

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

PHYSIQUE-CHIMIE

Durée de l'épreuve : **3 heures 30**

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collègue » est autorisé.

Dès que ce sujet vous est remis, assurez-vous qu'il est complet.

Ce sujet comporte 11 pages numérotées de 1/11 à 11/11.

L'annexe page 11 est à rendre avec la copie

EXERCICE 1 - L'ATROPINE (9 POINTS)

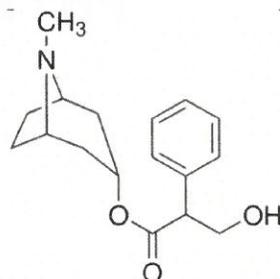
L'atropine est un antispasmodique employé par l'anesthésiste lorsque le patient présente une bradycardie, une diminution du réflexe vagal ou un rythme cardiaque bas. Elle a pour effet d'augmenter le rythme cardiaque du patient. Elle fait partie de la famille des alcaloïdes, molécules qui comportent un atome d'azote aux propriétés basiques.

L'atropine a été extraite d'une plante : la belladone. De nos jours, de nombreuses molécules isolées de la belladone ont été identifiées et on sait que l'atropine provient d'une réaction au sein de la plante entre l'acide tropique et le tropanol.

L'objectif de cet exercice est d'étudier l'utilisation d'une des formes de l'atropine en milieu hospitalier ainsi que son obtention par extraction et par synthèse.

Données :

➤ représentation topologique de l'atropine :



➤ formule brute de l'atropine : $C_{17}H_{23}O_3N$;

➤ couple acide-base de l'atropine : $C_{17}H_{23}O_3NH^+$ / $C_{17}H_{23}O_3N$;

➤ valeur du pK_a du couple : 9,8.

1. Étude des ampoules pharmacologiques d'atropine.

Q1. Construire le diagramme de prédominance du couple acide/base de l'atropine.

En milieu hospitalier, on utilise des ampoules contenant du sulfate d'atropine, une solution limpide et incolore injectable par voie intraveineuse ou intra musculaire à une concentration en masse d'atropine $C_{mA} = 25 \text{ mg} \cdot \text{L}^{-1}$. Elle est conditionnée en ampoule de volume $V_A = 20 \text{ mL}$ possédant un pH stabilisé aux alentours de 4,0.

Q2. Préciser sous quelle forme acide ou basique est présente l'atropine dans l'ampoule.

Données :

➤ masse molaire moléculaire de l'atropine $M_A = 289,4 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$;

➤ concentration standard $c^\circ = 1,0 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Q3. Calculer la concentration en quantité de matière des ions oxonium $[H_3O^+]$ de la solution contenue dans l'ampoule.

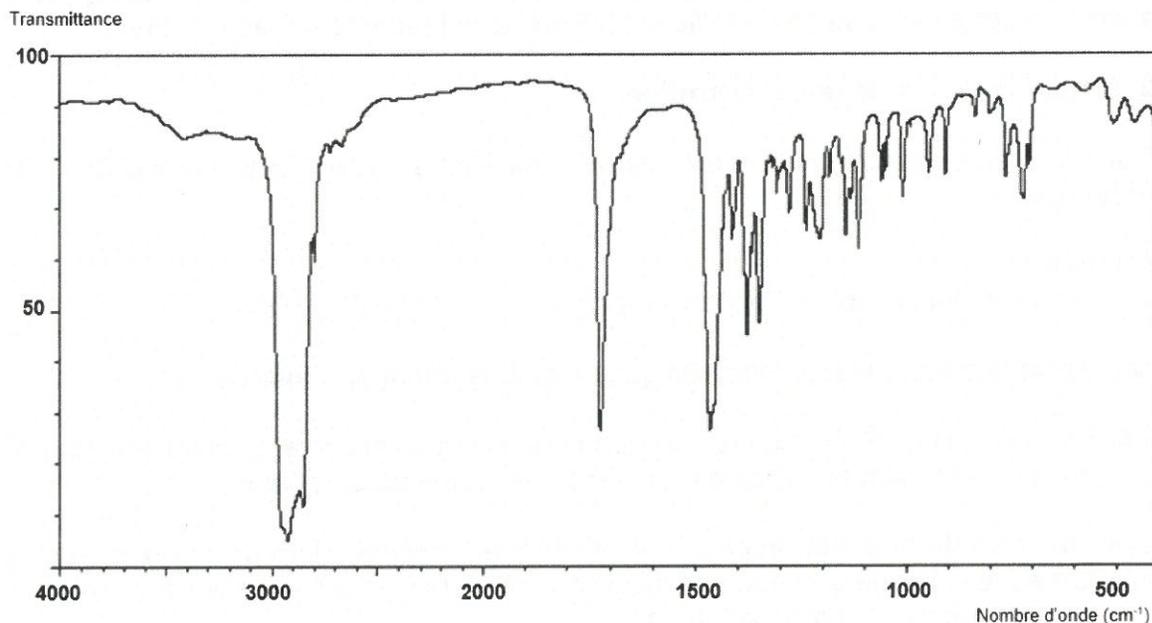
Q4. Calculer la concentration en quantité de matière C_A d'atropine présente dans l'ampoule. Vérifier que la quantité de matière n_A d'atropine dans l'ampoule est voisine de $n_A = 1,7 \times 10^{-6} \text{ mol}$.

On trouve également des ampoules de concentration en quantité de matière $C_B = 1,7 \times 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$.

Q5. Calculer le volume V_B de cette ampoule pour que la quantité de matière n_B en atropine soit égale à la quantité de matière n_A déterminée en question **Q4**.

2. Étude de l'extraction de l'atropine.

À partir de feuilles de belladone, on débute une succession d'extractions solide/liquide et liquide/liquide. L'extrait final présente différentes substances dont le tropanol, la tropinone et l'atropine. On isole chaque substance et on réalise une spectroscopie infrarouge de l'une d'elle. Le spectre infrarouge de cette substance est représenté sur la figure 1.



https://www.chemicalbook.com/SpectrumEN_532-24-1_IR2.htm/
Figure 1. Spectre infrarouge de la substance testée.

Données :

➤ informations sur les molécules :

Acide tropique $C_9H_{10}O_3$	Tropanol $C_8H_{15}ON$	Tropinone $C_8H_{13}ON$	Atropine $C_{17}H_{23}O_3N$

➤ tables de données spectroscopiques dans l'infrarouge :

Liaison	Nombre d'onde (cm ⁻¹)	Intensité
O-H alcool libre	3500-3700	Forte, fine
O-H alcool lié	3200-3400	Forte, large
C-H alcane	2800-3000	Forte, multiple
C=O amide	1650-1740	Forte
C=O aldéhyde et cétone	1650-1730	Forte, fine
C=O acide	1680-1710	Forte

Q6. Identifier, parmi les quatre molécules citées dans les données ci-dessus, celle qui est incompatible avec le spectre infrarouge de la figure 1.

Q7. L'identification des substances peut faire appel à la chromatographie sur couche mince (CCM) sur plaque de gel de silice. Décrire le protocole expérimental général associé à cette technique d'identification. Répondre en dix lignes au maximum.

3. Étude de la synthèse de l'atropine.

Dans la plante, la tropinone est réduite en tropanol à l'aide d'une enzyme TRI dite réductase.

Donnée :

➤ couple d'oxydoréduction tropanol-tropinone : C₈H₁₃ON/ C₈H₁₅ON.

Q8. Écrire la demi-équation électronique du couple tropanol-tropinone.

Q9. En notant TRI/TRI-H le couple d'oxydoréduction de l'enzyme, établir l'équation de la réaction modélisant la transformation entre l'enzyme et la tropinone.

Les quantités de tropanol, tropinone et d'atropine présentes lors de l'extraction sont trop faibles. L'industrie pharmaceutique se tourne alors vers la synthèse de la molécule afin de produire de plus gros volumes.

Q10. Sur le document réponse **À RENDRE AVEC LA COPIE**, identifier en les entourant et nommer les trois familles fonctionnelles présentes dans la molécule d'atropine.

La synthèse résulte de la réaction entre l'acide tropique et le tropanol pour donner l'atropine. Pour accélérer la transformation, l'ensemble est chauffé après l'ajout de quelques gouttes d'une solution aqueuse d'acide sulfurique (2H⁺(aq), SO₄²⁻(aq)).

Q11. Compléter, sur le document réponse **À RENDRE AVEC LA COPIE**, l'équation de réaction modélisant la synthèse proposée.

Q12. Le montage de synthèse repose sur un montage à reflux. Citer deux intérêts de ce dispositif expérimental.

Q13. Indiquer le rôle de l'acide sulfurique (2H⁺(aq), SO₄²⁻(aq)) dans le milieu réactionnel.

On notera n_A , n_B , n_C et n_D les quantités de matières à l'équilibre des espèces chimiques intervenant dans la transformation représentée dans le document réponse.

Q14. Donner l'expression littérale de la constante d'équilibre notée K , à l'aide des quantités de matière à l'équilibre n_A , n_B , n_C et n_D .

Pour améliorer le dispositif expérimental, on utilise une verrerie spécifique dite de Dean-Stark qui élimine progressivement l'eau du reste du milieu réactionnel.

Q15. Justifier à l'aide du quotient de réaction Q_r l'effet de l'utilisation de cette verrerie sur le déplacement d'équilibre.

EXERCICE 2 - ÉCOULEMENT DU SANG DANS UNE ARTÈRE (5 POINTS)

Les artères carotidiennes constituent les principales voies de transport du sang vers le cerveau. Une sténose correspond à un rétrécissement ou une obstruction partielle des artères, ce qui peut entraîner des problèmes graves comme des accidents vasculaires cérébraux (AVC) au cours desquels le cerveau est privé du dioxygène nécessaire à son bon fonctionnement.

Le premier objectif de cet exercice est d'évaluer par échographie Doppler la vitesse d'un écoulement de sang au sein d'une artère partiellement obstruée. Dans un second temps, l'objectif est de modéliser l'écoulement et d'évaluer l'importance de l'obstruction.

1. Échographie Doppler.

Un émetteur-récepteur ultrasonore permet d'étudier les vaisseaux sanguins. Les ondes émises sont partiellement réfléchies par les tissus mous environnants, mais également par les globules rouges présents dans l'écoulement de sang. Lorsque l'écoulement sanguin est visé, un décalage entre la fréquence émise f_E et celle reçue par l'appareil f_R est observé. La différence de fréquence $\Delta f = f_R - f_E$ ou décalage Doppler permet de mesurer la vitesse du flux sanguin et d'obtenir ainsi des informations essentielles pour le diagnostic médical.

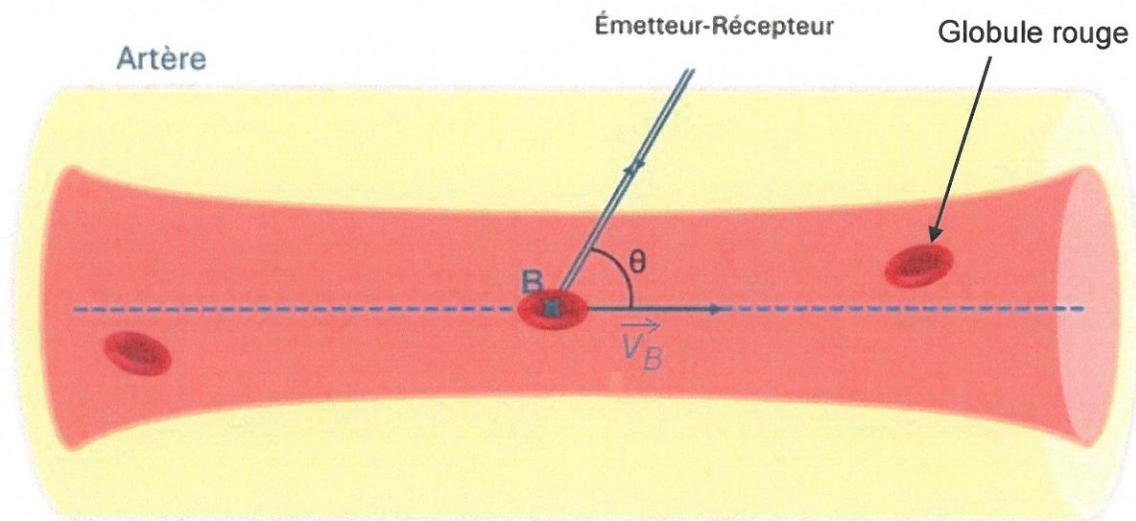


Figure 1. Mesure d'un décalage Doppler dans un écoulement sanguin.

Q1. Expliquer pourquoi on observe un décalage de fréquence lorsqu'un écoulement sanguin est visé.

Q2. À l'aide de vos connaissances, justifier que le décalage doppler Δf est positif dans la situation de la figure 1.

Données :

- fréquence de l'onde émise $f_E = 5,0 \text{ MHz}$ ($1 \text{ MHz} = 10^6 \text{ Hz}$) ;
- célérité de l'onde ultrasonore dans les milieux considérés : $c = 1,5 \times 10^3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$;
- expression du décalage Doppler en fonction de la valeur de la vitesse v de l'écoulement, de la célérité c de l'onde, de la fréquence émise par l'émetteur f_E ainsi que de l'angle θ défini sur la figure 1 :

$$\Delta f = 2f_E \cdot \cos \theta \cdot \frac{v}{c}$$

Après une échographie de la zone sténosée d'une artère, le décalage Doppler mesuré vaut $\Delta f = 7,0 \text{ kHz}$ pour un angle $\theta = 60^\circ$.

Q3. Vérifier que la valeur de la vitesse v_B de l'écoulement au sein de la sténose vaut approximativement $v_B = 2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

2. Modélisation de l'écoulement du sang dans une artère sténosée.

On représente la situation d'étude dans un cas simple où le fluide traverse d'abord une section S_A puis, au niveau du rétrécissement, une section S_B . On modélisera la situation dans le cadre d'un écoulement de sang incompressible et en régime permanent.

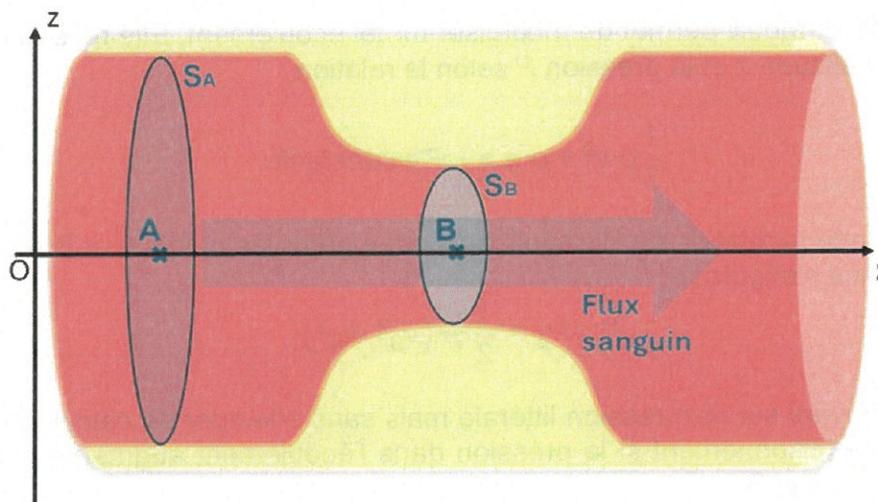


Figure 2. Schéma d'une artère sténosée.

Données :

- le débit volumique D_V est défini en fonction de la vitesse de l'écoulement v et de la section S tel que : $D_V = v \cdot S$;
- section d'une artère carotidienne avant rétrécissement : $S_A = 1,9 \times 10^{-5} \text{ m}^2$;
- débit volumique dans une artère carotidienne : $D_V = 1,1 \times 10^{-5} \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.

Q4. À l'aide des données, calculer la vitesse v_A de l'écoulement au point A.

Les différents stades de rétrécissement peuvent être identifiés en comparant la section de l'artère dans la sténose S_B et en dehors de la sténose S_A comme dans le tableau 1.

Stade de sténose	Rapport d'ouverture $\frac{S_B}{S_A}$	Mesures médicales préconisées
Légère	$\frac{S_B}{S_A} > 0,36$	Contrôles réguliers Alimentation saine et arrêt du tabac Exercice physique
Modérée	$0,16 < \frac{S_B}{S_A} < 0,36$	Sans symptôme : traitement médical Avec symptômes : traitement chirurgical
Sévère	$\frac{S_B}{S_A} < 0,16$	Chirurgie nécessaire Risque élevé d'AVC

Tableau 1. Tableau regroupant les stades de sténose et les mesures indiquées.

Donnée :

➤ vitesse de l'écoulement au sein du rétrécissement : $v_B = 2,1 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$.

Q5. En considérant le débit volumique D_V conservé entre les points A et B, déterminer à l'aide des données la valeur du rapport $\frac{S_B}{S_A}$ de l'artère au sein de la sténose. Indiquer les mesures médicales préconisées.

La relation de Bernoulli permet de modéliser un tel écoulement. Elle relie la valeur de la vitesse v , l'altitude z et la pression P selon la relation :

$$\frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot z + P = \text{constante}$$

Q6. Montrer que la relation de Bernoulli appliquée entre les points A et B représentés en figure 2 peut s'exprimer :

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (v_B^2 - v_A^2)$$

Q7. En s'appuyant sur l'expression littérale mais sans effectuer de calcul, préciser en justifiant votre raisonnement si la pression dans l'écoulement augmente ou diminue entre les points A et B.

Donnée :

➤ masse volumique du sang humain : $\rho = 1,1 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$.

Q8. À l'aide des données, calculer la valeur de la différence de pression $P_A - P_B$.

EXERCICE 3 - RAVEN SAUNDERS, LA LANCEUSE DE POIDS AMÉRICAINE (6 POINTS)

Raven Saunders, médaillée d'argent du lancer du poids aux Jeux olympiques de Tokyo 2021 s'est qualifiée pour la finale des JO 2024 au stade de France, grâce à un lancer qui fait l'objet de cet exercice.

Le « poids » est une sphère métallique lisse de masse m . Le lanceur se trouve dans une aire de lancement délimitée par un cercle métallique et par un butoir B. La portée du jet D est mesurée du butoir B au point de chute M comme indiqué sur la figure 1.

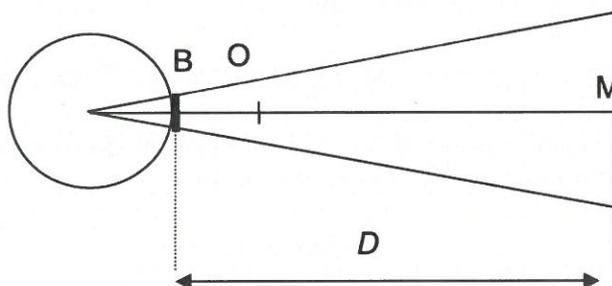


Figure 1. Schéma du secteur de lancer, vue de dessus, sans aucun souci d'échelle.

À l'issue de la phase d'élan, la sphère métallique est abandonnée en A, à la hauteur $OA = h$ au-dessus du sol horizontal, à la distance BO du butoir B, figure 2. Le bras qui lance fait alors un angle α avec l'horizontale ; cet angle α est considéré comme étant celui de la direction du vecteur vitesse initial \vec{v}_0 avec l'horizontale.

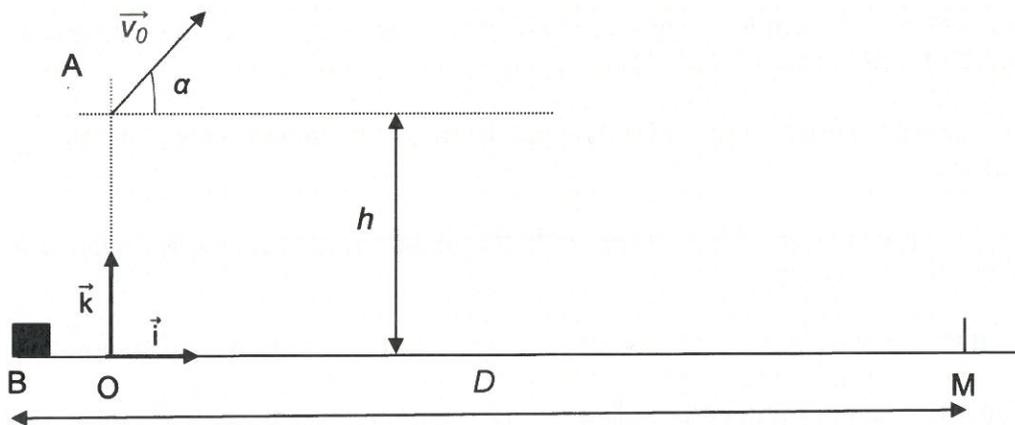


Figure 2. Schéma de la situation de lancer, vue de profil, sans aucun souci d'échelle.

Données :

- masse de la sphère métallique : $m = 4,00 \text{ kg}$;
- portée du jet : $D = 18,62 \text{ m}$;
- hauteur $OA = h = 1,80 \text{ m}$;
- distance $BO = 0,30 \text{ m}$;
- angle entre l'horizontale et le bras de la lanceuse $\alpha = 45,0^\circ$;
- intensité de la pesanteur : $g = 9,81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$;

➤ la valeur de la force de frottements \vec{f} exercée par l'air est donnée par l'expression :

$$f = \frac{1}{2} \rho \cdot C_x \cdot S \cdot v^2 \text{ avec,}$$

S l'aire de la section équatoriale de la sphère : $S = 7,62 \times 10^{-3} \text{ m}^2$;

ρ est la masse volumique de l'air : $\rho = 1,29 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$;

C_x un coefficient caractéristique de la forme de l'objet : $C_x = 0,51$;

v la valeur de la vitesse maximale $v = 14 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Le référentiel d'étude est Galiléen.

Q1. Montrer que la valeur de la force de frottements \vec{f} est très petite devant la valeur du poids \vec{P} agissant sur la sphère métallique.

On négligera la force de frottements \vec{f} par rapport au poids \vec{P} dans la suite du problème.

Q2. Montrer que les équations horaires du mouvement de la sphère métallique dès l'instant où cette dernière est abandonnée en A sont :

$$\overrightarrow{OG} \begin{cases} x(t) = (v_0 \cdot \cos \alpha) \cdot t \\ z(t) = -\frac{1}{2} g \cdot t^2 + (v_0 \cdot \sin \alpha) \cdot t + h \end{cases}$$

Q3. Dans le repère (O, \vec{i}, \vec{k}) , montrer que l'expression littérale de l'équation de la trajectoire du centre de masse de la sphère métallique est :

$$z(x) = -\frac{1}{2} g \cdot \frac{x^2}{v_0^2 \cdot \cos^2(\alpha)} + x \cdot \tan \alpha + h$$

Q4. Montrer, en utilisant les données et le schéma de la figure 2, que l'abscisse x_M du point de chute M vaut $x_M = 18,32 \text{ m}$.

Pour la suite de l'exercice, on admettra que la valeur de la vitesse initiale est égale à $v_0 = 12,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$.

Q5. Vérifier que la valeur de la durée t_M du déplacement de la sphère métallique entre A et M est d'environ 2 s.

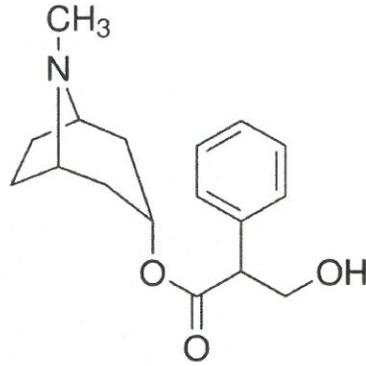
Q6. En déduire la valeur v_M de la vitesse au moment du contact avec le sol.

Q7. L'origine des énergies potentielles étant fixée au niveau du sol horizontal, exprimer l'énergie mécanique E_m de la sphère métallique au moment du lancer en fonction de sa masse m , de la hauteur h , de l'intensité de la pesanteur g et de la vitesse initiale v_0 .

Q8. En déduire l'expression de la vitesse v_M au point de chute M, à l'aide d'un raisonnement énergétique. Calculer sa valeur et vérifier la cohérence avec le résultat de la question **Q6**.

EXERCICE 1 - L'ATROPINE
DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE AVEC LA COPIE

Question Q10.



Question Q11.



BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

Session 2025 – Amérique du Nord

Épreuve de Physique-Chimie

Sujet de spécialité n° 2bis



Proposition de corrigé

Ce corrigé est composé de 7 pages.

Exercice 1 — L'atropine

1. Étude de ampoules pharmacologiques d'atropine

Q1. On construit le diagramme de prédominance des formes de l'atropine :



Q2. Par lecture du diagramme de prédominance, dans l'ampoule à $\text{pH} = 4$, l'atropine est sous sa forme acide.

Q3. Par définition, on a :

$$\boxed{\text{pH} = -\log([\text{H}_3\text{O}^+])}$$

D'où,

$$\boxed{[\text{H}_3\text{O}^+] = 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Q4. On nous donne la concentration massique en atropine dans l'ampoule. On a alors, en quantité de matière :

$$\boxed{C_A = \frac{C_{mA}}{M_A}} = \frac{25 \times 10^{-3}}{289,4} = \underline{8,6 \times 10^{-5} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}}$$

Ce qui correspond, dans l'ampoule, à une quantité :

$$\boxed{n_A = C_A V_A} = 8,6 \times 10^{-5} \times 20 \times 10^{-3} = \underline{1,7 \times 10^{-6} \text{ mol}}$$

Q5. Pour une solution à C_B il faut, pour avoir la même quantité d'atropine, le volume :

$$C_B = \frac{n_B}{V_B} \implies \boxed{V_B = \frac{n_B}{C_B}}$$

D'où,

$$V_B = \frac{1,7 \times 10^{-6}}{1,7 \times 10^{-3}} = \underline{1,0 \times 10^{-3} \text{ L} = 1 \text{ mL}}$$

2. Étude de l'extraction de l'atropine

Q6. On souhaite identifier la molécule associée au spectre IR qui nous est donné.

On remarque, sur ce dernier, une bande fine et forte autour de 1700 cm^{-1} , caractéristique d'une liaison $\text{C}=\text{O}$ carbonyle (donc soit ester, soit acide carboxylique, soit aldéhyde ou cétone). Or, l'absence d'une bande forte et large au-delà de 3000 cm^{-1} permet d'écartier les composés comportant une liaison $-\text{OH}$ (alcool ou acide).

Le spectre est donc celui de la **tropinone**.

Q7. Le principe de la chromatographie sur couche mince (CCM) est d'exploiter les propriétés de polarité et de solubilité des molécules.

On place une goutte de chaque échantillon (généralement dilué dans un solvant volatil) sur une même ligne horizontale d'une plaque de chromatographie (la couche mince étant un gel de silice), dont on place ensuite la partie basse à tremper dans un système-éluant bien choisi, dans une cuve de chromatographie¹ que l'on referme.

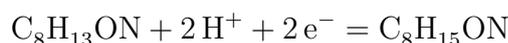
1. Ou un pot de confiture recyclé comme dans beaucoup de laboratoires académiques...

L'éluant, par capillarité, va remonter la plaque, et emporter plus ou moins bien avec lui les molécules étudiées. Ainsi, la position finale d'une espèce chimique dépendra de sa polarité et sa solubilité dans l'éluant : elle s'accrochera plus ou moins bien sur la silice, donc se laissera entraîner plus ou moins bien par l'éluant.

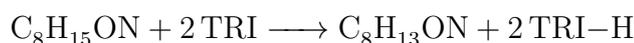
On peut alors révéler la plaque pour identifier l'emplacement des espèces étudiées, généralement sous UV ou par trempage dans une solution de KMnO_4 .

3. Étude de la synthèse de l'atropine

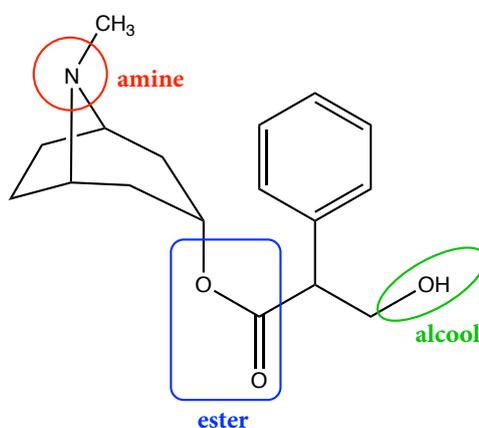
Q8. On écrit la demi-équation électronique associée au couple tropanol/tropinone :



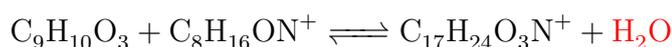
Q9. En notant TRI/TRI-H le couple redox de l'enzyme, il vient directement sa demi-équation électronique : $\text{TRI} + \text{H}^+ + \text{e}^- = \text{TRI-H}$. On en déduit alors l'équation de la réduction de la tropinone :



Q10. On identifie, sur la molécule d'atropine, ses groupes caractéristiques :



Q11. On complète l'équation de réaction correspondant à la synthèse réalisée, en faisant un rapide bilan d'atomes² :



Q12. Le montage à reflux permet de chauffer afin de déplacer l'équilibre, rendant thermodynamiquement favorable la formation du produit, tout en évitant les pertes de réactifs par évaporation (en condensant les vapeurs).

Q13. L'acide sulfurique, introduit en très faibles quantités afin d'accélérer la réaction, est un catalyseur.

Q14. On a, pour les espèces organiques dans le milieu réactionnel, par définition :

$$K^\circ = \frac{[\text{C}][\text{D}]}{[\text{A}][\text{B}]}$$

Ou, en quantité de matière dans le mélange monophasique :

$$K^\circ = \frac{\frac{n_C}{V} \cdot \frac{n_D}{V}}{\frac{n_A}{V} \cdot \frac{n_B}{V}}$$

Et en simplifiant :

$$K^\circ = \frac{n_C n_D}{n_A n_B}$$

2. Ou en se rappelant que l'estérification de Fischer libère une molécule d'eau.

Q15. En utilisant un Dean-Stark, on élimine l'eau au fur et à mesure de sa formation. Or, le quotient de réaction est donné à un instant quelconque de la réaction par la relation :

$$Q_r = \frac{C(C) \cdot C(\text{H}_2\text{O})}{C(A) \cdot C(B)}$$

Et le système évoluera dans le sens direct tant que $Q_r < K^\circ$. Ainsi, en éliminant l'eau, on fait décroître Q_r , ce qui implique un déplacement de l'équilibre dans le sens de la formation de H_2O (donc également de l'ester).

Exercice 2 — Écoulement du sang dans une artère

1. Échographie Doppler

Q1. Le globule rouge, en réfléchissant une partie de l'onde sonore, se comportera comme une source sonore en mouvement. Aussi, le décalage en espace entre deux fronts d'onde (induit par le mouvement) provoquera également un décalage en temps, ce qui modifiera la fréquence de l'onde reçue.

Q2. Le globule rouge se rapprochant de l'émetteur, la période T_R sera perçue plus faible par ce dernier. Et comme $f = \frac{1}{T}$, il vient :

$$T_R < T_E \implies f_R = \frac{1}{T_R} > \frac{1}{T_E} = f_E$$

On aura donc bien un décalage $\Delta f = f_R - f_E > 0$.

Q3. On a, pour l'écoulement au sein de la sténose :

$$\Delta f = 2f_E \cos \theta \frac{v_B}{c} \implies v_B = \frac{c \Delta f}{2f_E \cos \theta}$$

D'où, on a bien :

$$v_B = \frac{1,5 \times 10^3 \times 7,0 \times 10^3}{2 \times 5,0 \times 10^6 \times \cos(60)} = \underline{2,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

2. Modélisation de l'écoulement du sang dans une artère sténosée

Q4. On a le débit volumique en A :

$$D_V = v_A S_A \implies v_A = \frac{D_V}{S_A}$$

D'où,

$$v_A = \frac{1,1 \times 10^{-5}}{1,9 \times 10^{-5}} = \underline{0,6 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Q5. On cherche à calculer le rapport des surfaces en comparant la sténose à l'artère de taille normale. On a la conservation du débit volumique :

$$D_V = \text{cste} = v_A S_A = v_B S_B$$

Il vient alors le rapport de surfaces :

$$\frac{S_B}{S_A} = \frac{v_A}{v_B} = \frac{0,6}{2,1} = \underline{0,29}$$

La sténose est donc à un stade modéré, il est conseillé de recourir à un traitement médical (si asymptotique) ou chirurgical (si présence de symptômes).

Q6. On a la relation de Bernoulli pour l'écoulement parfait du fluide incompressible entre A et B :

$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + \rho g z_A + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + \rho g z_B + P_B \quad (\mathcal{B})$$

Or, les points A et B sont au même niveau, donc $z_A = z_B$ et (\mathcal{B}) devient alors :

$$\frac{1}{2}\rho v_A^2 + P_A = \frac{1}{2}\rho v_B^2 + P_B$$

Et finalement, il vient :

$$\boxed{\Delta P = P_A - P_B = \frac{1}{2}\rho (v_B^2 - v_A^2)} \quad (1)$$

Q7. Très logiquement, on s'attend à une augmentation de la vitesse liée au rétrécissement de la section, ce qui se traduit par une diminution de la pression entre A et B .

Q8. On souhaite calculer la différence de pression entre A et B . On applique alors (1) :

$$P_A - P_B = \frac{1}{2} \times 1,1 \times 10^3 \times (2,1^2 - 0,6^2) = \underline{2,2 \times 10^3 \text{ Pa} > 0}$$

Ce qui confirme bien notre hypothèse selon laquelle $P_A > P_B$.

Exercice 3 — Raven Saunders, la lanceuse de poids américaine

Q1. On souhaite savoir si les frottements de l'air sont négligeables. On calcule alors le rapport :

$$\frac{f}{mg} = \frac{\frac{1}{2}\rho C_X S v^2}{mg} = \frac{\frac{1}{2} \times 1,29 \times 0,51 \times 7,62 \times 10^{-3} \times 14^2}{4,00 \times 9,81} = \underline{1,2 \times 10^{-2} \ll 1}$$

Les frottements sont donc négligeables devant le poids de la sphère.

Q2. On applique la loi de quantité de mouvement à la sphère supposée ponctuelle de masse m constante, soumise uniquement à son poids, en mouvement dans le référentiel terrestre supposé galiléen :

$$m\vec{g} = m\vec{a} \implies a_x \vec{u}_x + a_z \vec{u}_z = -g\vec{u}_z$$

Il vient donc, en intégrant une première fois en temps :

$$\begin{cases} v_x(t) = v_0 \cos(\alpha) \\ v_z(t) = -gt + v_0 \sin(\alpha) \end{cases} \quad (2)$$

Et finalement, en intégrant une seconde fois avec $z_0 = h$:

$$\boxed{\begin{cases} x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \\ z(t) = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin(\alpha)t + h \end{cases}} \quad (3)$$

Q3. On souhaite aboutir à l'équation de la trajectoire de la sphère. Pour cela, on commence par reprendre l'expression de l'abscisse dans (3) afin d'exprimer t en fonction de x :

$$x(t) = v_0 \cos(\alpha)t \implies t = \frac{x(t)}{v_0 \cos(\alpha)}$$

Et on injecte alors dans l'expression de $z(t)$:

$$z(x) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} \right)^2 + v_0 \sin(\alpha) \frac{x}{v_0 \cos(\alpha)} + h$$

Et comme $\frac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \tan(\alpha)$, il vient finalement :

$$\boxed{z(x) = -\frac{1}{2}g \left(\frac{x^2}{v_0^2 \cos^2(\alpha)} \right) + x \tan \alpha + h} \quad (4)$$

Q4. On remarque, sur le schéma de la figure 2, que l'origine O du repère est placée à une distance $OB = 0,30$ m du butoir, et que le point M d'impact est situé à une distance $D = 18,62$ m. Il vient donc très logiquement :

$$\boxed{x_M = D - OB} = 18,62 - 0,30 = \underline{18,32 \text{ m}}$$

Q5. Connaissant la vitesse initiale et les coordonnées du point de chute, on souhaite calculer le temps de chute t_M . Pour cela, on se propose d'utiliser (3) pour retrouver t_M tel que $x(t_M) = x_M$ (on aurait aussi pu chercher t_M tel que $z(t_M) = 0$ mais s'imposer une résolution d'équation de degré 2 est assez peu judicieux...).

Il vient donc :

$$x(t_M) = x_M \iff v_0 \cos(\alpha)t_M = x_M \iff \boxed{t_M = \frac{x_M}{v_0 \cos \alpha}}$$

D'où,

$$t_M = \frac{18,32}{12,8 \times \cos(45,0)} = \underline{2,0 \text{ s}}$$

Q6. Par définition, on a la vitesse en M :

$$\boxed{v_M = \sqrt{v_x^2 + v_z(t = t_M)^2}}$$

Et en utilisant les expressions établies en (2), il vient :

$$v_M = \sqrt{(v_0 \cos \alpha)^2 + (-gt_M + v_0 \sin \alpha)^2}$$

D'où,

$$v_M = \sqrt{(12,8 \times \cos(45))^2 + (-9,81 \times 2 + 12,8 \times \sin(45))^2} = \underline{13,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Q7. L'origine des énergies potentielles étant au niveau du sol, on exprime l'énergie mécanique de la sphère à $t = 0$:

$$\boxed{\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_c(t = 0) + \mathcal{E}_p(t = 0) = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh} \quad (5)$$

Q8. Les frottements étant négligés, aucune force non conservative ne travaille entre A et M , et le théorème de l'énergie mécanique permet d'écrire :

$$\Delta_{A \rightarrow M} \mathcal{E}_m = 0 \implies \mathcal{E}_m(A) = \mathcal{E}_m(M)$$

Et avec (5), en remarquant que $z_M = 0$:

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = \frac{1}{2}mv_M^2 \implies \boxed{v_M = \sqrt{v_0^2 + 2gh}}$$

D'où,

$$v_M = \sqrt{12,8^2 + 2 \times 9,81 \times 1,80} = \underline{14,1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$

Cette vitesse est plutôt proche de celle calculée précédemment, ce qui est plutôt rassurant à propos de l'exactitude de l'étude dynamique ayant été menée. Néanmoins, le résultat réel sera légèrement inférieur, les frottements étant négligeables mais pas inexistantes.

* *
*