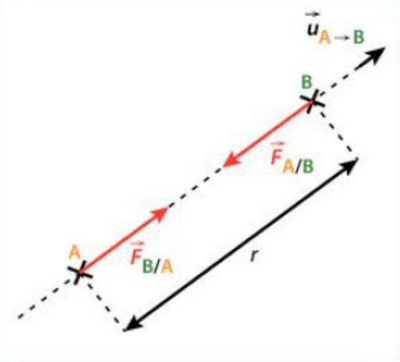
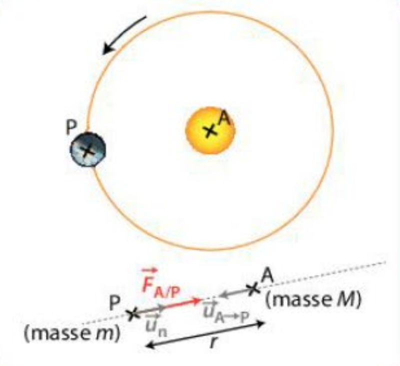
A Force de gravitation



B Mouvement d'une planète autour d'un astre attracteur



C Satellite géostationnaire

› L'orbite du satellite géostationnaire est contenue dans le plan de l'équateur.
Comme l'altitude du satellite géostationnaire est 35 800 km, la valeur de sa vitesse est 3,1 km·s^{-1}.
Il est immobile dans un référentiel terrestre.

1 Le mouvement des satellites et des planètes

a. Force et champ de gravitation

La **force de gravitation** exercée par un corps A de masse m_A sur un corps B de masse m_B séparés d'une distance r (schéma **A**) a pour expression :

$$\vec{F}_{A/B} = -G \times \frac{m_A \times m_B}{r^2}\,\vec{u}_{A\to B} \quad \text{avec} \quad \vec{F}_{A/B} = m_B\vec{\mathcal{G}}$$

G est la constante universelle de gravitation : $G = 6{,}67 \times 10^{-11}\ \text{N}\cdot\text{m}^2\cdot\text{kg}^{-2}$.
$\vec{\mathcal{G}}$ est le champ de gravitation newtonien dû au corps A en B à la distance r de A :

$$\vec{\mathcal{G}} = -G \times \frac{m_A}{r^2}\,\vec{u}_{A\to B}$$

b. Mouvement des satellites et des planètes

On s'intéresse au mouvement du centre de masse P d'une planète ou d'un satellite de masse m en orbite considérée circulaire autour d'un astre attracteur A de masse M.
L'étude se fait dans le référentiel astrocentrique considéré comme galiléen, muni du **repère de Frenet** centré sur P (schéma **B**).

- La planète est soumise à la force de gravitation exercée par l'astre. Dans le repère de Frenet, cette force s'exprime par :

$$\vec{F}_{A/P} = G \times \frac{m \times M}{r^2}\,\vec{u}_n \quad \text{soit} \quad \vec{F}_{A/P} = m\vec{\mathcal{G}}$$

avec $\vec{\mathcal{G}}$ le champ de gravitation newtonien dû à l'astre attracteur en P à la distance r de A. À tout instant, $\vec{u}_n = -\vec{u}_{A\to P}$.

- La deuxième loi de Newton appliquée à la planète, qui n'est soumise qu'à la force de gravitation exercée par l'astre, s'écrit :

$$\Sigma\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{soit} \quad m\vec{\mathcal{G}} = m\vec{a}$$

$$\text{donc} \quad \vec{\mathcal{G}} = \vec{a} \quad \text{d'où} \quad G \times \frac{m \times M}{r^2}\,\vec{u}_n = m\vec{a}$$

- L'accélération d'une planète ou d'un satellite en orbite autour d'un astre a ainsi pour expression : $\vec{a} = G \times \frac{M}{r^2}\,\vec{u}_n$.

- Dans le repère de Frenet centré sur P, $\vec{a} = \frac{v^2}{r}\vec{u}_n + \frac{dv}{dt}\vec{u}_t$.

Comme $\vec{a} = G \times \frac{M}{r^2}\,\vec{u}_n$, il vient :

$\frac{dv}{dt} = 0$	$\frac{v^2}{r} = G \times \frac{M}{r^2}$
soit : v = constante	soit : $v = \sqrt{\frac{G \times M}{r}}$ (schéma **C**)
Le mouvement de la planète est uniforme dans le référentiel astrocentrique.	On retrouve v = constante, car G, M et r sont des constantes.

- Le vecteur vitesse $\vec{v}$ du satellite a donc pour expression :

$$\vec{v} = \sqrt{\frac{G \times M}{r}}\,\vec{u}_t$$

L'application de la **deuxième loi de Newton** dans le **repère de Frenet** permet de déterminer les caractéristiques des vecteurs vitesse et accélération du centre de masse d'un système en mouvement circulaire dans un champ de gravitation.

lycee.hachette-education.com/pc/tle

Lois de Kepler

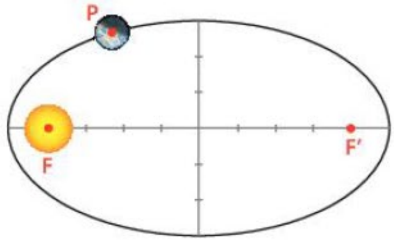
VIDÉO DE COURS

2 Les lois de Kepler

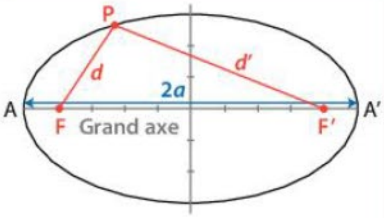
Au début du XVIIe siècle, en utilisant les résultats des observations de Tycho BRAHE (1546-1601), l'astronome Johannes KEPLER (1571-1630) formule trois lois qui décrivent le mouvement des planètes autour du Soleil.

a. Première loi de Kepler : loi des orbites

Dans le référentiel héliocentrique, la trajectoire du centre de masse d'une planète est une **ellipse** (schéma D) dont le centre de masse du Soleil est l'un des foyers.



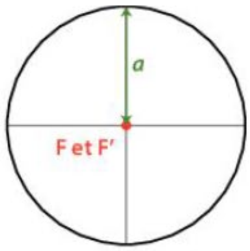
D Ellipses



> Une ellipse est une courbe plane, définie comme l'ensemble des points P vérifiant la relation :

$$FP + F'P = d + d' = 2a$$

F et F' sont appelés les foyers de l'ellipse. [AA'] est le grand axe de l'ellipse avec $AA' = 2a$.



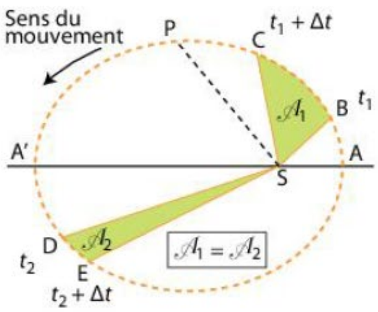
> Lorsque F et F' sont confondus, l'ellipse devient un cercle de rayon $r = a$.

b. Deuxième loi de Kepler : loi des aires

• Le segment de droite reliant les centres de masse du Soleil et de la planète balaie des **aires égales** pendant des **durées égales** (schéma E).

• La valeur de la vitesse d'une planète le long de sa trajectoire elliptique autour du Soleil **n'est pas constante** ; elle est maximale lorsque la planète est la plus proche du Soleil.

E Deuxième loi de Kepler



> Les aires $\mathscr{A}_1$ et $\mathscr{A}_2$, balayées pendant des durées Δt égales, sont égales. L'arc $\overset{\frown}{BC}$ est donc plus long que l'arc $\overset{\frown}{DE}$. Ces deux arcs étant parcourus pendant la même durée Δt, la valeur de la vitesse moyenne de la planète P entre B et C est supérieure à celle entre D et E.

c. Troisième loi de Kepler : loi des périodes

• Pour toutes les planètes du système solaire, le rapport entre le carré de la **période de révolution** T et le cube de la longueur a du **demi-grand axe** est égal à une même constante : $\frac{T^2}{a^3} = \text{constante}$.

• Dans l'approximation des trajectoires circulaires, le demi-grand axe a est égal au **rayon** r de la trajectoire.

La **période de révolution** T d'une planète est la durée qu'elle met pour faire un tour autour du Soleil. Elle s'écrit : $T = \frac{2\pi \times r}{v}$.

En remplaçant v par son expression trouvée page précédente, il vient :

$$T = \frac{2\pi \times r}{\sqrt{\frac{G \times M_S}{r}}}$$

soit :

$$T = 2\pi \times \sqrt{\frac{r^3}{G \times M_S}}$$

$$T^2 = 4\pi^2 \times \frac{r^3}{G \times M_S}$$

On a alors $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M_S}$ **= constante**, car G et M_S sont constantes.

Cette expression constitue la **troisième loi de Kepler** dans le cas d'un mouvement **circulaire**.

d. Généralisation

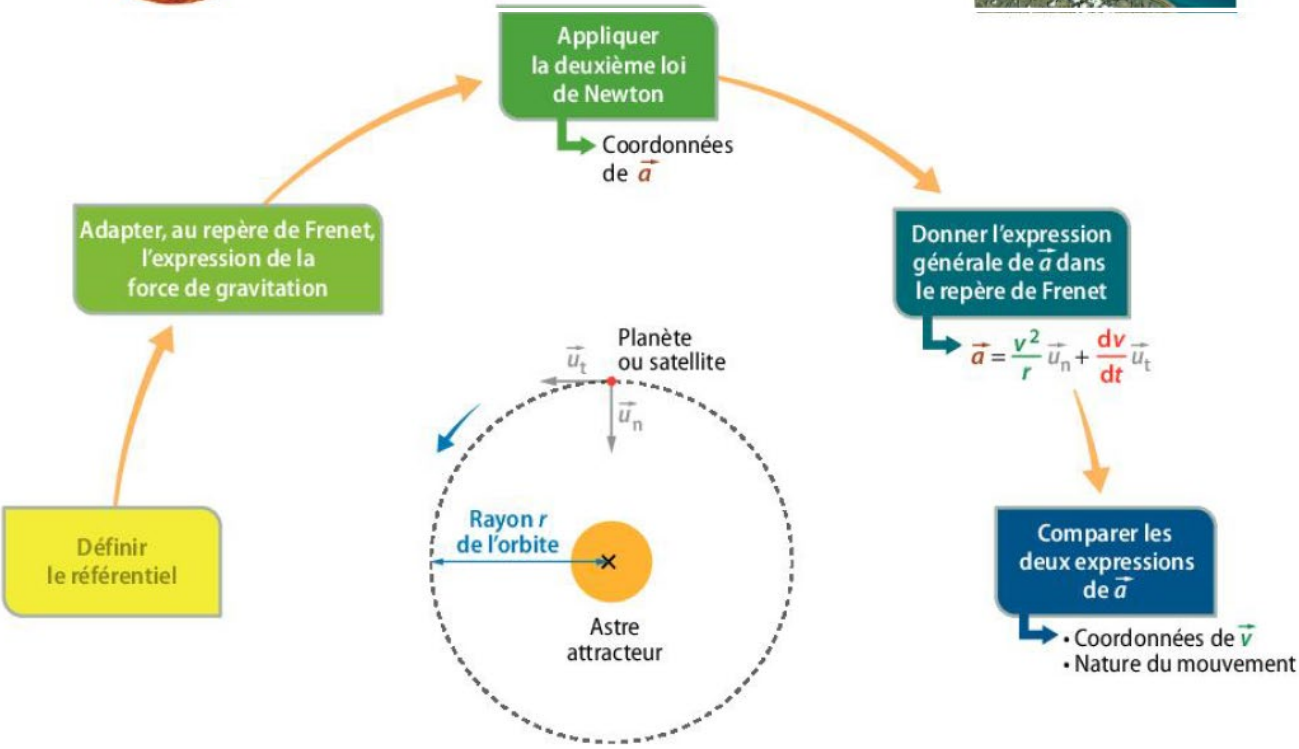
Les trois lois de Kepler énoncées dans le cas de planètes en orbite autour du Soleil peuvent être généralisées à tout satellite ou planète en orbite autour d'un astre de masse M. Elles permettent de prévoir leur mouvement.

L'essentiel

VIDÉO DE COURS
Lois de Kepler
QCM
Version interactive

1 Le mouvement des satellites et des planètes

Étude du mouvement circulaire du centre de masse d'une planète ou d'un satellite dans un référentiel astrocentrique supposé galiléen



2 Les lois de Kepler

Les trois lois de Kepler permettent d'étudier le **mouvement d'un corps autour d'un astre attracteur**.

L'application de la deuxième loi de Newton, dans le référentiel astrocentrique auquel est associé le repère de Frenet, permet de retrouver la troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire et uniforme :

Expression de T, période de révolution :

$$T = \frac{2\pi \times r}{v}$$

→ Remplacement de v par son expression établie à l'aide de la deuxième loi de Newton

→ Réarrangement de l'expression de T :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \times M} = \text{constante}$$

Troisième loi de Kepler dans le cas d'un mouvement circulaire