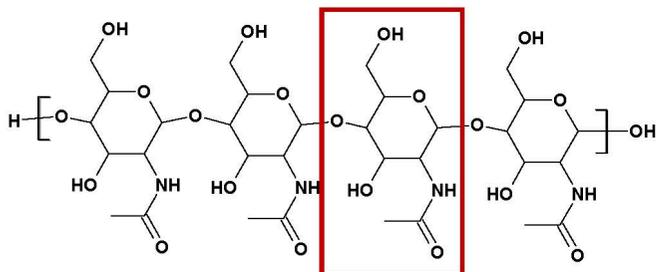


**EXERCICE 1 - Dépolluer une eau avec des carapaces de crevettes (10 points)**

**1. De la chitine au chitosane**

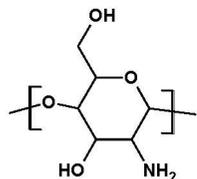
1.1. La chitine est un polymère naturel, elle est présente dans les carapaces de crevette. Le chitosane est un polymère artificiel, il est synthétisé à partir de la chitine.

1.2.



**2. Un protocole expérimental pour synthétiser le chitosane à partir de la chitine :**

2.1. Formule topologique du motif du chitosane.



2.2. Lors de la transformation de la chitine en chitosane, la famille fonctionnelle correspondant au groupe caractéristique formé est la famille amine.

2.3. La température (chauffage) est un facteur cinétique qui permet d'augmenter la vitesse de la réaction. Le chauffage à reflux permet d'augmenter la température du milieu réactionnel en évitant les pertes de matière.

- ① : Sortie d'eau
- ② : Réfrigérant à boules
- ③ : Entrée d'eau
- ④ : Ballon
- ⑤ : Chauffe-ballon
- ⑥ : Support élévateur

2.4. Le rendement noté  $r$  est défini par  $r = \frac{n_{\text{exp}}(\text{chitosane})}{n_{\text{max}}(\text{chitosane})} \times 100$

➤ Calcul de  $n_{\text{exp}}(\text{chitosane})$  :

$$n_{\text{exp}}(\text{chitosane}) = \frac{m_{\text{exp}}(\text{chitosane})}{M(\text{chitosane})} \text{ avec } m_{\text{exp}}(\text{chitosane}) = 4,0 \text{ g et}$$

$$M(\text{chitosane}) = 4 \times M(\text{motif du chitosane}) + 2 \times M(\text{H}) + M(\text{O}) = 4 \times 159 + 2 + 16 = 654 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1} \text{ donc}$$

$$n_{\text{exp}}(\text{chitosane}) = \frac{4}{654} = 6,1 \text{ mmol}$$

➤ Calcul de  $n_{\text{max}}(\text{chitosane})$  :

D'après l'équation bilan  $n_i(\text{chitine}) = n_{\text{max}}(\text{chitosane})$

$$\text{Or } n_i(\text{chitine}) = \frac{m(\text{chitine})}{M(\text{chitine})} \text{ avec } m(\text{chitine}) = 8,0 \text{ g et}$$

$$M(\text{chitine}) = 4 \times M(\text{motif de chitine}) + 2 \times M(\text{H}) + M(\text{O}) = 830 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$$

$$n_{\text{max}}(\text{chitosane}) = \frac{8}{830} = 9,6 \text{ mmol}$$

➤ Rendement :

$$r = \frac{n_{\text{exp}}(\text{chitosane})}{n_{\text{max}}(\text{chitosane})} \times 100 = \frac{6,1}{9,6} \times 100 = 64 \%$$

**3. Du chitosane pour dépolluer**

3.1. Une solution aqueuse de sulfate de cuivre(II) a un maximum d'absorption pour une longueur d'onde de 800 nm, elle absorbe donc dans le rouge. La couleur de la solution sera alors la couleur complémentaire c'est-à-dire le bleu-vert.

3.2. La solution F1 est 5 fois plus diluée que la solution S, il faut donc utiliser une pipette jaugée de 2 mL et une fiole jaugée de 10 mL.

- Prélever 2 mL de la solution S à l'aide d'une pipette jaugée et les verser dans une fiole jaugée de 10 mL.
- Ajouter de l'eau distillée aux 2/3 de la fiole, boucher et agiter.
- Compléter avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, boucher et agiter.

3.3. Quand elle est vérifiée, la loi de Beer-Lambert implique une relation de proportionnalité entre l'absorbance et la concentration de l'espèce qui absorbe :  $A = k \cdot C$ .

Solution	F1	F2	F3	F4	F5	F6	Filtrat
Concentration en $\text{Cu}^{2+}$ en $\text{mmol} \cdot \text{L}^{-1}$	100	50	40	30	20	10	$c_f$
A	1,13	0,58	0,44	0,34	0,23	0,11	0,30
$k = A/c$ en $\text{L} \cdot \text{mol}^{-1}$	11,3	11,6	11,0	11,3	11,5	11,0	

Les valeurs de  $k$  sont proches, on considère que la loi de Beer-Lambert est vérifiée avec  $k_{\text{moy}} = 11,3 \text{ L} \cdot \text{mol}^{-1}$ . Pour le filtrat  $c_f = A/k = 27 \text{ mmol} \cdot \text{L}^{-1}$

Le taux d'avancement final de la complexation est défini par  $\tau = \frac{x_f}{x_{\text{max}}} = \frac{[\text{Cu}^{2+}(\text{complexé})]}{c_0} = \frac{c_0 - c_f}{c_0}$

$$\tau = \frac{100 - 27}{100} = 0,73. \text{ La transformation n'est pas totale, le procédé n'est donc pas pleinement efficace.}$$

**4. Étude cinétique de la complexation des ions  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  par le chitosane.**

4.1. La vitesse volumique de consommation des ions  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  est définie par  $v = -\frac{dc}{dt}$ .

4.2.  $\frac{dc}{dt}$  correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe représentative de  $C = f(t)$  à la date  $t$ .

$$\text{À } t = 10 \text{ min, } \frac{dc}{dt} = (5 - 15) \times 10^{-3} / (17 - 0) = -6 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1} \text{ donc } v = 6 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}.$$

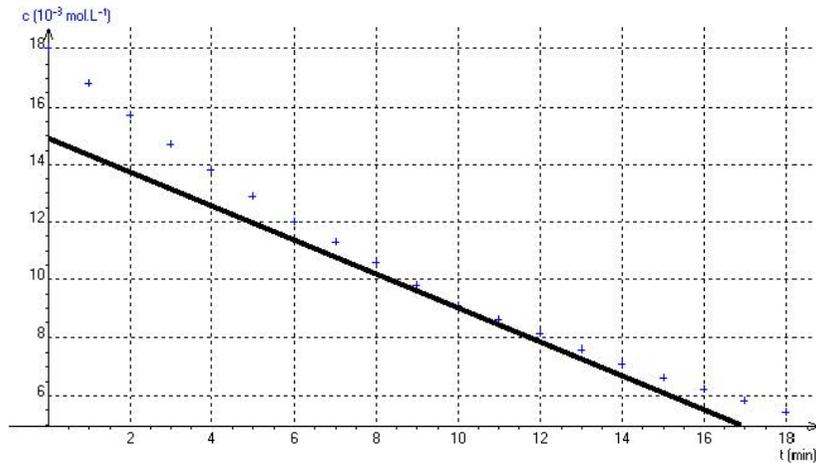


Figure 3. Évolution de la concentration C en ions  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  au cours du temps

- 4.3. La vitesse volumique de consommation des ions  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  décroît au cours du temps. La pente de la tangente à la courbe est de plus en plus faible. Le facteur cinétique est la concentration en ion  $\text{Cu}^{2+}$ . La vitesse volumique diminue en raison de la diminution de la concentration en réactif  $\text{Cu}^{2+}$ .
- 4.4. Les vitesses volumiques de consommation des ions  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  calculées aux dates  $t_i$  correspondent aux vitesses moyennes entre les dates  $t_i$  et les dates  $t_{i+1}$  (ligne 19). Le calcul de vitesse réalisé par ce programme est donc une valeur approchée.
- 4.5. Le nuage de points décrivant l'évolution de la vitesse de consommation des ions  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  peut être modélisé par une droite linéaire du type  $v = kC$ , en effet on peut considérer que l'ordonnée à l'origine (-0,005) est nulle. Or  $v = -\frac{dc}{dt}$  on obtient alors  $-\frac{dc}{dt} = kC$ , la complexation des ions  $\text{Cu}^{2+}(\text{aq})$  peut donc être modélisée par une loi d'ordre 1.

### EXERCICE A – Un microaccéléromètre capacitif (5 points)

#### 1. Fonctionnement d'un accéléromètre capacitif

##### 1.1. Un dispositif ultra miniaturisé

1.1.1. Par mesure directe sur la photo en tenant compte de l'échelle, la distance entre deux tiges successives d'un même peigne est de l'ordre de grandeur est de  $10^{-6}$  m, la dizaine de  $\mu\text{m}$  (la mesure de plusieurs intervalles permet de diminuer l'incertitude relative).

1.1.2.  $C_0 = \epsilon_{\text{air}} \frac{S}{d}$  avec :

-  $d = 5 \mu\text{m}$  (distance entre les tiges d'un même peigne divisée par deux)

-  $S = 65 \mu\text{m}^2$

$C_0 = 8,9 \cdot 10^{-12} \times \frac{65 \cdot 10^{-12}}{5 \cdot 10^{-6}} = 1,2 \cdot 10^{-12}$  F de l'ordre du picofarad. Un ordre de grandeur des valeurs des capacités usuelles au laboratoire est le  $\mu\text{F}$ , éventuellement le nF. Cette valeur est donc très faible.

1.1.3. D'après le schéma (b) figure 2, l'écart  $a_1$  entre les armatures du condensateur  $C_1$  est plus grand que  $a_2$  celui du condensateur  $C_2$  :  $a_1 > a_2$ .  $C_1 < C_2$  puisque la capacité d'un condensateur est inversement proportionnelle à l'écart entre ses armatures.

#### 1.2. Une mesure d'accélération

$$V_s = V_0 + B \times a_x \text{ donc } a_x = \frac{V_s - V_0}{B} = \frac{2,02 - 1,60}{0,0306} = 17,0 \text{ m.s}^{-2}.$$

Accélération moyenne d'une moto est approximée au taux de variation de la vitesse :

$$a_{\text{moy}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{100/3,6}{2} = 14 \text{ m.s}^{-2}.$$

La valeur de l'accélération d'un drone peut être importante car comparable à celle d'une moto.

#### 2. Méthode de détermination de l'écart entre les armatures par mesure de la capacité.

Modélisation du dispositif par un circuit RC

2.1. Feuille 1 chargée positivement ; feuille 2 chargée négativement.

2.2. Caractéristique du condensateur  $U_C = \frac{Q}{C}$  et  $i = \frac{dQ}{dt}$  donc  $i = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(CU_C)}{dt} = C \frac{dU_C}{dt}$

Caractéristique du conducteur ohmique :  $U_R = Ri$  et  $i = C \frac{dU_C}{dt}$  donc  $U_R = RC \frac{dU_C}{dt}$

Loi d'additivité des tensions :  $E = U_C + U_R$  soit  $E = U_C + RC \frac{dU_C}{dt}$

Équation différentielle de la charge d'un circuit RC idéal :  $\frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{RC} U_C = \frac{E}{RC}$ .

2.3. Quand t tend vers l'infini le terme ( $e^{-t/\tau}$ ) tend vers 0.  $U_C$  tend vers E. La tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite E en fin de charge.

2.4. À partir des courbes de la figure 4 on peut déduire la valeur de  $\tau$  puis celle de  $C = \frac{\tau}{R}$ .

On modélise le dispositif formé par les feuilles d'aluminium et le film de polyéthylène par un condensateur plan de capacité C dont le diélectrique est le polyéthylène. On en déduit d l'écart entre les feuilles par l'expression donnant la capacité :  $d = \epsilon_{PE} \frac{S}{C}$ .

### EXERCICE B – Accélérateur linéaire Linac2 du CERN (5 points)

#### 2. Accélération initiale des protons dans un condensateur plan

1.1.  $E = \frac{U}{d} = \frac{2,00 \times 10^6}{0,100} = 20,0 \text{ MV.m}^{-1}$ . (vecteur en bleu figure ci-contre)

1.2. Soit  $\vec{F} = q_p \vec{E} = e\vec{E}$  la force électrique qui s'exerce sur le proton et  $\vec{P}$  son poids.

$$\frac{F}{P} = \frac{eE}{m_p g} = \frac{1,6 \times 10^{-19} \times 20,0 \cdot 10^6}{1,67 \times 10^{-27} \times 9,81} = 2,10^{12} \gg 1 \text{ donc } F \gg P.$$

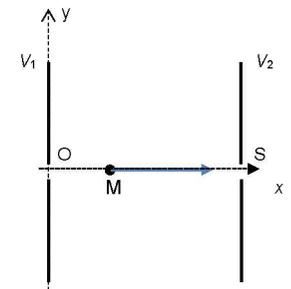
Le poids est négligeable devant la force électrique.

1.3. Système : proton. Référentiel : laboratoire supposé galiléen.

D'après la 2<sup>e</sup> loi de Newton :  $m_p \vec{a} = \sum \vec{F}_{\text{ext}} = \vec{P} + \vec{F}$

En négligeant le poids devant la force électrique on obtient :  $m_p \vec{a} = e\vec{E}$  donc on établit que  $\vec{a} = \frac{e}{m_p} \vec{E}$

L'accélération du proton est constante entre les armatures du condensateur. Le proton est animé d'un mouvement uniformément accéléré.



1.4. D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué au proton entre sa position O et sa position S :

$$\Delta E_c(OS) = W_{OS}(\vec{F}_{ext}) = W_{OS}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \vec{OS} = e\vec{E} \cdot \vec{OS} = e \frac{U}{d} \times d = eU$$

1.5.  $E_c(O) = \frac{1}{2}mv_O^2 = 0$  car les protons sont émis sans vitesse initiale :  $v_O = 0$

$$E_c(S) = \frac{1}{2}mv_S^2 ; \Delta E_c(OS) = eU \text{ avec } \Delta E_c(OS) = E_c(S) - E_c(O) = E_c(S)$$

$$\text{Donc } E_c(S) = \frac{1}{2}m_p v_S^2 = eU$$

$$v_S = \sqrt{\frac{2eU}{m_p}} = \sqrt{\frac{2 \times 1,6 \times 10^{-19} \times 2,0 \times 10^6}{1,67 \times 10^{-27}}} = 2,0 \times 10^7 \text{ m.s}^{-1}$$

La vitesse reste significativement inférieure à celle de la lumière dans le vide ce qui légitime l'étude.

### 3. Principe du Linac2 – accélérateur linéaire

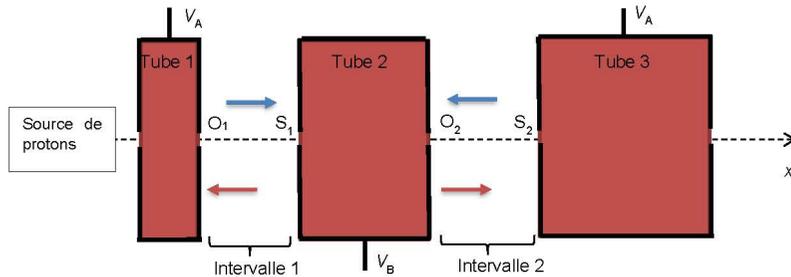
2.1. À l'instant  $t = \frac{T}{4} = 10 \text{ ns}$   $U$  est positive alors  $V_A > V_B$ . (en bleu sur le schéma)

Le champ électrique étant dans les sens des potentiels électriques décroissants, dans l'intervalle 1 il est dans le sens de l'axe tandis que dans l'intervalle 2 le champ est dans le sens opposé.

2.2. À l'instant  $t = \frac{3T}{4} = 30 \text{ ns}$   $U$  est négative alors  $V_B > V_A$ . (en rouge sur le schéma)

Dans l'intervalle 1, le champ est dans le sens inverse de l'axe

Dans l'intervalle 2, le champ est le sens de l'axe.



2.3. Si un proton entre dans l'intervalle 1 à l'instant  $t = \frac{T}{4}$  le champ électrique étant dans le sens de l'axe, le proton y est accéléré. Après la traversée du tube 2, le proton atteint l'intervalle 2. Pour y être accéléré le champ électrique doit être dans le sens de l'axe ce qui se produira à l'instant  $t = \frac{3T}{4}$ . Le proton doit donc mettre  $\Delta t = \frac{3T}{4} - \frac{T}{4} = \frac{T}{2}$  pour passer de l'intervalle 1 à l'intervalle 2 c'est-à-dire pour traverser le tube 2.

2.4. L'énergie cinétique d'un proton augmente après la traversée de chaque intervalle. Sa vitesse augmente donc au cours de sa progression dans les tubes. Pour que le proton mette toujours  $\Delta t = 20 \text{ ns}$  pour traverser un tube, sa vitesse augmentant il faut que la longueur des tubes soit de plus en plus grande.

## EXERCICE C - Observer les cratères lunaires Messier (5 points)

### 1. Étude de la lunette astronomique

1.1. La lunette mentionnée sur la fiche technique est une lunette « 70/300 » car « 70 » désigne le diamètre de l'objectif et « 300 » la distance focale de l'objectif. Ce sont les caractéristiques les plus importantes de la lunette.

1.2. Cf. annexe.

1.3. Une lunette afocale donne d'un objet à l'infini une image à l'infini. Cette configuration permet à l'observateur doté d'un œil « normal » de ne pas accommoder.

1.4. En utilisant les deux triangles  $O_1A_1B_1$  et  $O_2A_1B_1$ , on exprime les deux tangentes :  $\tan(\theta) = \frac{A_1B_1}{f_{obj}}$  et  $\tan(\theta') = \frac{A_1B_1}{f_{ocu}}$ . En utilisant l'approximation des petits angles, on établit que  $\theta = \frac{A_1B_1}{f_{obj}}$  et  $\theta' = \frac{A_1B_1}{f_{ocu}}$ .

On établit alors que :  $G = \frac{f_{obj}}{f_{ocu}}$  en éliminant  $A_1B_1$ .

### 2. Observation du cratère lunaire Messier

2.1. On suppose que l'on peut s'appuyer sur le schéma ci-dessous qui résume les hypothèses de l'observation.



L'angle  $\theta$  étant petit, on a  $\theta \approx \tan \theta = \frac{d}{D} = \frac{11,0}{3,84 \times 10^8} = 2,86 \times 10^{-5} \text{ rad}$ .

2.2. D'après les données, l'observation à l'œil nu est impossible si l'angle sous lequel sont vus les deux points est inférieur au pouvoir séparateur de l'œil. Or on a  $\theta < \epsilon = 3,0 \times 10^{-4} \text{ rad}$ , donc l'observation à l'œil nu du cratère Messier est impossible.

2.3. On utilise le triangle  $O_1A_1B_1$  et la relation  $\tan(\theta) = \frac{A_1B_1}{f_{obj}}$  qui permet de calculer la valeur de  $A_1B_1$  soit  $8,6 \mu\text{m}$ .

2.4. Pour pouvoir être observé à la lunette astronomique, le cratère Messier doit être vu sous un angle  $\theta' > \epsilon$ . On cherche à déterminer quelle doit être la distance focale  $f_{ocu}$  de l'oculaire pour que le grossissement permette d'avoir l'angle  $\theta' > \epsilon$ .

Or  $\theta' = G \times \theta$  et  $G = \frac{f_{obj}}{f_{ocu}}$ , soit  $\frac{f_{obj}}{f_{ocu}} \times \theta > \epsilon$  et donc  $f_{ocu} < \frac{\theta}{\epsilon} \times f_{obj}$ . L'application numérique donne  $f_{ocu} < 29 \text{ mm}$ .

Il faut donc un oculaire d'une distance focale inférieure à 29 mm. L'astronome peut donc choisir l'oculaire de 20 mm ou 10 mm. L'oculaire de 10 mm offrira un grossissement plus important.

ANNEXE À RENDRE avec la copie de l'exercice C  
Observer les cratères lunaires Messier

Annexe de la question 1.2.

