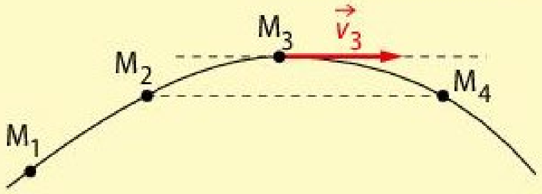
Avant d'aborder le chapitre

LES ACQUIS INDISPENSABLES

1^re^ Enseignement de spécialité

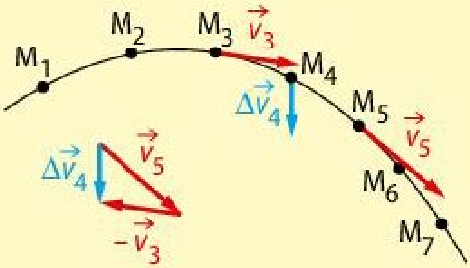
Vecteur vitesse au point M_i

$$\vec{v}_i = \frac{\overrightarrow{M_{i-1}M_{i+1}}}{\Delta t}$$

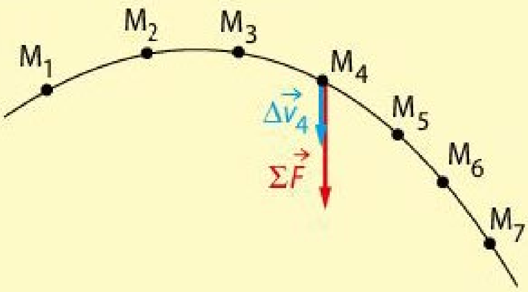


Vecteur variation de vitesse au point M_i

$$\Delta\vec{v}_i = \vec{v}_{i+1} - \vec{v}_{i-1}$$

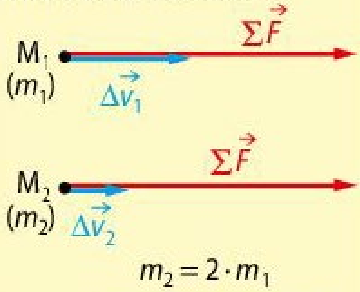


Somme des forces modélisant les actions qui s'exerce au point M_i

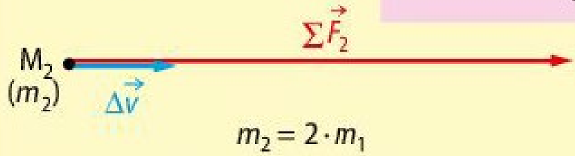


Résultante des forces et variation de vitesses

$$\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{1}{m}\cdot\sum\vec{F}$$



$$\sum\vec{F} = m\cdot\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$$



Principe d'inertie et contraposée

$\vec{v}=\vec{0}$ ou $\vec{v}$ est constant $\Delta\vec{v}=\vec{0}$	⇔	$\sum\vec{F}=\vec{0}$
$\vec{v}$ non constant ($\vec{v}$ change de direction et/ou de valeur) $\Delta\vec{v}\neq\vec{0}$	⇔	$\sum\vec{F}\neq\vec{0}$

Vecteur accélération au point M_i

$$\vec{a}_i = \frac{\Delta\vec{v}_i}{\Delta t} \quad \text{soit} \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

1 Centre de masse d'un système

Définition

Le **centre de masse** G d'un système est le point où se situe la position moyenne de la masse du corps.
Il correspond au **point central** de toutes les **masses** constituant le système.

Position du centre de masse d'un système

Dans un champ de pesanteur uniforme, le centre de masse se situe au centre de gravité (c'est pour cela qu'il est généralement nommé G) qui est le barycentre des masses.

Si le système est homogène (FIG. 1), le **centre de masse** se situe au centre géométrique du système.

Si le système n'est pas homogène, il se situe du côté où le système est le plus massique.

Remarque. Expérimentalement, on peut déterminer le centre de masse par :
– le point d'intersection des droites d'actions du poids lorsque le solide est suspendu suivant différents points (FIG. 2) ;
– le point d'intersection des droites suivant lequel le système bascule dans le vide lorsqu'il est initialement sur un support ;
– le point particulier du système qui décrit une trajectoire plus simple que les autres. (FIG. 3).

Propriété du centre de masse

Le **centre de masse G** d'un système est le point qui décrit la **trajectoire la plus simple** lorsque le système est en mouvement.

Remarque. On assimile un système à un point matériel G car ce point est en fait le centre de masse du système. C'est en ce point qu'on construit les vecteurs force, vitesse et variation de vitesse.
Le mouvement du centre de masse G du système est appelé mouvement d'ensemble. Nous perdons des informations sur le mouvement du reste du système mais cela se justifie non parce que le système est petit mais parce que l'on peut considérer ce point comme le point d'application de toutes les forces modélisant les actions mécaniques qui s'exercent sur lui.

UN PONT VERS LES MATHS

Le barycentre noté G entre deux points matériels A de masse m_1 et B de masse m_2 est tel que :

$$m_1\overrightarrow{GA} + m_2\overrightarrow{GB} = \vec{0}$$

Pour un objet quelconque on le décompose en une infinité de points matériels M_i, et le barycentre ou centre de masse G est tel que :

$$\sum_{i=1}^{n} m_i\overrightarrow{GM_i} = \vec{O}$$

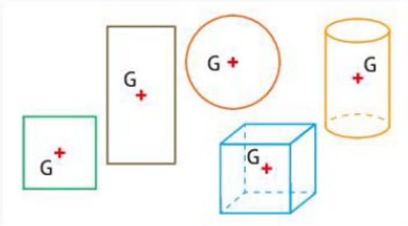


FIG. 1 Positions des centres de masses pour différents types de systèmes homogènes.

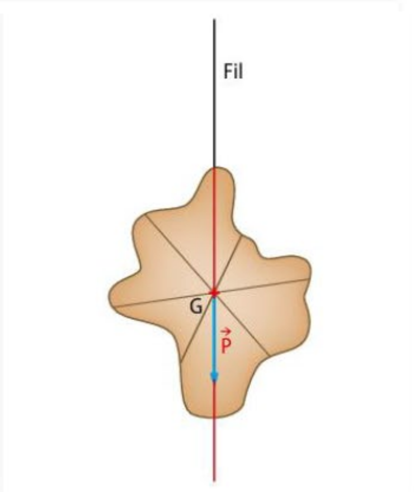


FIG. 2 Le centre de masse G se trouve à l'intersection des directions du poids (verticales) pour différents points d'accroche du système.

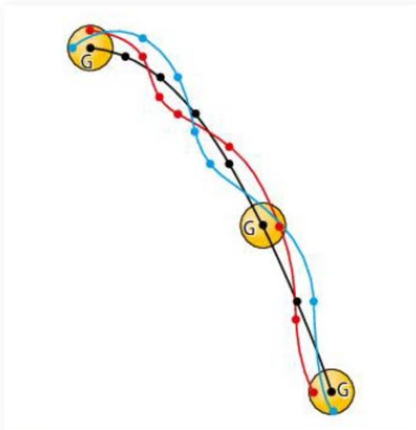


FIG. 3 Trajectoires de trois points d'une balle de tennis en mouvement.

2 Référentiel galiléen

Notion de référentiel

L'objet de référence par rapport auquel on étudie un mouvement est appelé **référentiel**.

Référentiel galiléen

Les lois de Newton qui régissent l'ensemble de la mécanique du point ne sont valables que dans des référentiels appelé **référentiels galiléens**.

Par définition, un **référentiel** est dit **galiléen** si le principe d'inertie (ou 1^re^ loi de Newton) est vérifié dans ce référentiel.

Tout référentiel immobile ou en mouvement de translation uniforme par rapport à un référentiel galiléen est alors lui-même galiléen.

Exemples de référentiels galiléens

Le **référentiel héliocentrique** (repère au centre du Soleil et axes vers 3 étoiles lointaines fixes) est considéré comme galiléen (FIG. 4).

Le **référentiel géocentrique** (repère au centre de la Terre et axes vers 3 étoiles lointaines fixes) est alors galiléen si on étudie le **mouvement d'un système ne dépassant pas quelques heures** afin de pouvoir négliger la rotation de la Terre autour du Soleil (FIG. 4).

Le **référentiel terrestre** (repère à la surface de la Terre et pointant vers 3 directions de l'espace) est alors galiléen si on étudie le **mouvement d'un système ne dépassant pas quelques minutes** afin de pouvoir négliger la rotation de la Terre sur elle-même.

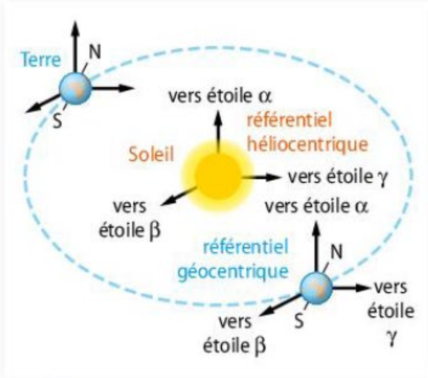


FIG. 4 Référentiels héliocentrique et géocentrique.

Référentiels non galiléens

Inversement, si un système au repos est soumis à des actions mécaniques qui ne se compensent pas dans un référentiel, alors le principe d'inertie (1re loi de Newton) ne s'applique pas et le référentiel n'est pas considéré comme galiléen.

Tout référentiel en mouvement de translation accéléré ou ralenti, ou en rotation par rapport à un référentiel galiléen n'est alors pas lui-même galiléen (FIG. 5).

Sur le manège tournant, ces nacelles s'inclinent par rapport à la verticale pour garder l'équilibre. Les actions mécaniques qui s'exercent sur elles ne se compensent pas.

FIG. 5 Référentiel du manège non galiléen.

3 Deuxième loi de Newton

Énoncé

Pour un système de masse constante, dans un référentiel galiléen, la somme vectorielle des forces modélisant les actions mécaniques exercées sur le système est égale au produit de la masse du système par le vecteur accélération de son centre de masse :

masse du système

résultante des forces → $\sum \vec{F}_{\text{extérieur/système}} = m\,\vec{a}_G$

accélération du centre de masse

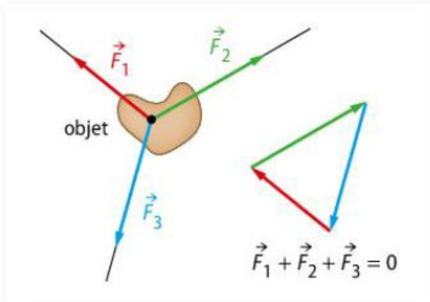
Équilibre d'un système

Un système est à l'équilibre dans un référentiel donné (FIG. 6) si et seulement si le vecteur vitesse du centre de masse est nul et son accélération est nulle :

$$\vec{v}_G = \vec{0} \text{ et } \vec{a}_G = \vec{0}$$

D'après la 2^e loi de Newton, la résultante des forces est donc nulle : $\sum \vec{F} = \vec{0}$.

Attention, si les forces se compensent, le vecteur accélération de son centre de masse étant nul, le système peut aussi être en mouvement rectiligne uniforme (principe d'inertie) dans le référentiel donné.



Les directions des vecteurs forces modélisant ces actions sont concourantes au centre de masse.

FIG. 6 Système à l'équilibre.
$\vec{v}_G = \vec{0} \rightarrow \sum \vec{F}_{\text{extérieur/système}} = \vec{0}$

Des forces à l'accélération

À l'aide de la 2^e loi de Newton, on détermine le vecteur accélération du centre de masse si les forces modélisant les actions mécaniques appliquées au système sont connues :
– définir le système et le référentiel d'étude, et faire le bilan des actions mécaniques qui s'exercent sur le système ;
– représenter en G, à l'échelle donnée, les forces et effectuer leur somme afin de déterminer la résultante des forces $\sum \vec{F}_{\text{extérieur/système}}$;
– mesurer la valeur de la résultante et diviser par la masse du système pour déterminer la valeur de l'accélération. Direction et sens étant donnés par le vecteur résultante.

EXEMPLE

Le mobile (FIG. 7) est modélisé par un ressort de constante de raideur $k = 20$ N/m. L'enfant allonge le ressort d'une distance $h = 10$ cm par rapport à sa longueur à vide en tirant sur le jouet de masse $m = 150$ g avant de le lacher. On désire connaître l'accélération du jouet.

On appelle force de rappel d'un ressort la force qui modélise l'action du ressort sur le jouet, on détermine sa valeur par le produit de la constante de raideur et de l'allongement du ressort.

$P = m \times g = 0{,}150 \times 9{,}8 = 1{,}5$ N

$F = k \times h = 20 \times 10 \cdot 10^{-2} = 2{,}0$ N

D'après la 2e Loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$, on trace en choisissant une échelle.

Ou en projetant sur l'axe vertical orienté vers le haut : $P - F = m\,a_G$

D'où $a_G = \dfrac{F - P}{m} = \dfrac{2{,}0 - 1{,}5}{0{,}150} = 3{,}3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

Le vecteur $\vec{a}_G$ est orienté vers le haut tout comme la résultante des forces $\Sigma\vec{F}$.

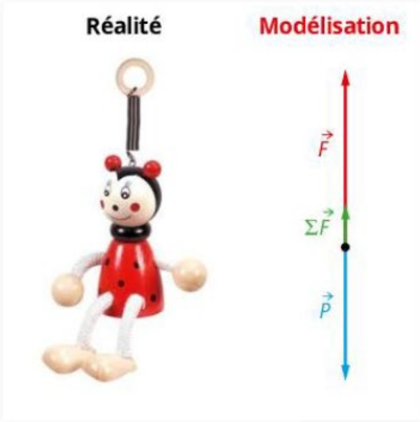


FIG. 7 Mobile pour enfant et sa modélisation par un ressort à spire non jointive.

De l'accélération aux forces

À l'aide de la 2e loi de Newton, on peut, connaissant l'accélération du système, déterminer la valeur de la résultante des forces qui modélisent les actions mécaniques s'exerçant sur le système afin de pouvoir en déduire la valeur d'une de ces forces. Pour cela il convient de :

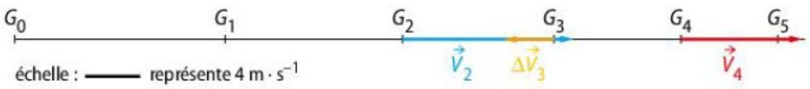
– déterminer le vecteur accélération soit par construction graphique à l'aide des vecteurs vitesses soit à l'aide des données (valeurs de vitesses, tableau, graphe…) ;

– multiplier la valeur de l'accélération par la masse du système ;

– tracer, avec l'échelle donnée, la résultante des forces et déterminer les caractéristiques d'une des forces à partir des autres forces connues.

EXEMPLE

Une voiture avec chauffeur (FIG. 8) de masse 1 000 kg en mouvement rectiligne uniforme freine brusquement. On veut déterminer la valeur des frottements.



La chronophotographie ($\tau = 0{,}50$ s) correspond au centre de masse du système vu de dessus. L'échelle permet de mesurer $\Delta v_3 = 3{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Or par définition $\vec{a} = \dfrac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$ d'où $\vec{a}_3 = \dfrac{\Delta\vec{v}_3}{\Delta t} = \dfrac{\vec{v}_4 - \vec{v}_2}{2\tau}$.

La valeur de l'accélération est donc de $a_3 = \dfrac{3{,}6}{2 \times 0{,}50} = 3{,}6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$

D'après la 2e Loi de Newton $\Sigma\vec{F}_{\text{extérieur/système}} = m\,\vec{a}_G$ d'où $\vec{P} + \vec{R} + \vec{F} = m\,\vec{a}_G$

Comme $\vec{P}$ et $\vec{R}$ se compensent, on a $\vec{F} = m\,\vec{a}_G$ et la valeur de F est accessible par $F = m \times a_3 = 1\,000 \times 3{,}6 = 3{,}6.10^2$ N.

FIG. 8 Bilan des forces appliquées au centre de masse du système {voiture + chauffeur}.

Il est parfois nécessaire de projeter les vecteurs représentant les forces sur un axe vertical ou horizontal.

EXEMPLE

Lorsqu'un skieur s'élance sur une piste de ski (FIG. 9). La résultante des forces correspond à la direction et au sens du mouvement ce qui correspond à la direction et au sens de l'accélération d'après la 2e loi de Newton $\vec{P} + \vec{R} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$

Ici $\vec{P}$ et $\vec{R}$ ne se compensent pas.

Si on projette cette relation sur l'axe perpendiculaire à la piste (y'y) alors $R - P \cdot \cos\alpha = 0$ puisque l'accélération est nulle suivant cette direction donc $\boldsymbol{R} = P \cdot \cos\alpha = m \cdot g \cdot \cos\alpha$.

Si on projette cette relation sur l'axe de la piste (x'x) alors $P \cdot \sin\alpha - f = m \cdot a_G$ donc $\boldsymbol{f} = P \cdot \sin\alpha - m \cdot a_G = m \cdot g \cdot \sin\alpha - m \cdot a_G = m\,(g \cdot \sin\alpha - a_G)$.

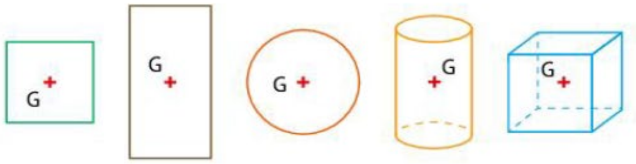
FIG. 9 Bilan des forces appliquées au centre de masse d'un skieur en descente.

FICHE MÉMO PRÉPA BAC

Le vocabulaire à retenir
Les relations à connaître

1 Centre de masse d'un système

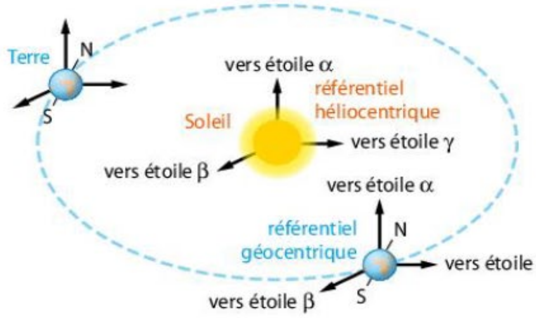
- Le **centre de masse G** d'un système est le point où se situe la position moyenne de la masse du corps.
- Si le système est homogène, le centre de masse se situe au centre géométrique.



- Le **centre de masse G** d'un système correspond au point qui décrit la trajectoire la plus simple lorsque le système est en mouvement.

2 Référentiel galiléen

- Par définition, un **référentiel** est dit **galiléen** si le principe d'inertie (ou 1^re^ loi de Newton) est vérifié dans ce référentiel.



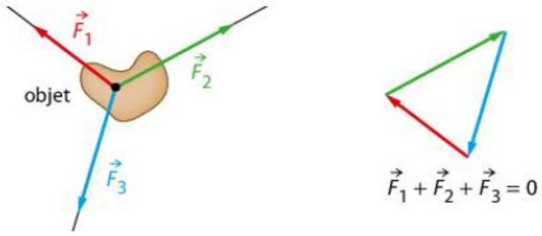
- Tout référentiel en mouvement de translation accéléré ou ralenti, ou en rotation par rapport, à un référentiel galiléen n'est alors pas lui-même galiléen.

3 Deuxième loi de Newton

masse du système

résultante des forces $\rightarrow$ $\sum \vec{F}_{\text{extérieur/système}} = m\,\vec{a}_G$

accélération du centre de masse



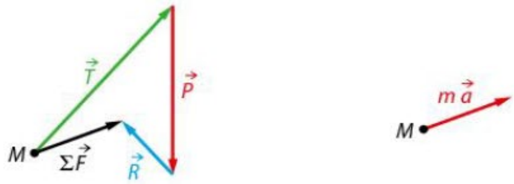
Équilibre d'un système

$\vec{v}_G = \vec{0}$ $\rightarrow$ $\sum \vec{F}_{\text{extérieur/système}} = \vec{0}$

Des forces à l'accélération

– Représenter à l'échelle, les forces et tracer la résultante des forces.

– Appliquer la **2^e^ loi de Newton** afin de déterminer le vecteur accélération.



Somme des forces qui modélisent les actions mécaniques qui agissent sur le skieur

Produit de la masse du système par le vecteur accélération de son centre de masse

De l'accélération aux forces

– Déterminer (avec une chronophotographie, les données des vitesses, une courbe $v = f(t)$, etc.) les caractéristiques du vecteur accélération.

– Appliquer la 2^e^ loi de Newton, afin de déterminer la résultante des forces.

– Par projection sur un ou deux axes, on peut en déduire les valeurs de certaines forces.