



# MOUVEMENT DANS UN CHAMP UNIFORME

On étudie dans ce chapitre les mouvements dans les champs de pesanteur  $\vec{g}$  et électrostatique  $\vec{E}$  étudiés en 1<sup>ère</sup> S

**Point math 1 :** voir "coordonnées d'un vecteur"

**Point math 2 :** primitive d'une fonction

Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$ . Une primitive par rapport au temps de  $f$  sur  $I$  est une fonction  $F$  dérivable sur  $I$  et telle que :  $F'(t) = f(t)$

fonction	Primitive	C, D et E : constantes d'intégration dépendant des conditions initiales
$f(t) = 0$	$F(t) = E$	
$f(t) = C$	$F(t) = C \times t + E$	
$f(t) = C \times t + D$	$F(t) = \frac{1}{2} C \times t^2 + D \times t + E$	

Exemples :

## 1 Projectile dans un champ de pesanteur uniforme

### 1.1 Champ de pesanteur uniforme

La Terre crée dans son voisinage un champ de pesanteur  $\vec{g}$  défini par :  $\vec{g} = \frac{\vec{P}}{m}$  où  $\vec{P}$  est le poids d'un objet de masse  $m$

Les caractéristiques du champ de pesanteur sont :

- direction : verticale du lieu sens : vers la Terre
- valeur : dépend du lieu (proche de  $9,8 \text{ N} \cdot \text{kg}^{-1}$  à la surface de la Terre)

Dans une région réduite de l'espace (quelques km), le champ de pesanteur est considéré comme uniforme (il conserve, même sens, même direction et même valeur)

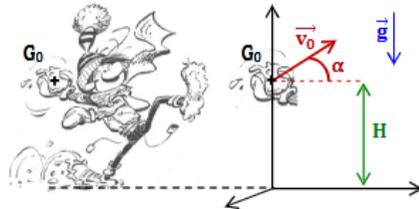
L'étude du mouvement est réduite à celle de son centre d'inertie  $G$ , la masse de l'objet est  $m$  et on néglige l'action de l'air (poussée d'Archimède et frottements).

Un solide soumis à la seule action de son poids est en chute libre.

### 1.2 Conditions initiales

La position et la vitesse du centre d'inertie à l'instant  $t = 0$ , définissent les conditions initiales.

Un projectile est lancé à un instant choisi comme origine des dates ( $t = 0$ ) avec une vitesse initiale  $\vec{v}_0$  faisant un angle  $\alpha$  avec l'horizontale.



Le mouvement du projectile est étudié dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen muni d'un repère cartésien  $(O ; \vec{i} ; \vec{j} ; \vec{k})$

$G_0$  est la position initiale du centre d'inertie  $G$

Le plan  $(O ; \vec{j} ; \vec{k})$  contient les vecteurs  $\vec{v}_0$  et  $\vec{g}$

### 1.3 Application de la deuxième loi de Newton. Accélération

Dans un référentiel galiléen d'après la 2<sup>ème</sup> loi de Newton : .....

Donc ici : ..... soit :  $\vec{a} = \dots\dots\dots$

Pour un projectile en chute libre, l'accélération est  $\vec{a} = \dots\dots\dots$

**Remarque :**

$g$  est également appelé accélération de la pesanteur et peut donc s'exprimer en  $\text{m} \cdot \text{s}^{-2}$ .

L'accélération est indépendante de la masse, dans le vide tous les corps possèdent le même mouvement de chute.

Les coordonnées de  $\vec{g}$  sont :  $\begin{cases} g_x = \dots\dots\dots \\ g_y = \dots\dots\dots \\ g_z = \dots\dots\dots \end{cases}$  celles du vecteur accélération  $\vec{a}$   $\begin{cases} a_x = \dots\dots\dots \\ a_y = \dots\dots\dots \\ a_z = \dots\dots\dots \end{cases}$

$a_z = \dots\dots\dots$ , le mouvement vertical est .....

## 1.4 Vitesse

L'accélération est la dérivée de la vitesse par rapport au temps, on peut donc par intégration (recherche de la primitive) déterminer la vitesse à partir de l'accélération.

Pour déterminer les coordonnées du vecteur vitesse, il faut intégrer (recherche de primitives) par rapport au temps les coordonnées du vecteur accélération.

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \text{ donc : } \vec{a} \begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} \\ a_z = \frac{dv_z}{dt} \end{cases} \text{ par intégration, il vient : } \vec{v} \begin{cases} v_x = \dots\dots\dots \\ v_y = \dots\dots\dots \\ v_z = \dots\dots\dots \end{cases}$$

Pour déterminer les constantes d'intégration, il faut utiliser les conditions initiales.

$$\text{à } t = 0, \vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = \dots\dots\dots \\ v_{0y} = \dots\dots\dots \\ v_{0z} = \dots\dots\dots \end{cases} \text{ donc : } \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

les coordonnées du vecteur vitesse sont :  $\vec{v} \begin{cases} v_x = \dots\dots\dots \\ v_y = \dots\dots\dots \\ v_z = \dots\dots\dots \end{cases}$

$v_y = \dots\dots\dots$  le mouvement horizontal est .....

### 1.5 Position

La vitesse est la dérivée de la position par rapport au temps, il faut donc à nouveau intégrer pour déterminer la position.

Pour déterminer les coordonnées du vecteur position, il faut intégrer (recherche de primitives) par rapport au temps les coordonnées du vecteur vitesse.

$$\vec{v} = \frac{d\vec{OG}}{dt} \text{ donc : } \vec{v} \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} \\ v_y = \frac{dy}{dt} \\ v_z = \frac{dz}{dt} \end{cases} \text{ par intégration, il vient : } \vec{OG} \begin{cases} x = \dots\dots\dots \\ y = \dots\dots\dots \\ z = \dots\dots\dots \end{cases}$$

Pour déterminer les constantes d'intégration, il faut utiliser les conditions initiales.

$$\text{à } t = 0, \vec{OG}_0 \begin{cases} x_0 = \dots\dots\dots \\ y_0 = \dots\dots\dots \\ z_0 = \dots\dots\dots \end{cases} \text{ donc : } \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$$

les coordonnées du vecteur position sont :  $\vec{OG} \begin{cases} x = \dots\dots\dots \\ y = \dots\dots\dots \\ z = \dots\dots\dots \end{cases}$

$x = \dots\dots\dots$  le mouvement se déroule dans ..... appelé **plan de tir**

**Remarque :**

$x(t)$  ;  $y(t)$  et  $z(t)$  sont les équations horaires du mouvement.

### 1.6 Trajectoire

A partir des équations horaires, on peut "éliminer" le temps en l'exprimant en fonction de  $y(t)$  par exemple. On obtient ainsi les variations de  $z(t)$  en fonction de  $y(t)$ , c'est l'équation de la trajectoire.

Pour déterminer l'équation de la trajectoire, il faut éliminer le temps en combinant les équations horaires.

$y = \dots\dots\dots$  donc :  $t = \dots\dots\dots$  or :  $z = \dots\dots\dots$

L'équation cartésienne de la trajectoire est :  $z = \dots\dots\dots$   
 fonction polynôme de degré 2, la trajectoire est une portion de  $\dots\dots\dots$

Remarque :  
 . le signe négatif induit que la parabole est incurvée vers le bas.

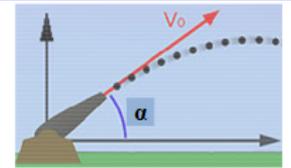
**1.7 Cas particulier : chute sans vitesse initiale**

Si la chute libre se fait sans vitesse initiale :  
 les coordonnées du vecteur vitesse  $\vec{v} \begin{cases} v_x = \dots\dots\dots \\ v_y = \dots\dots\dots \\ v_z = \dots\dots\dots \end{cases}$  les coordonnées du vecteur position  $\vec{OG} \begin{cases} x = \dots\dots\dots \\ y = \dots\dots\dots \\ z = \dots\dots\dots \end{cases}$   
 sont :

Le mouvement est  $\dots\dots\dots$  ( $x(t)$  et  $y(t)$  sont nuls)  $\dots\dots\dots$

**1.8 Flèche et portée**

Pour faciliter l'étude, on supposera l'altitude initiale du projectile nulle ( $H = 0$  à  $t = 0$ )



**1.8.1 Flèche**

La flèche correspond à l'altitude du sommet de la trajectoire  
 La hauteur maximale atteinte par le projectile est le flèche, elle est atteinte quand la vitesse verticale s'annule.

$v_{sz} = 0$  si :  $\dots\dots\dots = \dots\dots\dots$  donc :  $t_s = \dots\dots\dots$   
 d'où :  $z_s = \dots\dots\dots$

La flèche vérifie :  $z_s = \dots\dots\dots$

Remarque :  
 . d'autant plus haut que  $\dots\dots\dots$  est grand, donc au plus haut si  $\alpha = \dots\dots\dots$

**1.8.2 Portée**

La portée est la distance horizontale parcourue par le projectile, c'est l'abscisse correspondant à une ordonnée nulle.

$z_p = 0$  si :

La portée est :  $y_p = \dots\dots\dots$

Remarque :  
 . elle augmente avec  $\dots\dots$  et avec  $\dots\dots\dots$   
 Elle est maximale quand  $\dots\dots\dots$  donc quand  $\alpha = \dots\dots\dots$

**2 Particule chargée dans un champ électrostatique uniforme**

**2.1 Champ électrostatique uniforme**

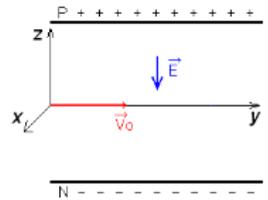
Une tension  $U_{PN}$  appliquée entre deux armatures planes séparées par une distance  $d$  produit entre ces deux plaques un champ électrostatique uniforme  $\vec{E}$  dont les caractéristiques sont les suivantes :  
 direction : perpendiculaire aux plaques  
 sens : de la plaque positive vers la plaque négative  
 valeur :  $E = \frac{U_{PN}}{d}$  ;  $U_{PN}$  en V ;  $d$  en m ;  $E$  en  $V.m^{-1}$

Une particule chargée placée dans un champ électrostatique  $\vec{E}$  est soumise à la force  $\vec{F} = q \cdot \vec{E}$   
 si  $q > 0$  :  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  ont même direction et même sens  
 si  $q < 0$  :  $\vec{F}$  et  $\vec{E}$  ont même direction mais des sens opposés.  
 la valeur est  $F = |q| \times E$  ;  $F$  en N ;  $q$  en C ;  $E$  en  $V.m^{-1}$

**2.2 Conditions initiales**

On suppose qu'initialement ( $t = 0$ ) la particule est en  $O$ , que le champ électrostatique est vertical vers le bas et que la vitesse initiale est horizontale

$$\vec{v}_0 \begin{cases} v_{0x} = \dots\dots\dots \\ v_{0y} = \dots\dots\dots \\ v_{0z} = \dots\dots\dots \end{cases} \text{ et } \vec{E} \begin{cases} E_x = \dots\dots\dots \\ E_y = \dots\dots\dots \\ E_z = \dots\dots\dots \end{cases}$$



**2.3 Application de la 2<sup>ème</sup> loi de Newton**

Faire l'analyse de l'expérience (référentiel, système étudié, bilan des forces, loi de Newton ...). Penser également à comparer les valeurs des forces entre elles.

Pour une particule chargée de masse négligeable placée dans un champ électrostatique uniforme, l'accélération est :  $\vec{a} = \frac{q}{m} \times \vec{E}$

si  $q > 0$  :  $\vec{a}$  et  $\vec{E}$  ont  $\dots\dots\dots$   
 si  $q < 0$  :  $\vec{a}$  et  $\vec{E}$  ont  $\dots\dots\dots$

Les coordonnées du vecteur accélération sont :  $\vec{a} \begin{cases} a_x = \dots\dots\dots \\ a_y = \dots\dots\dots \\ a_z = \dots\dots\dots \end{cases}$

Remarque :  
 . a dépend de  $q$  et  $m$  pour un même champ électrostatique. On pourra donc "séparer" des particules ayant un rapport  $q/m$  différent (des isotopes par exemple).

## 2.4 Vitesse et position

Par intégration et en tenant compte des conditions initiales, on obtient :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = \dots\dots\dots \\ v_y = \dots\dots\dots \\ v_z = \dots\dots\dots \end{cases} \quad \text{et } \vec{OG} \begin{cases} x = \dots\dots\dots \\ y = \dots\dots\dots \\ z = \dots\dots\dots \end{cases}$$

## 2.5 Trajectoire

En tenant compte des équations horaires, on obtient :

$$z =$$

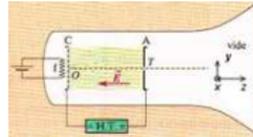
la trajectoire est parabolique, concave ou convexe selon le signe de  $q$

## 2.6 Le canon à électron

Dans un canon à électrons, la vitesse initiale est nulle (la situation est donc voisine de la chute libre sans vitesse initiale). La particule étant un électron :

$$q = -e.$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = \dots \\ a_y = \dots \\ a_z = \dots\dots\dots \end{cases} \quad \vec{v} \begin{cases} v_x = \dots \\ v_y = \dots \\ v_z = \dots\dots\dots \end{cases} \quad \text{et } \vec{OG} \begin{cases} x = \dots \\ y = \dots \\ z = \dots \end{cases}$$



Le canon à électrons permet de communiquer une vitesse aux électrons. Montrer que :  $v^2 = \frac{2 \times e \times U}{m}$

La vitesse acquise par un électron accéléré par une tension  $U$  s'écrit :

$$v = \sqrt{\frac{2eU}{m}}$$

Elle est indépendante de la distance  $d$