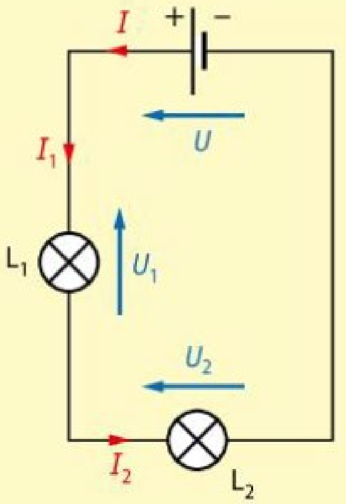
Avant d'aborder le chapitre

LES ACQUIS INDISPENSABLES

■ Seconde ■ 1^{re} Enseignement de spécialité

■ La tension et l'intensité du courant vérifient les lois des circuits électriques.

circuit série



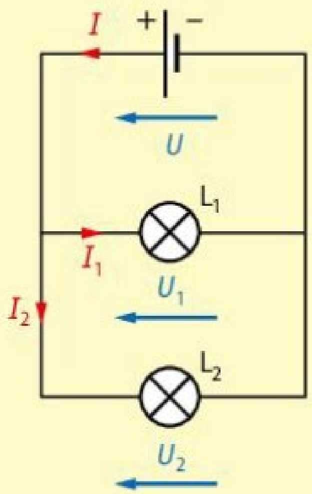
Loi d'unicité de l'intensité

$I = I_1 = I_2$

Loi d'additivité des tensions

$U = U_1 + U_2$

circuit en dérivation



Loi d'unicité des tensions

$U = U_1 = U_2$

Loi d'additivité des intensités

$I = I_1 + I_2$

■ Un conducteur ohmique est caractérisé par sa résistance électrique R qui s'exprime en ohm (Ω). Elle vérifie la loi d'Ohm :

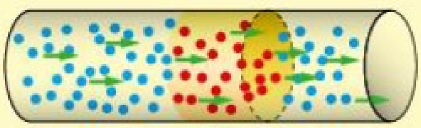
$$U = R \cdot I$$

tension (en **V**) → U ; résistance (en **Ω**) → R ; intensité (en **A**) → I

■ Les conducteurs contiennent des **porteurs de charges** libres de se déplacer : les électrons libres dans les métaux, les ions dans les solutions.

■ Lorsqu'ils sont soumis à une tension électrique, les porteurs de charges se déplacent de façon **ordonnée**.

■ Le **débit de charges électriques** est appelé **intensité du courant électrique** :



$$I = \frac{Q}{\Delta t}$$

intensité du courant électrique (en **A**) → I ; charge électrique traversant une section du circuit (en **C**) → Q ; pendant une durée Δt (en **s**) → Δt

1 Le modèle du condensateur

Intensité du courant électrique et charges électriques

L'existence d'un courant électrique dans un circuit électrique est due à un déplacement ordonné de porteurs de charges électriques. Dans les matériaux métalliques, ces porteurs de charges sont les électrons.

L'**intensité du courant électrique** correspond au débit de charges électriques, c'est-à-dire à la quantité d'électricité qui traverse la surface S du conducteur par seconde (FIG. 1).

Remarque. La quantité d'électricité est aussi appelée charge électrique. Elle est généralement notée q et s'exprime en coulomb (C).

En courant continu, l'intensité du courant I est constante ainsi que le débit de charge.

En courant variable, l'intensité du courant peut varier à chaque instant ; elle s'écrit comme une fonction dépendant du temps : $i(t)$.

L'intensité du courant électrique $i(t)$ est la dérivée par rapport au temps de la quantité d'électricité $q(t)$ qui traverse une section du conducteur :

$$\underbrace{i(t)}_{\text{intensité du courant (A)}} = \frac{\overbrace{\mathrm{d}q(t)}^{\text{quantité d'électricité (C)}}}{\underbrace{\mathrm{d}t}_{\text{temps (s)}}}$$

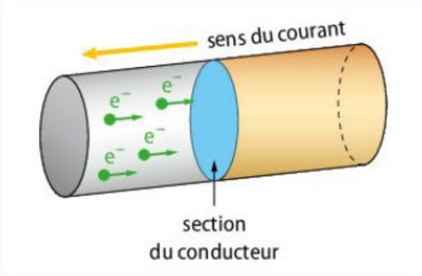
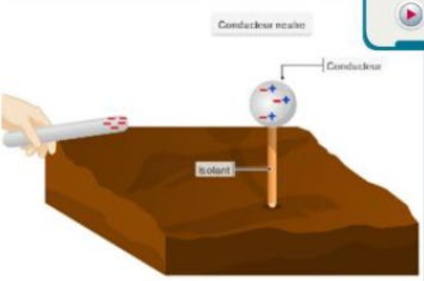


FIG. 1 L'intensité permet d'évaluer le débit de charge dans un conducteur.

ANIMATION
Condensation de l'électricité



Une animation sur la condensation de l'électricité.

Modèle du condensateur

Lorsque l'on approche un matériau conducteur chargé ❶ d'un autre conducteur non chargé ❷. Il se produit sur les faces en regard des deux matériaux ❶ et ❷ une accumulation de charges positives et négatives.

Ce phénomène, qui résulte d'interactions électrostatiques, est appelé condensation de l'électricité. L'ensemble des matériaux ❶ et ❷ forme un condensateur.

Un condensateur est un ensemble de deux conducteurs placés l'un en face de l'autre et séparés par un isolant.

Les deux conducteurs sont appelés armatures du condensateur.

Les armatures d'un condensateur chargé portent des charges égales en valeur absolue mais de signes opposés. Il existe une tension entre les armatures d'un condensateur chargé (FIG. 3).

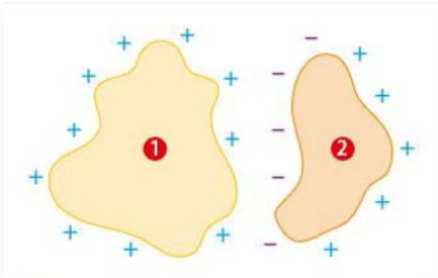


FIG. 2 Condensation de l'électricité.

Capacité du condensateur

La charge q portée par les armatures d'un condensateur est proportionnelle à la tension u entre les armatures. Le coefficient de proportionnalité, généralement noté C, est appelé **capacité du condensateur** et dépend des propriétés du condensateur utilisé :

$$\underbrace{q}_{\text{charge en coulomb (C)}} = \overbrace{C}^{\text{capacité (F)}} \cdot \underbrace{u}_{\text{tension (V)}}$$

Dans le système international d'unité, la capacité s'exprime en farad (**F**).

Les capacités usuelles ont souvent des valeurs plus faibles et s'expriment en microfarad (μ**F** $= 10^{-6}$ **F**) ou en nanofarad (**nF** $= 10^{-9}$ **F**) (FIG. 4).

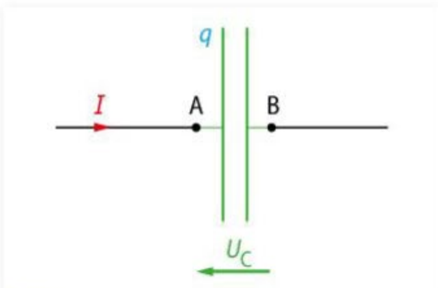


FIG. 3 Représentation symbolique d'un condensateur.

Comportement capacitif

Les deux résultats précédents permettent de démontrer que la tension aux bornes d'un condensateur et l'intensité du courant vérifient la relation :

$$\underbrace{i}_{\text{intensité du courant (A)}} = \overbrace{C}^{\text{capacité (F)}} \cdot \frac{d\underbrace{u}_{\text{tension (V)}}}{dt}$$

Cette équation différentielle implique que la tension et l'intensité sont deux grandeurs qui ne peuvent pas être en phase : c'est i qui est en avance de phase sur u.

Un dipôle pour lequel l'intensité et en avance de phase sur la tension a un comportement capacitif (FIG. 5).

Exemple de condensateur	Ordre de grandeur de la capacité
Démarrage de moteur électrique	10^{-4} F
Filtrage audio	10^{-5} à 10^{-6} F
Applications électroniques	10^{-7} à 10^{-9} F

FIG. 4 Capacité de quelques condensateurs.

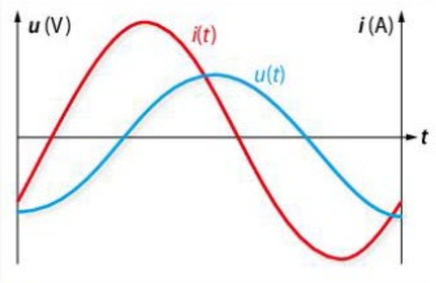


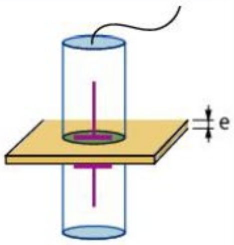
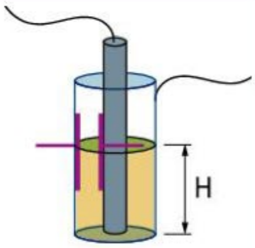
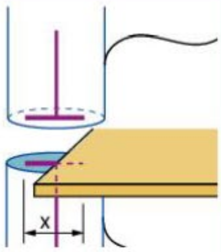
FIG. 5 Avance de phase de $i(t)$ sur $u(t)$.

Mesure de capacité et application aux capteurs

La capacité dépend de plusieurs paramètres, en particulier la surface des armatures, l'épaisseur et la nature du matériau isolant entre les armatures.

L'influence de ces grandeurs sur la valeur de la capacité permet d'expliquer le fonctionnement des **capteurs capacitifs**.

Ces dispositifs technologiques sont conçus pour réaliser la mesure de déplacement, d'épaisseur, de distance et de position. Ils fonctionnement sans contact, aussi bien avec des objets conducteurs ou isolants.

Capteur d'épaisseur	Capteur de niveau	Capteur de déplacement
		
Les deux faces du capteur jouent le rôle d'armatures	La paroi de la cuve et la sonde centrale jouent le rôle d'armatures, le liquide n'est pas conducteur	Les deux faces du capteur jouent le rôle d'armatures
La variation d'épaisseur entre les deux surfaces utilisées comme armature	La variation de niveau du liquide qui correspond à un changement de matériaux entre les armatures ...	Le passage d'un objet en déplacement entraîne la variation de la surface des armatures en regard et ...
... provoque une variation de la capacité qui peut être mesurée		

EXEMPLE

Les écrans tactiles fonctionnent sur le même principe que les capteurs capacitifs (FIG. 6). Une grille conductrice chargée, insérée entre deux plaques de verre joue le rôle de 1re armature et le doigt de l'utilisateur est la 2nde armature. L'apparition locale de ce condensateur est exploitée par le microprocesseur de commande du dispositif.

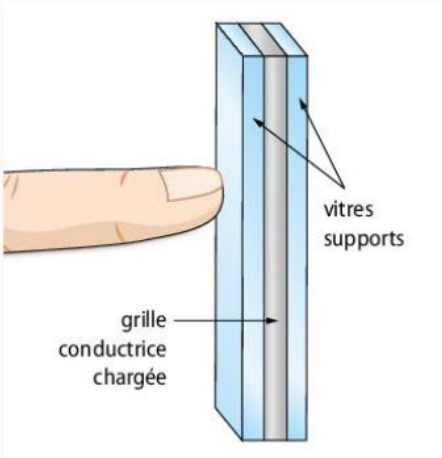


FIG. 6 Ecran tactile capacitif.

2 Le modèle du circuit RC série

On appelle **circuit RC série**, l'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R.

Charge d'un condensateur

Mise en équation

On considère un circuit RC série pour lequel le condensateur est initialement déchargé. On le relie via un interrupteur à un générateur idéal de tension continue E (FIG. 7).

Lorsque l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$, le condensateur est déchargé et la tension u_C à ses bornes est donc nulle. Elle augmente ensuite progressivement au fur et à mesure de la charge du condensateur. Les lois de l'électricité permettent d'exprimer u_C et de calculer sa valeur en fonction du temps.

À chaque instant t, la loi d'additivité des tensions permet d'écrire : $E = u_C + u_R$

D'après la loi d'Ohm, on peut écrire : $u_R = R \cdot i$.

L'équation précédente devient : $E = u_C + R \cdot i$

De plus, $q = C \cdot u_C$ et $i = \frac{dq}{dt}$ donc $i = C \cdot \frac{du_C}{dt}$

On en déduit que la tension u_C vérifie l'équation différentielle :

$$E = u_C + R \cdot i \cdot \frac{du_C}{dt} \quad \text{soit} \quad \frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = \frac{E}{R \cdot C}$$

Si un circuit RC série est relié à un générateur délivrant une tension E, le condensateur se charge et la tension u_C à ses bornes vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = \frac{E}{R \cdot C}$$

Résolution

Cette équation différentielle linéaire du premier ordre admet les solutions de la forme :

$$u_C(t) = A \cdot e^{\alpha \cdot t} + B \text{ où A, B et } \alpha \text{ sont des constantes.}$$

À l'instant $t = 0$, la tension u_C est nulle car le condensateur est déchargé. L'équation précédente devient :

$$u_C(0) = A \cdot e^{\alpha \cdot 0} + B \leftrightarrow 0 = A + B \leftrightarrow B = -A$$

L'équation $u_C(t)$ s'écrit alors : $u_C(t) = A \cdot e^{\alpha \cdot t} - A$

Pour déterminer ces constances, on reporte cette expression dans l'équation différentielle précédente :

$$A \cdot \left(\alpha + \frac{1}{R \cdot C}\right) \cdot e^{\alpha \cdot t} - \frac{A}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C} \text{ d'où } A \cdot \left(\alpha + \frac{1}{R \cdot C}\right) \cdot e^{\alpha \cdot t} = 0 \text{ et } -\frac{A}{R \cdot C} = \frac{E}{R \cdot C}$$

On en déduit que $\alpha = -\frac{1}{R \cdot C}$ et $A = -E$.

On reporte ces résultats dans l'expression de $u_C(t)$ précédente :

$$u_C(t) = -E \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C}t} + E \quad \text{soit} \quad u_C(t) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{1}{R \cdot C}t}\right)$$

Cette expression correspond à une fonction croissante (FIG. 8)

Dans un circuit RC série, la tension aux bornes du condensateur augmente progressivement jusqu'à la valeur imposée par le générateur.

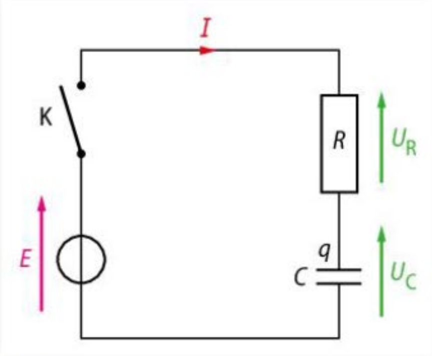
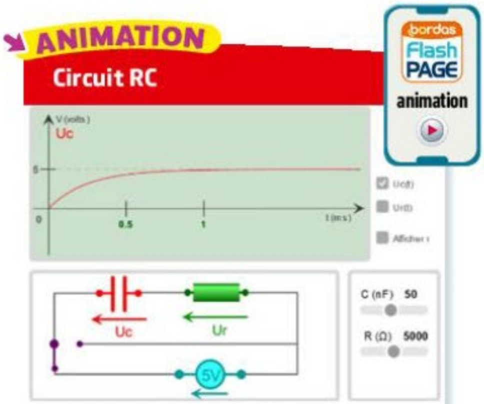


FIG. 7 Circuit RC afin d'étudier la charge du condensateur.

ANIMATION



Une animation sur la réponse d'un circuit RC.

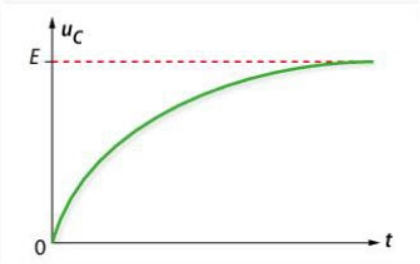


FIG. 8 Évolution de la tension aux bornes du condensateur.

VOCABULAIRE

- Dans l'intervalle où la tension u_C aux bornes du condensateur varie, on parle de **régime transitoire**. Lorsque la tension u_C atteint la valeur E et ne varie plus, on parle de **régime permanent**.

Décharge d'un condensateur

Mise en équation

On considère un circuit RC série pour lequel le condensateur est initialement chargé (FIG. 9).

Lorsque l'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$, le condensateur est chargé et la tension u_C à ses bornes est donc égale à E. Elle diminue ensuite progressivement au fur et à mesure de la décharge du condensateur.

Si un circuit RC série dans lequel le condensateur est initialement chargé, le condensateur se décharge progressivement et la tension u_C à ses bornes vérifie l'équation différentielle suivante :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} u_C = 0$$

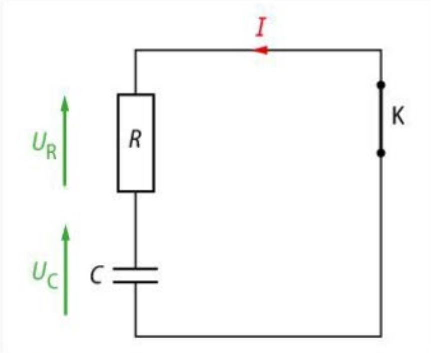


FIG. 9 Circuit RC afin d'étudier la décharge du condensateur.

Résolution

Cette équation différentielle linéaire du premier ordre se résout de la même manière que précédent. On obtient : $\alpha = -\frac{1}{R \cdot C}$; $A = E$ et $B = 0$.

On en déduit que $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{1}{R \cdot C} \cdot t}$

Cette expression correspond à une fonction décroissante (FIG. 10).

Dans un circuit RC série, la tension aux bornes du condensateur chargé diminue progressivement jusqu'à s'annuler.

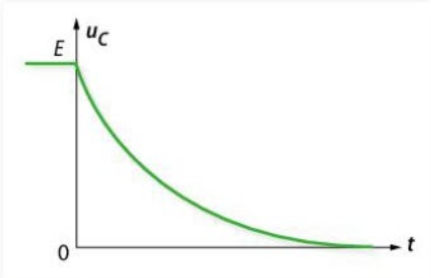


FIG. 10 Évolution de la tension aux bornes du condensateur.

Constante de temps d'un circuit RC

Le produit R · C apparaît dans les expressions de $u_C(t)$ établies précédemment.

Le produit R · C est appelé **constante de temps** du circuit RC série, il est généralement noté τ. Il est homogène à un temps et s'exprime en seconde (s).

La valeur de la constante de temps τ, permet d'évaluer la durée de charge ou de décharge du condensateur. On considère qu'un condensateur est totalement chargé ou déchargé au bout de 5 τ.

EXEMPLE

On étudie la charge d'un circuit RC avec $R = 10$ **kΩ** et $C = 1{,}0$ **µF** (courbe verte – FIG. 10).

La constante de temps vaut :

$\tau = R \cdot C = 10 \times 10^3 \cdot 1{,}0 \times 10^{-6} = 10 \times 10^{-3}$ **s** = 10 **ms**.

On peut dire que le condensateur sera totalement chargé au bout de 50 ms.

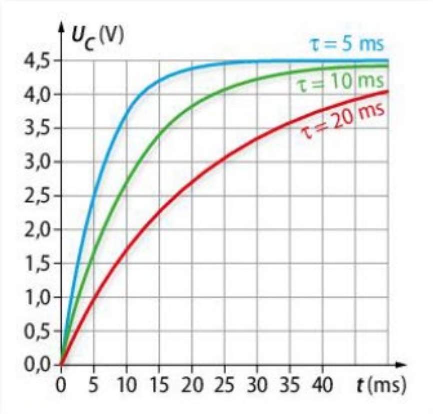


FIG. 11 Influence de la constante de temps sur la charge d'un condensateur.

La durée de charge ou de décharge d'un condensateur ne dépend que de la valeur de la résistance et de la capacité.

Plus la valeur de la constante de temps τ est grande, plus la durée de charge ou de décharge du condensateur augmente (FIG. 11).

Il est possible de déterminer graphiquement la valeur de τ de deux manières différentes (FIG. 12) :

- on calcule $u_C(\tau)$ puis on lit graphiquement l'abscisse τ ;
- on trace le point d'intersection de la tangente à l'origine de $u_C(t)$ et son asymptote horizontale, l'abscisse de ce point est τ.

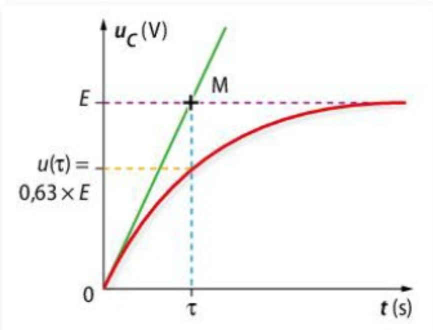


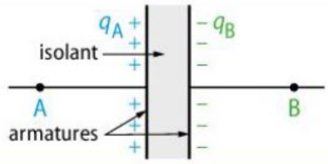
FIG. 12 Détermination graphique de la constante de temps.

■ Le vocabulaire à retenir
■ Les relations à connaître

FICHE MÉMO PRÉPA BAC

1 Le modèle du condensateur

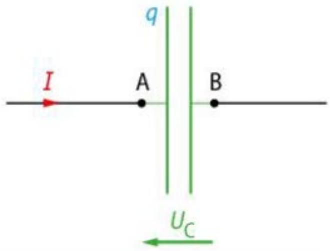
Un **condensateur** est composé de deux armatures chargées électriquement et d'un isolant.



La charge électrique q stockée par le condensateur est liée à l'intensité I du courant qui traverse le condensateur et à la tension u à ses bornes :

intensité du courant (**A**) → $\boldsymbol{i = \frac{dq}{dt}}$ ← charge électrique (**C**) → $\boldsymbol{q = C \cdot u}$ ← tension (**V**) ; capacité du condensateur (**F**)

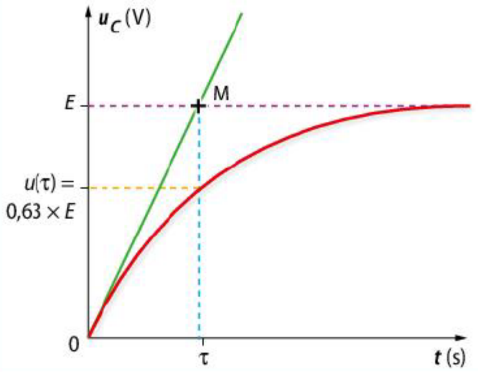
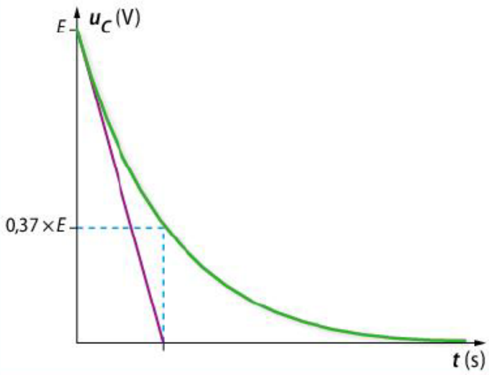
La **capacité** d'un condensateur dépend de sa géométrie et sa structure. Cette propriété explique le fonctionnement des **capteurs capacitifs**.



Le **comportement capacitif** d'un dipôle se traduit par une avance de phase de l'intensité sur la tension à ses bornes.

2 Le modèle du circuit RC série

Un **circuit RC série** est caractérisé par un régime transitoire au cours duquel le condensateur se charge ou se décharge progressivement.

	Modélisation de la charge du condensateur	Modélisation de la décharge du condensateur
Équation différentielle	$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} u_C = \frac{E}{R \cdot C}$	$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot u_C = 0$
Solution	Si pour $t = 0$, $u_C = 0$, alors : $u_C(t) = E \cdot \left(1 - e^{-\frac{t}{R \cdot C}}\right)$	Si pour $t = 0$, $u_C = E$, alors : $u_C(t) = E \cdot e^{-\frac{t}{R \cdot C}}$
Représentation graphique		

La **constante de temps** τ d'un condensateur se mesure en farad (symbole F) et permet d'évaluer l'ordre de grandeur de la durée de charge ou de décharge. Elle est égale à :

temps caractéristique (**s**) → $\boldsymbol{\tau = R \cdot C}$ ← capacité du condensateur (**F**) ; résistance (**Ω**)