FICHE MÉTHODE 7

Exprimer les incertitudes de mesure

1 Écrire un résultat de mesure

a. Variabilité d'une mesure physique

Une mesure ne peut jamais conduire à une valeur vraie, rigoureusement certaine, mais seulement à des valeurs approchées. On parle de **variabilité** ou de **dispersion** d'une mesure.

Pour évaluer la dispersion d'une mesure, on utilise une grandeur appelée **incertitude-type**. Elle traduit le doute qui existe entre le résultat de cette mesure et la valeur vraie.

L'incertitude-type définit un **intervalle** dans lequel la valeur « vraie » se trouve probablement.

L'incertitude-type est généralement notée u et elle est arrondie en conservant généralement 1 chiffre significatif. Le résultat de la mesure est alors arrondi à la même décimale.

b. Valeur mesurée et valeur de référence

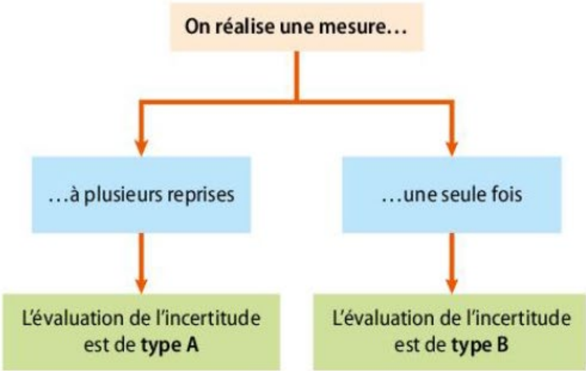
Lorsque l'on dispose du résultat x_{mes} d'une mesure et de son incertitude-type $u(x)$, il est possible de comparer ce résultat à une valeur de référence x_{ref}. Cette valeur peut-être par exemple prévue théoriquement, indiquée par le fabriquant ou extraite de travaux scientifiques.

Pour comparer quantitativement ces valeurs, on calcule le rapport Q suivant :

$$Q = \frac{|x_{mes} - x_{ref}|}{u(x)}$$

À partir de ce calcul on pourra dire que la valeur mesurée et la valeur de référence sont compatibles à $Q \cdot u(x)$ près.

c. Deux méthodes d'évaluation de l'incertitude-type



2 Exploiter une série de plusieurs mesures : évaluation de type A

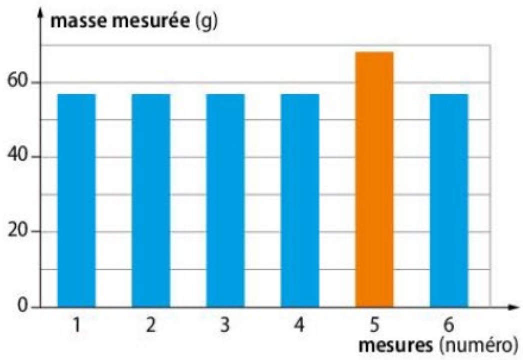
a. Série de mesures

La variabilité d'une mesure apparaît lorsque l'on répète plusieurs fois la mesure d'une même grandeur dans les mêmes conditions expérimentales.

EXEMPLE

Si l'on mesure à plusieurs reprises la masse d'un échantillon, le résultat affiché par la balance peut varier. Cela s'explique par de nombreux paramètres :
- fonctionnement de l'instrument,
- position de l'échantillon sur le plateau,
- limite de l'affichage,
- température de la pièce,
- etc.

Mesure n°	1	2	3	4	5	6
Masse (g)	57,2	57,2	56,8	57,4	58,2	57,0



b. Analyse qualitative : l'histogramme

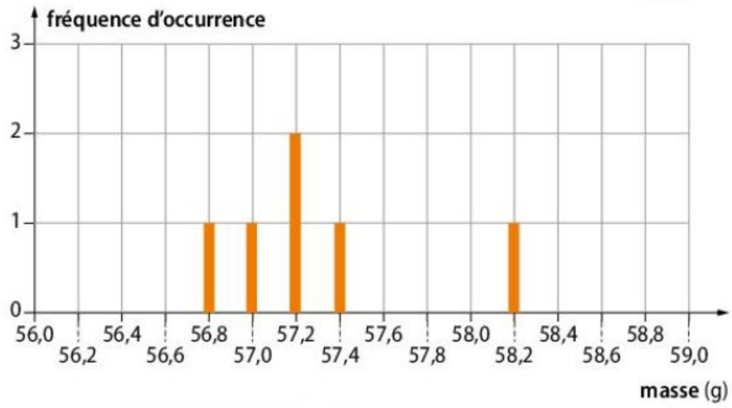
À l'aide d'un tableur, on illustrera la variabilité d'une mesure en réalisant un **histogramme**. Un histogramme donne la fréquence d'occurrence pour chaque valeur mesurée. Il permet de se rendre compte de l'ampleur de la dispersion des valeurs des mesures effectuées.

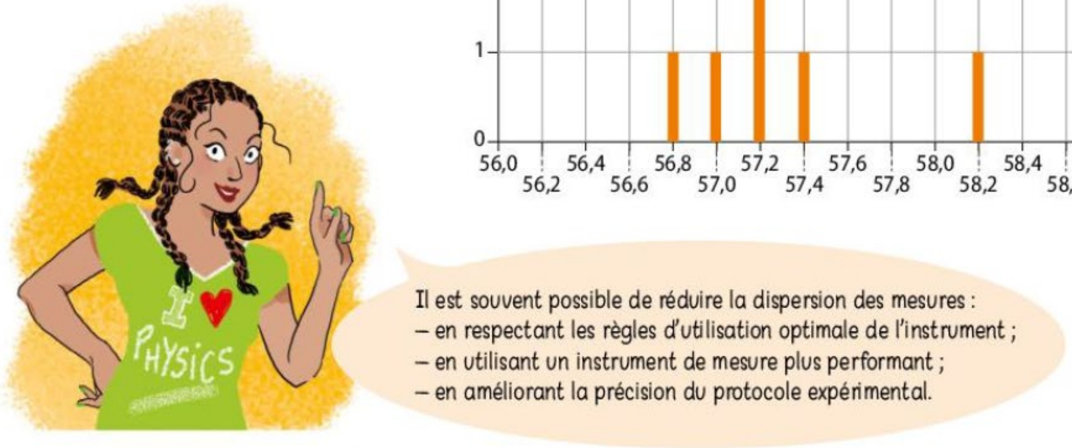
Quand un résultat dans une série de mesures est très éloigné des autres, on dit qu'il est aberrant. Il devra être écarté afin de réduire la dispersion.

EXEMPLE

Dans l'exemple précédent, les mesures sont assez peu dispersées sauf la mesure n° 5.

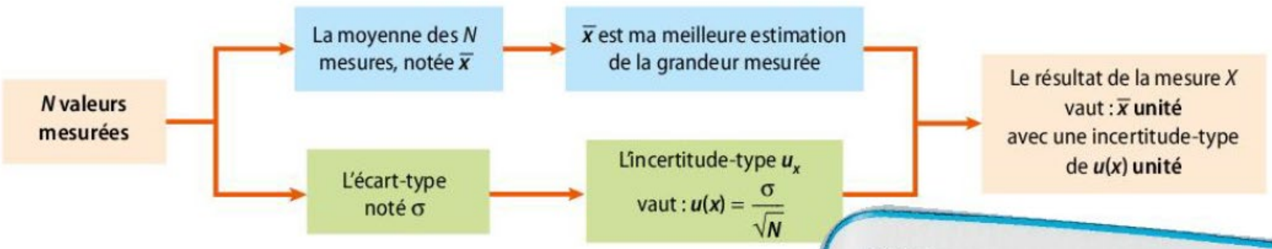
On dira que le résultat de la mesure n° 5, qui est très éloigné des autres, est aberrant.





a. Calculer l'incertitude-type sur une série de mesures

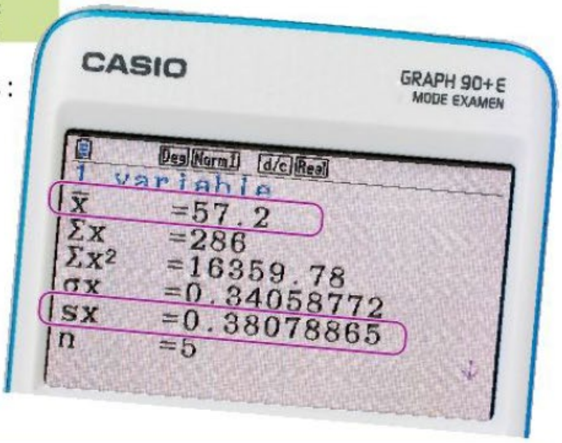
Lorsque l'on réalise plusieurs mesures d'une même grandeur, il est possible de calculer la meilleure estimation du résultat ainsi que la valeur de l'incertitude-type associée. Pour cela, on utilise les outils statistiques des calculatrices scientifiques de la façon suivante :



Au lycée, on écrit les incertitudes en respectant les règles suivantes :

– l'incertitude-type d'une mesure est écrite avec **un ou deux chiffres significatifs** ;

– l'incertitude-type est **arrondie**, par excès, **à la même décimale que la valeur mesurée**.



EXEMPLE

Sur l'exemple précédent où l'on mesure une masse m, on a conservé cinq valeurs. On a donc $N = 5$.

On calcule la moyenne $\bar{m}$ et l'écart-type expérimental s_m en utilisant le menu statistique de la calculatrice (figure ci-contre) :

$$\bar{m} = 57{,}2 \quad \text{et} \quad s_m = 0{,}38078...$$

On calcule l'incertitude-type :

$$u(m) = \frac{s_m}{\sqrt{N}}$$

soit $$u(m) = \frac{0{,}38078}{\sqrt{5}} = 0{,}17029...$$

On écrit le résultat final : la masse vaut $m = 57{,}2$ g avec une incertitude-type de 0,2 g.

VERS L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR...

Dans le domaine scientifique, les incertitudes sont généralement données pour garantir un niveau de confiance se rapprochant de 100 %.

Pour atteindre cet objectif, les incertitudes-types u_X sont remplacées par les ***incertitudes élargies U(X)****.*

Ces deux grandeurs sont reliées par un coefficient k appelé coefficient de Student :

$$U(X) = k \times u(X)$$

Pour un niveau de confiance de 95 %, k = 2.

3 Exploiter une mesure unique : évaluation de type B

a. Principales sources d'incertitude sur le résultat d'une mesure

Dans de nombreuses activités expérimentales, il n'est pas possible de réaliser plusieurs fois la mesure d'une grandeur pour observer sa variabilité. Par exemple, lorsqu'on ne dispose pas de matériel suffisant ou quand la réalisation d'une mesure demande trop de temps pour être répétée.

Dans ces conditions, il faut se contenter d'une mesure unique de la grandeur étudiée pour laquelle il est néanmoins possible obtenir une estimation d'une incertitude-type. Deux cas sont possibles dans les activités expérimentales du lycée :

La grandeur à mesurer est …

- … facile à repérer avec l'instrument utilisé.
  - valeur lue sur un appareil numérique ;
  - niveau d'un liquide sur une graduation ;
  - dimension d'un objet aux contours nets ;
  - position unique, etc.

  L'incertitude est principalement due aux **caractéristiques de l'instrument**.

- … difficile à repérer avec l'instrument utilisé.
  - teinte d'une solution ;
  - netteté d'une image ;
  - dimension d'un objet aux contours irréguliers, etc.

  L'incertitude est principalement due à la **lecture du résultat**.

b. Évaluer l'incertitude-type lorsque la grandeur est facile à repérer

Souvent, la grandeur mesurée est suffisamment nette et stable pour être repérée sans difficulté. Dans ce cas, on considère que l'incertitude sur la mesure est principalement due à la précision avec laquelle l'instrument permet de lire le résultat.

En première approximation, il est donc possible d'estimer l'incertitude type de la façon suivante :

b. Évaluer l'incertitude-type lorsque la grandeur est facile à repérer

Souvent, la grandeur mesurée est suffisamment nette et stable pour être repérée sans difficulté. Dans ce cas, on considère que l'incertitude sur la mesure est principalement due à la précision avec laquelle l'instrument permet de lire le résultat.

En première approximation, il est donc possible d'estimer l'incertitude type de la façon suivante :

Pour un **instrument gradué** (règle, thermomètre, pipette, etc.), l'utilisateur identifie la plus petite graduation visible.

L'incertitude-type est égale à la moitié de la plus petite graduation visible :

$$u = \frac{\text{graduation}}{2}$$

Pour un instrument à **affichage numérique** (multimètre, conductimètre, balance, etc.), on identifie le dernier chiffre affiché (digit).

L'incertitude-type est égale à la moitié du dernier chiffre affiché :

$$u = \frac{\text{digit}}{2}$$

c. Évaluer l'incertitude-type lorsque la grandeur est difficile à repérer

Lors de la réalisation d'expériences, il est courant de ne pas pouvoir donner un résultat unique pour une mesure. Par exemple, lorsque la valeur affichée par l'instrument varie ou quand la grandeur mesurée n'a pas de limites nettes, etc. Il est alors seulement possible d'estimer **un intervalle** dans lequel le résultat se trouve très probablement.

Dans ce cas, on considère que l'incertitude est principalement due à l'impossibilité de l'observateur à réduire cet intervalle.

En première approximation, il est donc possible d'estimer l'incertitude-type de la façon suivante :

- L'utilisateur identifie la valeur la plus petite X_{min} et la plus grande X_{max} entre lesquelles le résultat de la mesure peut être raisonnablement encadré.
- Le **résultat** X de la mesure est égal au milieu de l'intervalle :

$$X = \frac{X_{max} + X_{min}}{2}$$

- L'**incertitude-type** u_X est égale à la moitié de la largeur de l'intervalle :

$$u(x) = \frac{X_{max} - X_{min}}{2}$$

4 Incertitudes-types composées

Lorsqu'une grandeur est déterminée par un calcul à partir d'autres grandeurs mesurées, son incertitude-type se calcule de la manière suivante :

La grandeur X se calcule …	Calcul de l'incertitude-type
… comme la somme algébrique de grandeurs A et B : $X = A \pm B$	Pour une somme ou une différence les carrés des incertitudes-types s'ajoutent. $u(x)^2 = u(A)^2 + u(B)^2$
… comme le produit ou le quotient de grandeurs A, B et C : $X = \frac{A \cdot B}{C}$	Pour un produit ou un quotient les carrés des incertitudes-types divisé par la valeur s'ajoutent. $\left(\frac{u(x)}{X}\right)^2 = \left(\frac{u(A)}{A}\right)^2 + \left(\frac{u(B)}{B}\right)^2 + \left(\frac{u(C)}{C}\right)^2$

5 Pour réussir à calculer une incertitude-type

5 Pour réussir à calculer une incertitude-type