Thème 03 - Une histoire du vivant

Chapitre 04 - Les modèles démographiques

QCM

1. a. ET c.

2. a. ET d.

3. a. ET c.

4. b.

5 Affirmations à corriger

a. L'effectif de la population **diminue** quand le taux de mortalité est supérieur au taux de natalité.

b. Le modèle **exponentiel** permet de représenter l'évolution démographique d'une population dont le taux de variation est constant.

c. Le temps de doublement d'une population correspond au temps nécessaire pour multiplier par deux son **effectif**.

6 Phrases à construire

a. L'**évolution** de l'**effectif** d'une **population** peut être représentée par un **modèle** afin d'effectuer des **prédictions** pour le **futur**.

b. Le modèle de **Malthus** n'est pas **valable** sur le **long terme** en raison des **limites** des **ressources**.

7 Définitions inversées

a. Taux de natalité

b. Taux de variation (ou d'évolution) global

c. Modèle exponentiel ou malthusien

8 Taux d'évolution

1. Cette croissance n'est pas exponentielle car le taux de variation n'est pas constant chaque année.

2. On note $u(n)$ la population après n années. On a alors :

$u(1) = 13\,000 \times 1{,}025 = 13\,325$

$u(2) = 13\,325 \times 1{,}0244 = 13\,650$

$u(3) = 13\,650 \times 1{,}0238 = 13\,975$

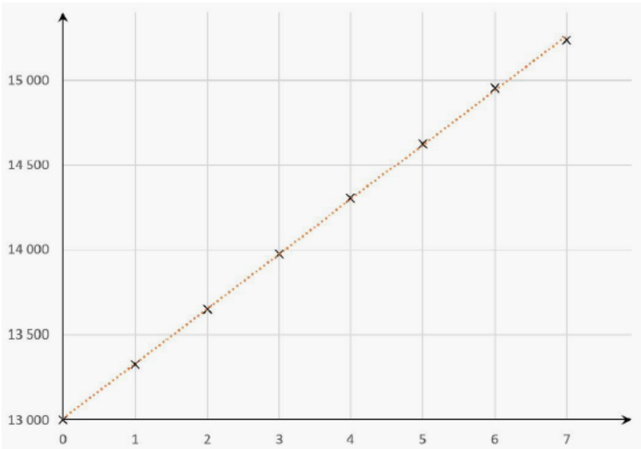
$u(4) = 13\,975 \times 1{,}0233 = 14\,301$

$u(5) = 14\,301 \times 1{,}0228 = 14\,627$

$u(6) = 14\,627 \times 1{,}0223 = 14\,053$

$u(7) = 14\,953 \times 1{,}0219 = 15\,237$

3. On constate que chaque année, la population augmente d'environ 325 habitants (parfois 326 ou 324). Cette évolution semble donc correspondre à un modèle linéaire. On observe également cela sur le nuage de points obtenu à l'aide d'un tableur.



4. La formule générale associée à ce modèle est, d'après le cours, $u(n) = u(0) + 325n$.

9 Modèles linéaire (L) et exponentiel (E)

Première colonne : 1 450 et $u(n) = u(0) + 65n$

Deuxième colonne : 1 374 et $u(n) = 1{,}05^n u(0)$

Troisième colonne : + 36 et $u(n) = u(0) + 36n$

Quatrième colonne : + 30 % et $u(n) = 1{,}3^n u(0)$

Cinquième colonne : 7 et $u(n) = u(0) - 48n$

Sixième colonne : 1 359 et $u(n) = 0{,}88^n u(0)$

10 Évolution d'une population bactérienne

Conseils

Utiliser le menu « graphiques » du tableur.

Tracer le nuage de points correspondant uniquement aux points souhaités et tester les deux types de régression.

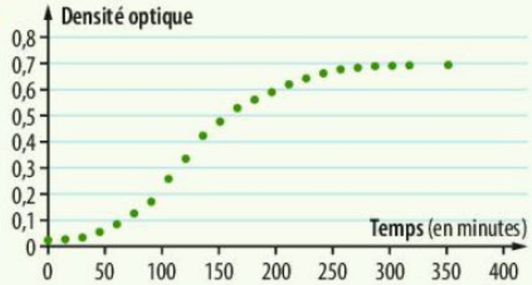
Déterminer à quel moment la densité optique est le double de la valeur initiale.

Le temps de doublement étant toujours le même dans le modèle exponentiel (voir un exercice plus loin), on peut aussi **regarder** en combien de temps la densité optique passe par exemple de 0,1 à 0,2.

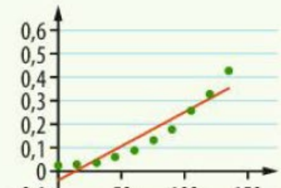
Considérer le fait que cette population évolue dans un milieu fermé.

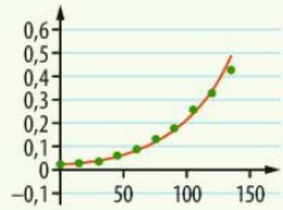
Solution

1.



2. On observe que la croissance est de plus en plus rapide jusqu'au temps $t = 135$ min puis ralentit.





3. On constate que le modèle exponentiel est plus adapté que le modèle linéaire.

4. La densité optique initiale étant de 0,02, on cherche à quel temps elle atteint 0,04. Par lecture graphique, ce temps de doublement est entre 30 et 32 minutes.

5. Le milieu étant fermé, les ressources y sont limitées.
Elles sont progressivement consommées et constituent donc un facteur limitant pour la croissance de la population.
Cette croissance ralentit au bout d'un certain temps pour finir par stagner à une valeur limite (ici environ 0,7) quand les ressources sont insuffisantes pour permettre la division des bactéries.

6. Si le milieu est dilué par deux, la population dispose de deux fois moins de ressources. On observera le même type de courbe de croissance : une croissance exponentielle puis un ralentissement et une stagnation autour d'une valeur limite, mais cette valeur limite serait alors deux fois plus faible et se situerait autour de 0,35.

11 Reproduction et démographie

1. Ce qui compte pour évaluer la dynamique de la population est de comptabiliser le nombre de descendants viables. Faisons les calculs avec les valeurs maximales pour les deux oiseaux.

Pour la mésange bleue, on peut considérer que la grandeur de ponte est la moyenne des couvées soit (8 + 14) / 2 = 11 œufs. En considérant deux pontes par an pendant 2,5 années, cela conduit à 55 descendants. Cependant, seuls 30 % sont viables donc il n'en reste que 55 × 0,3 = 16,5 : il y a entre 16 et 17 descendants viables par femelle de mésange bleue. Si on calcule le maximum de descendants, il faut considérer des couvées de 14 œufs pendant 3 ans. Le calcul devient : 14 × 2 × 3 × 0,3 = 25,2. La mésange bleue a au maximum 25 descendants viables.

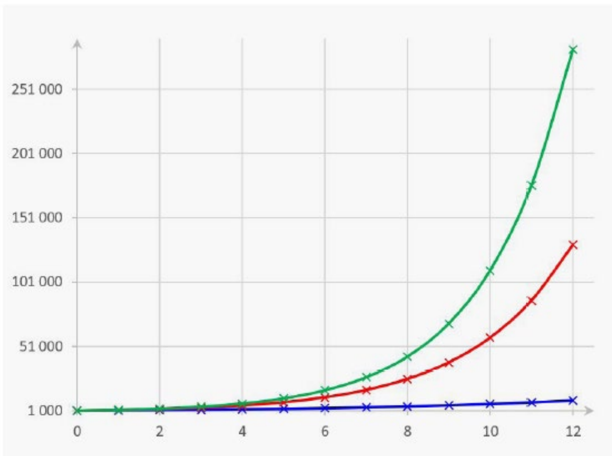
Pour l'albatros, en considérant que la femelle se reproduise au maximum, c'est-à-dire 30 fois, le nombre moyen de descendants pour l'albatros est de 1 × 1 × 30, dont 95 % sont viables, soit environ 28 descendants.

Le nombre moyen de descendants produits et viables est donc assez proche pour les deux oiseaux. Les stratégies de reproduction diffèrent cependant. Le nombre de descendants formés par la mésange est très élevé, mais ceux qui atteindront la maturité sexuelle et se reproduiront à leur tour est diminué du fait du faible taux de survie. Les albatros présentent une reproduction moins prolifique, mais les soins aux petits favorisent une survie plus importante.

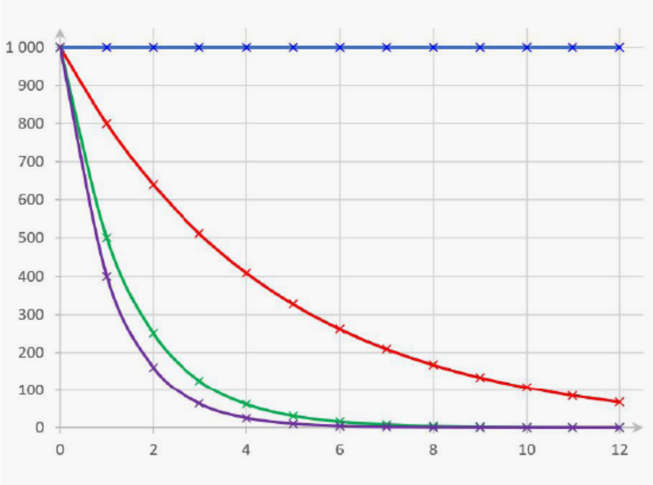
2. La différence du taux de survie peut s'expliquer par une différence d'exposition à un risque de prédation, une différence de vulnérabilité face aux facteurs climatiques (difficultés à résister au froid hivernal par exemple) ou à l'effet d'une compétition pour les ressources intra ou interspécifique.

12 Modèle de Malthus

1. On obtient les allures suivantes (k = 0,2 en bleu, k = 0,5 en rouge, k = 0,6 en vert) :



2. On obtient les allures suivantes (k = 0 en bleu, k = - 0,2 en rouge, k = - 0,5 en vert, k = - 0,6 en violet) :



13 Invasion de criquets en Afrique de l'Est

1. L'irrégularité des invasions de criquets s'explique par la nécessité d'une conjonction de conditions climatiques favorables (pluies et températures hivernales élevées) sur une longue période de grégarisation progressive.

2. L'essaim géant comporte 200 milliards de criquets, qui consomment chacun 2 g de végétaux par jour : $2{\cdot}10^{11} \times 2 = 4{\cdot}10^{11}$ g soit 400 000 tonnes de végétaux par jour.

3. L'effectif de criquets croît de manière exponentielle au cours d'une saison, car plusieurs générations se succèdent rapidement avec un grand nombre de descendants à chaque fois. L'augmentation de l'effectif est de plus en plus forte en nombre d'individus à chaque génération.

En chiffres, on peut calculer le nombre de descendants possibles pour une femelle après trois générations, chaque génération étant espacée de la suivante de 12 semaines, en ne prenant en compte qu'une seule ponte par femelle :

- une femelle pond 150 œufs à l'origine de 75 femelles (pour un *sex-ratio* de 1/1), qui génèrent chacune 150 individus, soit 11 250 individus ;
- à la deuxième génération, les 5 625 femelles peuvent générer 843 750 individus ;
- à la troisième génération, les 421 875 femelles peuvent générer 63 281 250, soit 63 millions de criquets.

14 Évolution démographique et ressources

1. Algorithme complété :

```
def evolution():
    u=30000
    L=[u]
    for k in range(1,51):
        u=u*(1.06)
        L=L+[u]
    return u
```

2. Algorithme modifié :

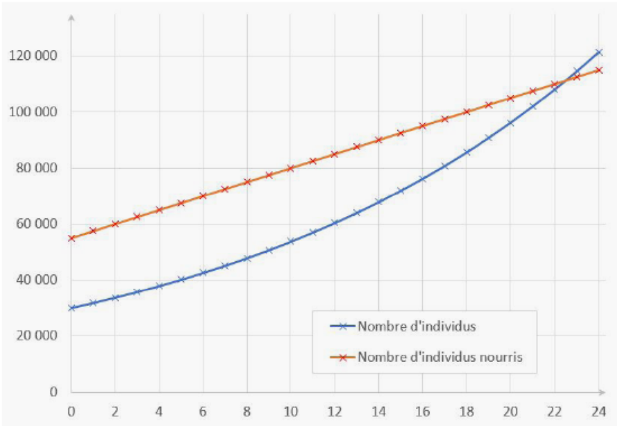
```
def evolution(u0,t):
    u=u0
    L=[u]
    for k in range(1,51):
        u=u*(1+t/100)
        L=L+[u]
    return u
```

3. La fonction permet de savoir à partir de quelle valeur de n, la valeur de u sera supérieure à $2u(0)$, c'est-à-dire le double de la valeur initiale. Autrement dit, elle permet de calculer le temps de doublement de la population.

4. Évolution de l'effectif de la population et des ressources alimentaires (en tableau) :

Année	Nombre d'individus	Nombre d'individus nourris
0	30 000	55 000
1	31 800	57 500
2	33 708	60 000
3	35 730	62 500
4	37 874	65 000
5	40 147	67 500
6	42 556	70 000
7	45 109	72 500
8	47 815	75 000
9	50 684	77 500
10	53 725	80 000
11	56 949	82 500
12	60 366	85 000
13	63 988	87 500
14	67 827	90 000
15	71 897	92 500
16	76 211	95 000
17	80 783	97 500
18	85 630	100 000
19	90 768	102 500
20	96 214	105 000
21	101 987	107 500
22	108 106	110 000
23	114 592	112 500
24	121 468	115 000
25	128 756	117 500

Évolution de l'effectif de la population et des ressources alimentaires (en graphique) :



On constate que les ressources (en rouge) deviennent insuffisantes après 23 années (la population est représentée en bleu).

5. Fonction Python comparaison() :

```
def comparaison():
    n=0
    u=30000
    L=[u]
    r=55000
    R=[r]
    while u<r:
        u=u*(1.06)
        r=r+2500
        L=L+[u]
        R=R+[r]
        n=n+1
    return L,R,n
```