Vu en 1re

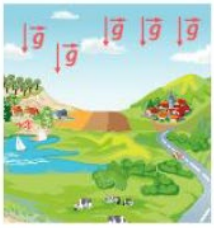
Champs, forces et théorème de l'énergie cinétique

CHAMPS, FORCES, THÉORÈME DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE

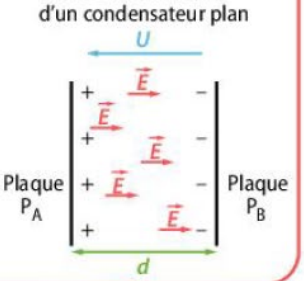
Champ vectoriel

Un champ vectoriel est représenté par un vecteur.
Il a une direction, un sens et une valeur.

Champ de pesanteur terrestre

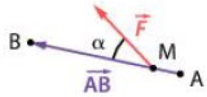


Champ électrique entre les armatures d'un condensateur plan



Force et travail

Une force qui s'exerce sur un système M se déplaçant d'une position A à une position B peut effectuer un travail.



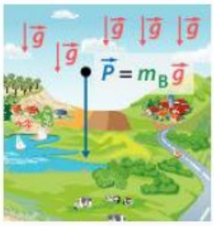
$$W_{A \to B}(\vec F) = \vec F \cdot \vec{AB} = F \times AB \times \cos\alpha$$

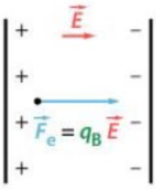
W en J ; F en N ; AB en m

Le travail est une forme de transfert d'énergie.

Force et champ

Dans une région de l'espace où règne un champ, tout objet B aux propriétés physiques appropriées y subit une force :





Théorème de l'énergie cinétique

La variation de l'énergie cinétique d'un système en mouvement, d'une position A à une position B, est égale à la somme des travaux de toutes les forces appliquées au système entre A et B :

$$\Delta\mathscr{E}_{c_{A \to B}} = \mathscr{E}_{c_B} - \mathscr{E}_{c_A} = \sum_i W_{A \to B}(\vec{F_i})$$

$\mathscr{E}_c$ en J ; W en J

1 Des champs uniformes

Un **champ vectoriel uniforme** est un champ qui garde, en tout point d'une région de l'espace, la même direction, le même sens et la même valeur.

- Le champ de pesanteur terrestre $\vec{g}$ est assimilable au champ de gravitation terrestre au voisinage de la Terre. Il est dirigé suivant la **verticale du lieu**, orienté **vers le bas** et a une **valeur** g qui dépend de l'altitude et de la latitude du lieu considéré (doc. A).

Dans une région de l'espace de **faibles dimensions** par rapport à la Terre, un **champ de pesanteur** $\vec{g}$ peut être considéré comme **uniforme**.

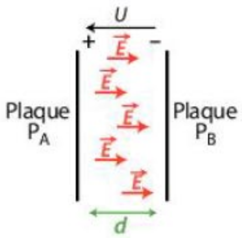
- Un condensateur plan est constitué de deux plaques conductrices planes, parallèles et séparées d'une distance d (schéma B).

Lorsqu'on applique une tension électrique U entre les plaques d'un **condensateur plan**, elles se chargent électriquement. Il apparaît alors entre elles un **champ électrique $\vec{E}$ uniforme** dont les caractéristiques sont :
– direction : perpendiculaire aux plaques ;
– sens : de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement ;
– valeur : d'autant plus élevée que la valeur absolue de la tension U est grande et que la distance d entre les plaques est faible.

A Champ de pesanteur uniforme

> Si on se déplace peu à la surface de la Terre, $\vec{g}$ est un vecteur constant. À Paris, $g = 9{,}81\ \text{m}\cdot\text{s}^{-2}$.

B Champ électrique créé par un condensateur plan

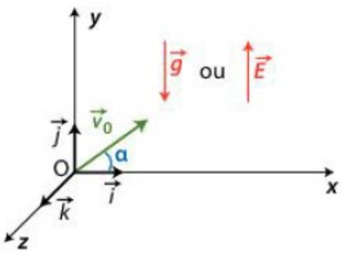


> La valeur de $\vec{E}$ est : $E = \frac{|U|}{d}$.

2 Le mouvement dans un champ uniforme

Le système étudié est un point matériel ou le centre de masse M d'un corps. Son mouvement dans un champ uniforme vertical est étudié dans un référentiel terrestre considéré comme galiléen.
À la date $t = 0$ s, le vecteur vitesse $\vec{v}_0$ du système est contenu dans le plan (Oxy). L'étude se fait dans un repère orthonormé de l'espace $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ dont l'origine O est par exemple choisie en la position initiale du système (schéma C). On se place dans le cas où le système est **uniquement** soumis à son poids ou à une force électrique.

C Situation à l'instant initial



> $\vec{g}$ est toujours vertical vers le bas ;
> $\vec{E}$ est choisi ici vertical et vers le haut.

a. Détermination du vecteur accélération

Le vecteur accélération du système est obtenu par application de la **deuxième loi de Newton**.

Mouvement dans un champ de pesanteur

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ soit $m\vec{g} = m\vec{a}$ et ainsi $\vec{a} = \vec{g}$.

Le vecteur accélération est vertical vers le bas.

Le vecteur accélération a pour coordonnées cartésiennes : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = -g \\ a_z = 0 \end{cases}$

Mouvement dans un champ électrique vertical

$\Sigma\vec{F} = m\vec{a}$ soit $q\vec{E} = m\vec{a}$ et ainsi $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{E}$.

Le vecteur accélération est vertical, de même sens que $\vec{E}$ si la charge q est positive, et de sens contraire sinon.

Le vecteur accélération a pour coordonnées cartésiennes : $\vec{a}\begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \dfrac{q \times E}{m} \\ a_z = 0 \end{cases}$

lycee.hachette-education.com/pc/tle

Mouvement dans un champ uniforme

VIDÉO DE COURS

b. Détermination du vecteur vitesse

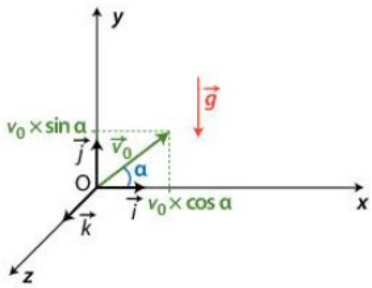
• Puisque le vecteur accélération est la dérivée du vecteur vitesse par rapport au temps, les coordonnées du vecteur vitesse sont obtenues en recherchant les **primitives par rapport au temps** des coordonnées du vecteur accélération.

• Les **constantes d'intégration** apparues dans les primitives sont déterminées à l'aide des **conditions initiales** : les coordonnées du vecteur **vitesse** à l'instant **initial**.

Mouvement dans un champ de pesanteur

$$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = -g\\ a_z = 0\end{cases} \xrightarrow{\text{primitive}} \vec{v}\begin{cases}v_x = C_x\\ v_y = -g\times t + C_y\\ v_z = C_z\end{cases}$$

Utilisation des coordonnées de $\vec{v_0}$:



$$\vec{v_0}\begin{cases}v_{x_0} = v_0 \times \cos\alpha = C_x\\ v_{y_0} = v_0\times\sin\alpha = -g\times 0 + C_y\\ v_{z_0} = 0 = C_z\end{cases}$$

Il vient : $\begin{cases}C_x = v_0\times\cos\alpha\\ C_y = v_0\times\sin\alpha\\ C_z = 0\end{cases}$

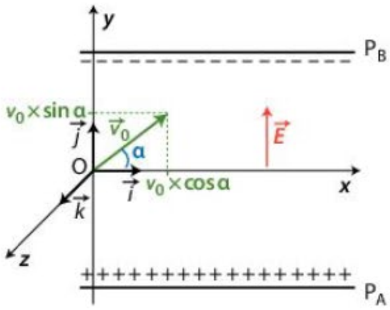
Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse sont donc :

$$\vec{v}\begin{cases}v_x = v_0\times\cos\alpha\\ v_y = -g\times t + v_0\times\sin\alpha\\ v_z = 0\end{cases}$$

Mouvement dans un champ électrique vertical

$$\vec{a}\begin{cases}a_x = 0\\ a_y = \dfrac{q\times E}{m}\\ a_z = 0\end{cases} \xrightarrow{\text{primitive}} \vec{v}\begin{cases}v_x = C_x\\ v_y = \dfrac{q\times E}{m}\times t + C_y\\ v_z = C_z\end{cases}$$

Utilisation des coordonnées de $\vec{v_0}$:



$$\vec{v_0}\begin{cases}v_{x_0} = v_0\times\cos\alpha = C_x\\ v_{y_0} = v_0\times\sin\alpha = \dfrac{q\times E}{m}\times 0 + C_y\\ v_{z_0} = 0 = C_z\end{cases}$$

Il vient : $\begin{cases}C_x = v_0\times\cos\alpha\\ C_y = v_0\times\sin\alpha\\ C_z = 0\end{cases}$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur vitesse sont donc :

$$\vec{v}\begin{cases}v_x = v_0\times\cos\alpha\\ v_y = \dfrac{q\times E}{m}\times t + v_0\times\sin\alpha\\ v_z = 0\end{cases}$$

Au cours du mouvement, la coordonnée v_z est constamment nulle. Le mouvement du système est donc dans le plan contenant le vecteur vitesse initiale $\vec{v_0}$.

INFO

Rappel des conventions d'écriture

• Fonctions dépendant du temps :

$\vec{v}(t) = \vec{v} = \dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}$; $a_y(t) = a_y = \dfrac{dv_y}{dt}$, etc.

• Grandeurs à une date t_i donnée :

$\vec{v}(t_i) = \vec{v_i} = \left(\dfrac{d\overrightarrow{OM}}{dt}\right)_{t_i}$,

$a_y(t_i) = a_{yi} = \left(\dfrac{dv_y}{dt}\right)_{t_i}$, etc.

c. Détermination du vecteur position

• Puisque le vecteur vitesse est la dérivée du vecteur position par rapport au temps, les coordonnées du vecteur position sont obtenues en recherchant les **primitives par rapport au temps** des coordonnées du vecteur vitesse.

• Les **constantes d'intégration** apparues dans les primitives sont déterminées à l'aide des **conditions initiales** : les coordonnées du vecteur **position** à l'instant **initial**.

Mouvement dans un champ de pesanteur	Mouvement dans un champ électrique vertical

Mouvement dans un champ de pesanteur

$$\vec{v} \xrightarrow{\text{primitive}} \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t + D_x \\ y = -\dfrac{1}{2}g \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t + D_y \\ z = D_z \end{cases}$$

Utilisation des coordonnées de $\overrightarrow{OM_0}$:

$$\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 = v_0 \times \cos\alpha \times 0 + D_x \\ y_0 = 0 = -\dfrac{1}{2}g \times 0^2 + v_0 \times \sin\alpha \times 0 + D_y \\ z_0 = 0 = D_z \end{cases}$$

Il vient : $\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 0 \\ D_z = 0 \end{cases}$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur position sont :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t \\ y = -\dfrac{1}{2}g \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t \\ z = 0 \end{cases}$$

Mouvement dans un champ électrique vertical

$$\vec{v} \xrightarrow{\text{primitive}} \overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t + D_x \\ y = \dfrac{q \times E}{2m} \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t + D_y \\ z = D_z \end{cases}$$

Utilisation des coordonnées de $\overrightarrow{OM_0}$:

$$\overrightarrow{OM_0}\begin{cases} x_0 = 0 = v_0 \times \cos\alpha \times 0 + D_x \\ y_0 = 0 = \dfrac{q \times E}{2m} \times 0^2 + v_0 \times \sin\alpha \times 0 + D_y \\ z_0 = 0 = D_z \end{cases}$$

Il vient : $\begin{cases} D_x = 0 \\ D_y = 0 \\ D_z = 0 \end{cases}$

Les coordonnées cartésiennes du vecteur position sont :

$$\overrightarrow{OM}\begin{cases} x = v_0 \times \cos\alpha \times t \\ y = \dfrac{q \times E}{2m} \times t^2 + v_0 \times \sin\alpha \times t \\ z = 0 \end{cases}$$

z est constamment nulle, ce qui confirme la **planéité** de la trajectoire. Par la suite, on limite l'étude des mouvements dans un champ uniforme ($\vec{g}$ ou $\vec{E}$) à une étude dans un repère à deux dimensions.

d. Détermination de l'équation de la trajectoire

L'équation de la trajectoire d'un système est la **relation mathématique entre ses coordonnées spatiales**. Dans un repère $(O\,;\vec{i},\vec{j})$, elle est obtenue en combinant les équations horaires $x = f(t)$ et $y = g(t)$ de façon à « éliminer » la variable temps des équations.

Mouvement dans un champ de pesanteur

On extrait t de l'expression de $x = f(t)$:

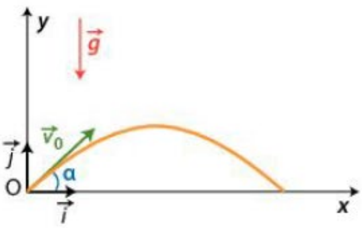
$$t = \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}$$

On remplace t dans l'expression de $y = g(t)$:

$$y = -\frac{1}{2}g \times \left(\frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \times \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}$$

La trajectoire du système est donc :

$$y = -\frac{g}{2(v_0 \times \cos\alpha)^2} \times x^2 + \tan\alpha \times x$$



Trajectoire du système partant de la position O dans un champ de pesanteur uniforme $\vec{g}$

Mouvement dans un champ électrique vertical

On extrait t de l'expression de $x = f(t)$:

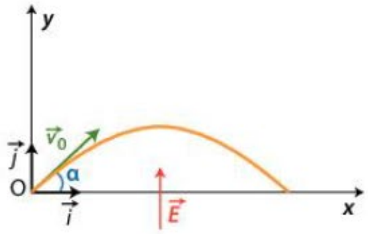
$$t = \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}$$

On remplace t dans l'expression de $y = g(t)$:

$$y = \frac{q \times E}{2m} \times \left(\frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \times \sin\alpha \times \frac{x}{v_0 \times \cos\alpha}$$

La trajectoire du système est donc :

$$y = \frac{q \times E}{2m \times (v_0 \times \cos\alpha)^2} \times x^2 + \tan\alpha \times x$$



Trajectoire du système de charge $q < 0$ C partant de la position O dans un champ électrique uniforme $\vec{E}$

INFO

Dans le cas du champ électrique, la concavité de la parabole dépend du signe de la charge électrique q du système et de l'orientation du champ électrique.

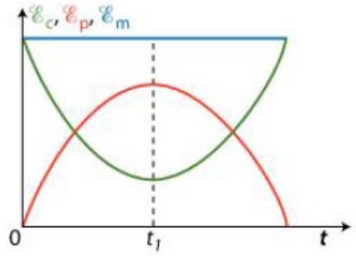
La trajectoire du système est une portion de parabole, dans le **plan** vertical contenant $\vec{v}_0$. Elle dépend des **conditions initiales** (vitesse initiale $\vec{v}_0$ et position initiale $\overrightarrow{OM_0}$).

e. Aspects énergétiques

Le poids et la force électrique sont des forces conservatives.

Lors du mouvement d'un système dans un champ de pesanteur ou électrique uniforme, en l'absence de forces non conservatives, **l'énergie mécanique du système se conserve**. Son énergie cinétique est totalement convertie en énergie potentielle, et inversement.

D Énergies du système lors d'un mouvement de chute libre

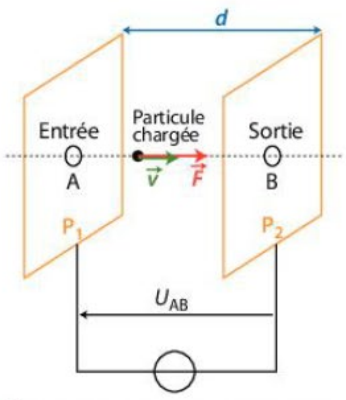


Exemple : Pour un mouvement de chute libre dans un champ de pesanteur uniforme, on peut tracer les énergies du système en fonction du temps (graphique D). Ces courbes s'interprètent par :
– une conversion totale d'énergie cinétique $\mathscr{E}_c$ en énergie potentielle de pesanteur $\mathscr{E}_p$ (pour $0 \leqslant t < t_1$) ;
– puis une conversion totale d'énergie potentielle de pesanteur $\mathscr{E}_p$ en énergie cinétique $\mathscr{E}_c$ (pour $t > t_1$).
L'énergie mécanique $\mathscr{E}_m$ du système reste constante au cours du temps.

Le **théorème de l'énergie cinétique** (ou la conservation de l'énergie mécanique du système) permet de calculer des valeurs de vitesse ou la coordonnée verticale du système selon les données disponibles.

f. Principe de fonctionnement d'un accélérateur linéaire de particules

E Accélération dans un champ uniforme



› À l'échelle des particules chargées (électrons, protons, ions), la valeur du poids peut être négligée devant celle de la force électrique. Le mouvement de la particule aura alors la direction du champ électrique.

Une particule de charge électrique q placée dans un accélérateur linéaire de particules est accélérée par la force due à un champ électrique uniforme convenablement orienté.

- En effet, le travail de la force électrique $\vec{F}$ entre les positions A et B (schéma E) est : $W_{A\to B}(\vec{F}) = \vec{F}\cdot\overrightarrow{AB}$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = F \times AB \times \cos(\widehat{\vec{F}\,;\overrightarrow{AB}})$$

Avec les données du schéma E :
- $AB = d$;
- $(\widehat{\vec{F}\,;\overrightarrow{AB}}) = 0$;
- $F = q \times E = q \times \frac{U_{AB}}{d}$.

Il vient :

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = q \times \frac{U_{AB}}{d} \times d$$

$$W_{A\to B}(\vec{F}) = q \times U_{AB}$$

- Le signe de la tension **électrique** est choisi de sorte que ce travail soit positif. D'après le théorème de l'énergie cinétique appliqué entre les positions A et B, $\mathscr{E}_c$ augmente. Donc la valeur de la vitesse augmente, il y a accélération du système {particule}.

• Un **accélérateur linéaire** permet d'accélérer en ligne droite des particules électriquement **chargées**.
• Cette accélération est la conséquence de l'existence d'un **champ électrique uniforme** ayant :
– pour **direction**, celle de l'axe de l'accélérateur ;
– pour **sens** celui de l'entrée vers la sortie si la charge électrique est positive, le sens contraire si la charge électrique est négative.

L'essentiel

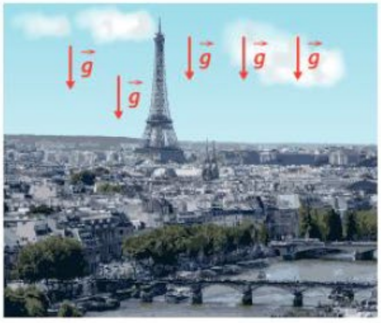
VIDÉO DE COURS
Mouvement dans un champ uniforme
QCM
Version interactive

1 Des champs uniformes

Un champ vectoriel **uniforme** est un champ qui garde en tout point d'une région de l'espace :
- la **même direction** ;
- le **même sens** ;
- la **même valeur**.

Champ de pesanteur

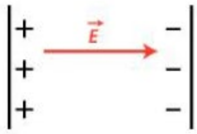
Sur une région de l'espace de faibles dimensions par rapport à la Terre, le champ de pesanteur peut être considéré comme uniforme.



Champ électrique

Le champ électrique entre les plaques d'un condensateur plan chargé est **uniforme.**

$\vec{E}$
- Direction : perpendiculaire aux plaques
- Sens : de la plaque chargée positivement vers la plaque chargée négativement
- Valeur : d'autant plus élevée qu'entre les plaques la tension est grande et la distance faible



2 Le mouvement dans un champ uniforme

1. Définir le système et le référentiel
2. Inventorier les forces → $\vec{P}$ ou $\vec{F}$ selon la nature du champ
3. Appliquer la 2ᵉ loi de Newton → Coordonnées de $\vec{a}$
4. Rechercher les primitives des coordonnées de $\vec{a}$ → Coordonnées de $\vec{v}$
5. Utiliser les conditions initiales de $\vec{v}$: $\vec{v}_0$ → Constantes d'intégration
6. Rechercher les primitives des coordonnées de $\vec{v}$ → Coordonnées de $\overrightarrow{OM}$
7. Utiliser les conditions initiales de $\overrightarrow{OM}$: $\overrightarrow{OM}_0$ → Constantes d'intégration
8. Combiner les équations horaires pour éliminer t → Équation de la trajectoire

- Dans un champ uniforme, le mouvement est plan. Pour un vecteur vitesse initiale $\vec{v}_0 \neq \vec{0}$ et non vertical, la trajectoire du système est une parabole située dans le plan contenant $\vec{v}_0$.
- L'énergie mécanique du système se conserve en l'absence de forces non conservatives.

Principe d'un accélérateur linéaire de particules chargées

Un champ électrique **uniforme** $\vec{E}$, de même **direction** que celle du mouvement **rectiligne** de la particule chargée et **convenablement orienté** suivant le signe de la charge, permet d'accélérer linéairement la particule.