**

Why is she still here? Any specific reason? I would like to know why.

- **We use "What ... for" to inquire about the purpose of something.**

What is she still here for? To what end? What is her objective?

34. My neighbour's plan to make an indoor swimming pool by flooding their basement was _____.

- a. incense b. insane c. impugn d. innate

Rappel de cours / Point méthode :

LEXIQUE

Réponse détaillée de la question :

My neighbour's plan to make an indoor swimming pool by flooding their basement was insane.

Réponse b.

Something which is insane is utterly unreasonable.

An innate quality is one that you were born with (not one you have acquired).

to impugn: to question

to incense: to infuriate

incense: a pleasing scent (when burnt)

35. Nobody knows _____.

- a. when will the decision be made
b. when the decision will be made
c. the decision, it will be made when
d. when will be made the decision

Rappel de cours / Point méthode :

L'ORDRE DES MOTS DANS LA PHRASE

Réponse détaillée de la question :

Nobody knows **when the decision will be made.**

Réponse b.

An indirect question is a question embedded inside a statement, an order, or another question.

She asked me what time it was.

Show me where the exit will be.

Could she tell me where I must sit?

Reading Compréhension

Lisez le titre, la source et la date de publication du document.

Ces éléments vous donneront des informations précieuses pour comprendre le contexte et anticiper ce dont il va être question dans l'article.

Lisez les questions avant de lire le texte.

Dans la plupart des cas, les questions sont présentées dans l'ordre chronologique du texte. Après les avoir lues, vous aurez déjà une idée précise de quoi et de qui il est question, où et quand cela se passe.

Lisez le texte deux fois.

Votre première lecture est une lecture de repérage; elle permet d'avoir une compréhension globale du document.

Votre seconde lecture doit vous permettre de deviner, avec le contexte, le sens des mots difficiles (sur lesquels portent en général beaucoup de questions).

Dans ce corrigé, nous indiquons, en gras et en différentes couleurs dans le texte, les éléments qui permettent de justifier les réponses aux questions. Bonne lecture!

Question 36

Question 38

Question 39

Question 43

Question 44

Question 45

The AI startup erasing call center worker accents: is it fighting bias or perpetuating it?

A Silicon Valley startup offers **voice-altering tech (? 36)** to call center workers around the world: 'Yes, this is wrong ... but a lot of things exist in the world'

Sanas touts its own technology as 'a step towards empowering individuals'.

§1 – "Hi, good morning. I'm calling in from Bangalore, India." I'm talking on speakerphone to a man with an obvious Indian accent. He pauses. "Now I have enabled the accent translation," he says. It's the same person, but he sounds completely different: loud and slightly nasal, impossible to distinguish from the accents of my friends in Brooklyn.

§2 – The man calling me was a product manager from Sanas, a Silicon Valley startup that's building real-time voice-altering technology that aims to help call center workers around the world sound like westerners. It's an idea that calls to mind the 2018 dark comedy film *Sorry to Bother You*, in which Cassius, a Black man hired to be a telemarketer, is advised by an older colleague to "use your white voice". The idea is that mimicking the accent will smooth interactions with customers, "like being pulled over by the police", the older worker says. In the film, Cassius quickly acquires a "white voice", and his sales numbers shoot up, leaving an uncomfortable feeling. **Accents are a constant hurdle for millions of call center workers, especially in countries like the Philippines and India, where an entire "accent neutralization" industry tries to train workers to sound more like the western customers they're calling – often unsuccessfully (?38).**

§3 – As reported in *SFGate* this week, Sanas hopes its technology can provide a shortcut. Using data about the sounds of different accents and how they correspond to each other, Sanas's AI engine can transform a speaker's accent into what passes for another one – and right now, the focus is on making non-Americans sound like white Americans.

§4 – Sharath Keshava Narayana, a Sanas co-founder, told me his motivation for the software dated back to 2003, **when he started working at a call center in Bangalore, faced discrimination for his Indian accent and was forced to call himself "Nathan" (?39)**. Narayana left the job after a few months and opened his own call center in Manila in 2015, but the discomfort of that early experience "stayed with me for a long time", he said.

§5 – **"If a customer is upset about their bill being high or their cable not working or their phone not working or whatever, they're generally going to be frustrated as soon as they hear an accent. They're going to say, I want to talk to somebody in America (?43)**. The call centers don't route calls back to America, so now the brunt of that is being handled by the agent. They just don't get the respect that they deserve right from the beginning. So, it already starts as a really tough conversation. But if we can just eliminate the fact that there's that bias, now it's a conversation – and people both leave the call feeling better."

§6 – Narayana said their software is already being used every day by about 1,000 call center workers in the Philippines and India. He said workers could turn it on and off as they pleased, although the call center's manager held the administrative rights for "security purposes only". User feedback has apparently been positive: Narayana claims agents have said they feel more confident on the phone when using the software.

§7 – Sanas touts its own technology as “a step towards empowering individuals, advancing equality, and deepening empathy”. The company raised \$32m in venture capital in June: one funder, Bob Lonergan, gushed that the software “has the potential to disrupt and revolutionize communication”. But it also raises uncomfortable questions: is AI technology helping marginalized people overcome bias, or just perpetuating the biases that make their lives hard in the first place?

§8 – Aneesh, a sociologist, has spent years studying call centers and accent neutralization. In 2007, as part of his research, the scholar – who has a mix of an Indian and American accent – got himself hired as a telemarketer in India, an experience he detailed in his 2015 book *Neutral Accent: How Language, Labor and Life Become Global*.

§9 – At the call center, he witnessed how his colleagues were put through a taxing process to change their accents. “The goal is to be comprehensible to the other side,” he said. “The neutralization training that they were doing was just reducing slightly the thickness of regional accents within India to allow this thing to happen.” Workers had to relearn pronunciations of words such as “laboratory”, which Indians pronounce with the British stress on the second syllable. They also had to eliminate parts of Indian English – like the frequent use of the word “sir”. They had to learn uniquely American words, including a list of over 30 street designations such as “boulevard”, and memorize all 50 US states and capitals. “They have to mimic the culture as well as neutralize their own culture,” Aneesh said. “Training takes a lot out of you.”

§10 – In addition to the **low base salary**, Aneesh said one of the most difficult parts of the job was **being forced to sleep all day and work all night to adapt to times** in the United States – something biologists have found can have serious health risks, including cancer and pre-term births. It also **isolated workers from the rest of society**. These are all inequalities that call center employers hope to conceal.

§11 – **The sociologist has mixed feelings about Sanas (?45)**. “In a narrow sense, it’s a good thing for the trainee: they don’t have to be trained as much. It’s not very easy for an immigrant or for a foreigner sitting somewhere else in the world to be not understood because of their accent. And they sometimes get abused. “But in the long view, as a sociologist, it’s a problem.”

§12 – The danger, Aneesh said, was that artificially neutralizing accents represented a kind of “indifference to difference”, which diminishes the humanity of the person on the other end of the phone. “It allows us to avoid social reality, which is that you are two human beings on the same planet, that you have obligations to each other. It’s pointing to a lonelier future.”

By Wilfred Chan

Adapted from the *Guardian* website: 24 Aug 2022 06.00 BST

36. What kind of technology has Sanas developed?

- a. virtual reality call centers
 - b. hardware that will help learners improve their accents
 - c. translation software
 - d. voice-altering software**
- See subtitle

37. The word "hurdle" in paragraph 2 is closest in meaning to

- a. gateway
- b. reminder
- c. deterrent
- d. obstacle**

38. Why are accents a problem for millions of call center workers?

- a. Because those who work in call centers are not graduates
 - b. Because their accents can make them difficult to understand**
 - c. Because they have trouble understanding callers from other countries
 - d. Because they don't want to neutralize their accents
- See paragraph 2

39. Why did Sharath Narayana have to call himself "Nathan"?

- a. Because Nathan is the Westernized version of Narayana.
 - b. Because his English teacher used to call him Nathan.
 - c. Because he faced discrimination for his Indian accent.**
 - d. Due to the fact that both names start with "N"
- See paragraph 4

40. The word "brunt" in paragraph 5 is closest in meaning to

- a. impact**
- b. defense
- c. litigation
- d. advantage

41. Which of the following synonyms could replace the word "touts" in paragraph 7?

- a. seeks
- b. praises**
- c. begs for
- d. slams

42. What according to Aneesh was the goal of the neutralization training?

- a. To expose the call center workers to how to mimic other cultures
- b. To make the call center workers more comprehensible to the Western world.**
- c. To encourage the workers to learn how to pronounce difficult words
- d. To put the workers through a taxing process

43. What happens when some American callers hear an accent?

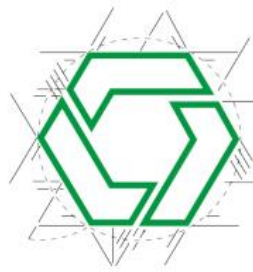
- a. They sometimes become frustrated and ask to speak to someone in America. See paragraph 5**
- b. They want to know more about the agent's culture.
- c. They congratulate the worker on their mastery of English.
- d. They start to imitate the worker's accent.

44. Which is NOT one of the problems that Indian call center workers face?

- a. They have to adapt their sleeping patterns.
- b. Their base salaries are low.
- c. They are isolated from the rest of society.
- d. They can choose their new names. See paragraph 10**

45. What does Aneesh think of Sanas?

- a. He is confident that it's the best solution for call centers.
- b. He is intrigued by it.
- c. He is convinced that it will bring out the best in the workers.
- d. He has mixed feelings about it. See paragraph 11**



GROUPE

Ipesup

Ipesup ■ Prepasup ■ Optimal Sup-Spé

Vous êtes en Terminale ? Intéressé(e) par les Ecoles d'Ingénieurs Post-BAC ?



STAGE D'HIVER

AVENIR ET PUISSANCE ALPHA

- **Stage Mixte (Avenir et Puissance Alpha) :** 39h de cours et concours blancs
- 14h de Mathématiques, 10h de Physique-Chimie (ou SVT, NSI et SI proposés du 19 fév. au 23 fév. uniquement), 6h d'Anglais et 2h de Français
- 2 concours blancs (Avenir et Puissance Alpha)



***Du lundi 12 au vendredi 16 février 2024 ou
Du lundi 19 au vendredi 23 février 2024 ou
Du lundi 26 février au vendredi 1er mars 2024***

- **Stage Avenir :** 32h de cours et concours blanc
- 14h de Mathématiques, 10h de Physique (ou SVT, NSI et SI proposés du 19 fév. au 23 fév. uniquement) et 4h d'Anglais
- 1 concours blanc (Avenir)



***Du lundi 12 au vendredi 16 février 2024 ou
Du lundi 19 au vendredi 23 février 2024***

- **Stage Puissance Alpha :** 32h de cours et concours blanc
- 12h de Mathématiques, 8h de Physique-Chimie (ou SVT, NSI et SI), 4h d'Anglais et 4h de Français
- 1 concours blanc (Puissance Alpha)



Du lundi 19 au vendredi 23 février 2024

87%

87% DE NOS ÉLÈVES

admis aux écoles du **TOP 5** des concours Avenir et Puissance Alpha

Inscrivez-vous !



www.ipesup.fr

