Les circuits électriques

Un débit de charges électriques

L'intensité / du courant électrique est le rapport de la charge électrique Q ayant traversé une section de conducteur pendant la durée Δt .

$$I = A \longrightarrow I = \frac{Q}{\Delta t} \leftarrow Q = C$$

$$\Delta t = C$$

Dans un circuit série

L'intensité du courant électrique est la même en tout point d'une portion de circuit comportant des dipôles associés en série.

Loi d'Ohm

La tension $U_{\rm AB}$ aux bomes du conducteur ohmique est proportionnelle à l'intensité Idu courant qui le traverse.

$$A \xrightarrow{R} B$$

$$U_{AB} = R \times I$$

$$R \in \Omega$$

R est la résistance du conducteur ohmique.

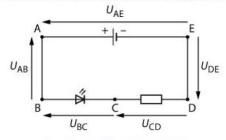
CIRCUITS ÉLECTRIQUES

Intensité électrique

Tension électrique

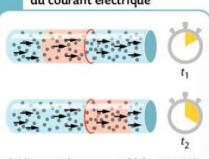
Loi des mailles

Dans une maille, la somme des tensions fléchées dans un sens de parcours de la maille est égale à la somme des tensions fléchées dans l'autre sens.



 $U_{AB} + U_{BC} + U_{CD} + U_{DE} = U_{AE}$

A Aspect microscopique du courant électrique



 L'intensité correspond à la quantité de charges ayant traversé la section d'un conducteur pendant une durée Δt.

Si, à l'échelle microscopique, le déplacement des charges est très lent, à l'échelle macroscopique, la propagation d'un signal électrique est très rapide.

Condensateurs



Condensateur naturel



> Une accumulation de charges électriques peut aussi avoir lieu entre un nuage et le sol. Si le champ électrique entre la surface de base du nuage et le sol devient trop important, un arc électrique se déclenche. C'est l'éclair d'un orage.

1 L'intensité du courant électrique

- Un courant électrique correspond à un déplacement d'ensemble de charges électriques.
- En régime permanent indépendant du temps, lorsqu'une quantité de charge électrique Q traverse une section de conducteur pendant une durée Δt (schéma \triangle), l'intensité l du courant est donnée par :

$$I \text{ en A}$$
 $I = \frac{Q}{\Delta t}$ $\Delta t \text{ en S}$

• En régime variable, c'est-à-dire dépendant du temps, l'intensité du courant électrique varie. La définition précédente reste valable en faisant tendre la durée Δt vers zéro. Pendant une durée infiniment courte dt, une charge électrique infiniment petite, notée alors δq , traverse une section de conducteur. L'intensité i du courant est alors $i=\frac{\delta q}{dt}$.

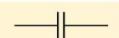
Quel que soit le régime de fonctionnement du circuit, l'intensité du courant électrique est un **débit** de charges électriques. Pour une **portion de conducteur électrique**, l'intensité du courant est la dérivée de la charge électrique par rapport au temps : $i = \frac{dq}{dt}$.

2 Le condensateur

a. Constitution d'un condensateur

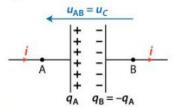
- Dans de nombreux dispositifs électroniques, on trouve des **condensateurs**, de formes et de tailles différentes (photographie), caractérisés par une capacité C et une tension maximale de fonctionnement.
- Les condensateurs sont composés de deux surfaces conductrices placées face à face et séparées par un matériau isolant appelé diélectrique. Ces surfaces sont appelées les armatures du condensateur.

Dans un circuit électrique, le symbole normalisé du condensateur est :



b. Comportement d'un condensateur et capacité

• Un condensateur se charge lorsqu'il est soumis à une tension électrique. Un courant électrique circule, ce qui permet à des charges de signes opposés de s'accumuler sur chacune des surfaces conductrices. Un champ électrique apparaît alors entre les armatures (photographie ©).



Par la suite, la tension u_{AB} aux bornes du condensateur sera notée u_C pour alléger les notations.

L'aptitude d'un condensateur à accumuler sur ses surfaces conductrices un grand nombre de charges électriques est appelée **capacité**. Notée *C*, elle caractérise un condensateur et s'exprime en **farad** (F).

 La capacité d'un condensateur est souvent proportionnelle à la surface des armatures et inversement proportionnelle à la distance qui les sépare. Capteur capacitif

Interface électronique Conversion du toucher en coordonnées x, y Grille conductrice Modification du champ électrique Écran tactile

Signe de l'intensité du courant électrique

Si q_A augmente, alors :

$$\frac{\mathrm{d}q_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}t}>0\ \mathrm{et}\ i>0$$

Si q_A diminue, alors :

$$\frac{\mathrm{d}q_{\mathrm{A}}}{\mathrm{d}t} < 0 \,\mathrm{et}\, i < 0$$

lycee.hachette-education.com/pc/tle



Les condensateurs usuels ont souvent des capacités de quelques microfarads (1 μ F = 1 × 10⁻⁶ F) ou nanofarads (1 μ F = 1 × 10⁻⁹ F).

 Pour une tension donnée, plus la capacité d'un condensateur est grande, plus il emmagasine de charges sur ses armatures.

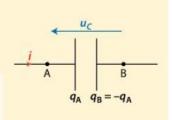
Pour détecter la présence d'un objet à proximité ou un déplacement (photographie), les capteurs capacitifs peuvent utiliser la mesure de la variation de diverses grandeurs : capacité, charge des surfaces conductrices ou champ électrique à l'intérieur du condensateur.

Exemple: La surface en verre d'un écran capacitif de smartphone (schéma E) comprend une grille de fils très fins électriquement chargée. Lorsqu'un doigt touche l'écran, des charges électriques sont transférées entre le doigt et l'écran, modifiant localement le champ électrique créé par ces fils. La détection de ces variations permet au téléphone de localiser la zone de contact doigt-écran.

Relation entre la charge électrique et la tension pour un condensateur

À tout instant, la charge $q_A(t)$ de l'armature A d'un condensateur, notée plus simplement q_A , est proportionnelle à la tension u_C à ses bornes :

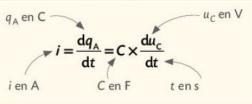
$$q_A$$
 en C $q_A = C \times u_C$ $u_C = u_{AB}$ en V



De plus, l'intensité du courant est la dérivée de la charge électrique q_A par rapport au temps : $i = \frac{dq_A}{dt}$.

Donc
$$i = \frac{dC}{dt} \times u_C + C \times \frac{du_C}{dt} = 0 + C \times \frac{du_C}{dt}$$
 car C est une constante.

L'intensité i(t) du courant électrique dans la branche d'un condensateur, notée plus simplement i, s'exprime par :



Le signe de l'intensité i du courant dépend du sens de variation de q_A (INFO), donc de celui de u_C .

3 Le modèle du circuit RC série

a. Charge et décharge d'un condensateur

L'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R constitue un **dipôle RC**.

Étudions comment se charge ou se décharge le condensateur d'un tel dipôle lorsqu'une tension constante est appliquée entre ses bornes.

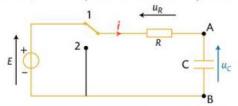
CAS DE LA CHARGE

CAS DE LA DÉCHARGE

Schéma du circuit électrique

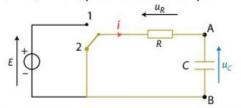
Un condensateur est initialement déchargé ($u_C = 0 \text{ V}$), et l'interrupteur est en position 2.

À la date t = 0 s, l'interrupteur est basculé en position 1.



Un condensateur est initialement chargé tel que $u_C = E$, et l'interrupteur est en position 1.

À la date t = 0 s, l'interrupteur est basculé en position 2.



Établissement de l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_c(t)$ notée plus simplement u_c

D'après la loi des mailles : $u_R + u_C = E$.

Or,
$$u_R = R \times i$$
 et $i = C \times \frac{du_C}{dt}$.

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur lors de sa charge :

$$R \times C \times \frac{du_C}{dt} + u_C = E$$

qui s'écrit aussi :
$$\frac{du_C}{dt} = \frac{-1}{R \times C} \times u_C + \frac{E}{R \times C}$$

C'est l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur lors de sa charge. D'après la loi des mailles : $u_R + u_C = 0$.

Or,
$$u_R = R \times i \text{ et } i = C \times \frac{du_C}{dt}$$
.

On en déduit l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes du condensateur lors de sa décharge :

$$R \times C \times \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

qui s'écrit aussi :

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{-1}{R \times C} \times u_C$$

C'est l'équation différentielle vérifiée par la tension aux bornes d'un condensateur lors de sa décharge.

Détermination de la solution de l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C

Les solutions d'une équation différentielle y' = ay + b (avec $a \ne 0$) sont de la forme $y = K \times e^{ax} - \frac{b}{a}$ avec K une constante d'intégration réelle. Ici, la fonction y est la tension u_C , la variable x est le temps t, la constante a est $-\frac{1}{R \times C}$, la constante b est $-\frac{E}{R \times C}$ (charge) ou zéro (décharge).

Les solutions de l'équation différentielle sont donc de la forme :

$$u_C = K \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + E$$

Les solutions de l'équation différentielle sont donc de la forme :

$$u_C = K \times e^{-\frac{t}{R \times C}}$$

Pour déterminer la constante d'intégration K, il faut utiliser les conditions initiales de la charge ou de la décharge du dipôle RC.

Le condensateur est ici initialement déchargé $(q_A(0) = 0)$. À t = 0 s, la tension aux bornes du condensateur est donc nulle :

$$u_C(0) = \frac{q_A(0)}{C} = 0$$

Il vient ainsi : $0 = K \times e^{-\frac{0}{R \times C}} + E$. Or $e^0 = 1$, d'où K = -E.

La solution de l'équation différentielle est donc :

$$u_C = -E \times e^{-\frac{t}{R \times C}} + E$$
, d'où: $u_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{R \times C}}\right)$

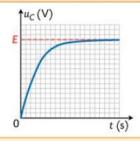
Le condensateur est ici initialement chargé $(u_C(0) = E)$. À t = 0 s, la tension aux bornes du condensateur est donc E:

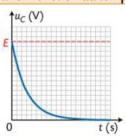
$$u_{C}(0) = E$$
Il vient ainsi : $E = K \times e^{-\frac{0}{R \times C}}$. Or $e^{0} = 1$, d'où $K = E$.

La solution de l'équation différentielle est donc :

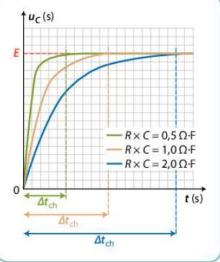
$$u_C = E \times e^{-\frac{t}{R \times C}}$$

Allure de la courbe donnant la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps





F Influence de R × C sur la durée de charge Δt_{ch} du condensateur



b. Temps caractéristique

- Les équations précédentes montrent que u_C dépend du produit $R \times C$. Plus $R \times C$ est grand et plus la durée de charge $\Delta t_{\rm ch}$ (ou de décharge $\Delta t_{\rm d\acute{e}}$) est grande (courbes [5]).
- Procédons à une analyse dimensionnelle du produit $R \times C$. La résistance R s'exprime en ohm (Ω).

D'après la loi d'Ohm, $R = \frac{u}{i}$, il vient 1 $\Omega = 1 \vee A^{-1}$.

La capacité C s'exprime en farad (F).

D'après la relation $i = C \times \frac{du_C}{dt}$, on déduit 1 $F = 1 \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1}$.

Donc le produit $R \times C$ s'exprime en $V \cdot A^{-1} \times A \cdot s \cdot V^{-1} = s$.

Le **temps** caractéristique τ de la charge ou de la décharge d'un dipôle RC, aussi appelé constante de temps, est défini par :

$$\tau$$
 en s $\tau = R \times C \times C$ en F

- τ permet de déterminer la **durée** de la charge ou de la décharge d'un dipôle *RC*. En effet, la solution de l'équation différentielle montre que pour une durée de 5τ , la tension u_C a atteint sa valeur finale (E en charge ou 0 V en décharge) avec un écart de moins de 1 %. Le régime **variable**, appelé régime transitoire, est alors considéré comme terminé. Il est remplacé par un régime **permanent stationnaire** (u_C et i sont devenues constantes).
- ullet Il est possible de déterminer graphiquement le temps caractéristique au grâce à plusieurs méthodes (courbes ci-dessous).

Les **méthodes graphiques** de détermination du temps caractéristique τ nécessitent l'**exploitation de la solution de l'équation différentielle** vérifiée par la tension u_C aux bornes du condensateur lors d'une charge ou d'une décharge.

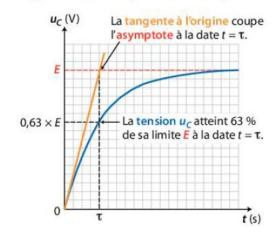
Exemple de détermination de τ par lecture graphique ou par tracé de la tangente à l'origine

Dans le cas de la charge du dipôle RC initialement déchargé, la solution de l'équation différentielle est :

$$u_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{R \times C}}\right)$$

Pour $t = \tau = R \times C$, on obtient :

$$u_C(\tau) = E \times (1 - e^{-1}) = E \times (1 - 0.37) = 0.63E$$

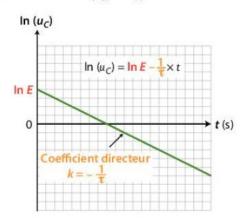


Exemple de détermination de au par linéarisation

Dans le cas de la décharge du dipôle RC initialement chargé, la solution de l'équation différentielle est :

$$u_C = E \times e^{-\frac{t}{R \times C}} \Leftrightarrow \ln(u_C) = \ln E - \frac{1}{RC} \times t$$

 $\tau = R \times C$ est l'opposé de l'inverse du coefficient directeur k de la droite $\ln(u_C) = f(t)$.





VIDÉO DE COURS

Charge et décharge d'un condensateur

QCM

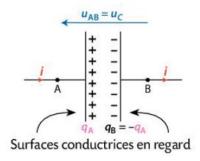
Version interactive

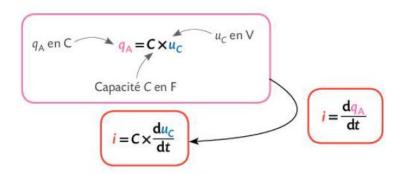
1 L'intensité du courant électrique

L'intensité i du courant électrique est un **débit de charges électriques** quel que soit le régime de fonctionnement. Pour une portion de conducteur électrique, l'intensité du courant est la dérivée de la charge électrique par rapport au temps :

$$i \text{ en A}$$
 $i = \frac{dq}{dt}$ $q \text{ en C}$

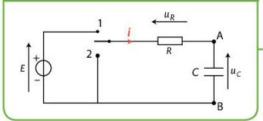
2 Le condensateur





3 Le modèle du circuit RC série

Circuit d'étude



Établissement de l'équation différentielle vérifiée par u_C

- · Application de la loi des mailles
- · Application de la loi d'Ohm
- · Utilisation de la relation :

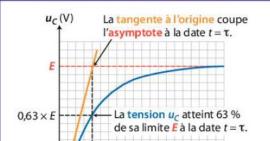
$$q_A = C \times u_C$$

 Présentation de l'équation différentielle sous la forme :

$$y' = a \times y + b$$
 (où $a \neq 0$)

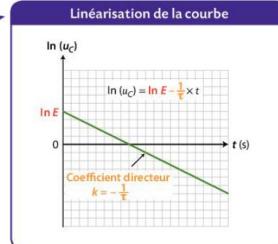
Résolution de l'équation différentielle

- Rappel de la forme des solutions de l'équation différentielle $u_C = f(t)$
- Utilisation des conditions initiales pour trouver la constante d'intégration



Tangente à t = 0 s ou tension à $t = \tau$

Détermination du temps caractéristique $\tau = R \times C$ par exploitation graphique de la solution de l'équation différentielle



t (s)