

1 Transport de l'électricité

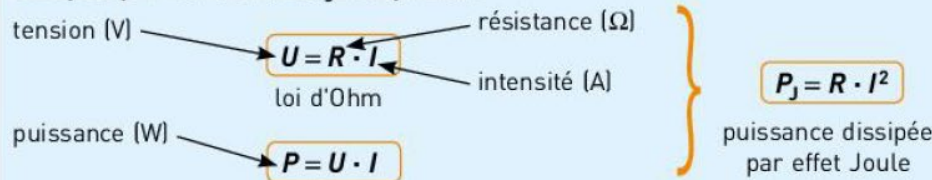
Pertes par effet Joule

Il n'existe pas de conducteur électrique parfait. Si l'on soumet un conducteur à une tension, ses électrons « libres » vont se mettre en mouvement, mais ce mouvement va être freiné par la constitution même du conducteur : on dit que le conducteur possède une **résistance** (au courant). Cette résistance explique l'échauffement du conducteur lorsqu'il est traversé par un courant : de l'énergie électrique est ainsi perdue sous forme de chaleur.

Tout conducteur de l'électricité a tendance à s'échauffer au passage d'un courant électrique. Ce phénomène est appelé **effet Joule**.

Le caractère résistif d'un conducteur se traduit par un coefficient de proportionnalité R entre la tension U appliquée à ses bornes et l'intensité I du courant qui en résulte (loi d'Ohm) : $I = U/R$. Plus le conducteur a une résistance importante, plus l'intensité du courant qui le traverse sera faible.

Pour un conducteur de résistance R et traversé par un courant I , la puissance dissipée par effet Joule P_J s'exprime :



Méthodes de transport

L'énergie électrique est transportée depuis les centrales jusqu'aux utilisateurs grâce à des câbles électriques (Fig. 1). Or la résistance électrique d'un conducteur est proportionnelle à sa longueur, à sa section et à sa nature. Ces câbles dissipent donc, par effet Joule, à un instant donné, une puissance proportionnelle notamment à leur longueur. Cela conduit à des pertes inévitables durant le transport de l'énergie électrique.

Pour le transport de l'électricité, on utilise des lignes haute tension afin de réduire l'effet Joule.

D'après la relation $P = U \cdot I$, pour une même puissance transportée, le courant électrique circulant dans les câbles est plus faible lorsqu'on augmente la tension. Comme $P_J = R \cdot I^2$, la puissance dissipée par effet Joule diminue également. On peut utiliser le modèle de circuit électrique pour représenter un réseau électrique. Les **transformateurs** (Fig. 2) permettent d'augmenter ou d'abaisser la tension sans changer la puissance :

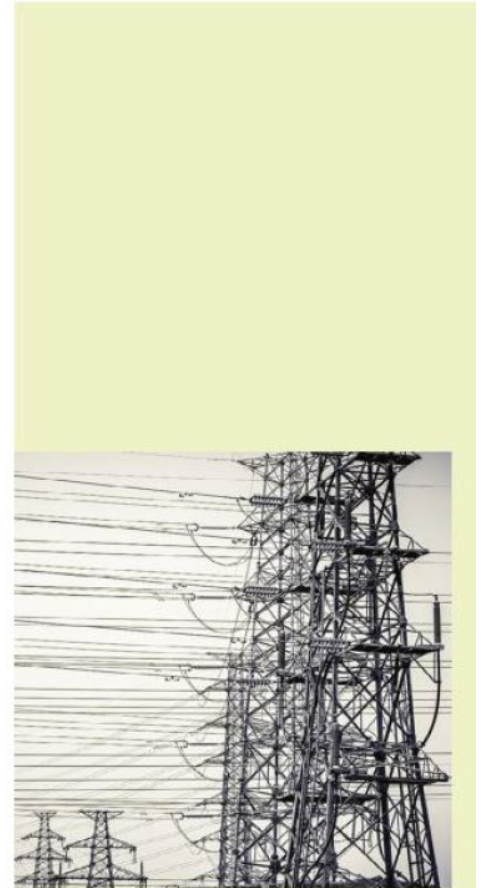
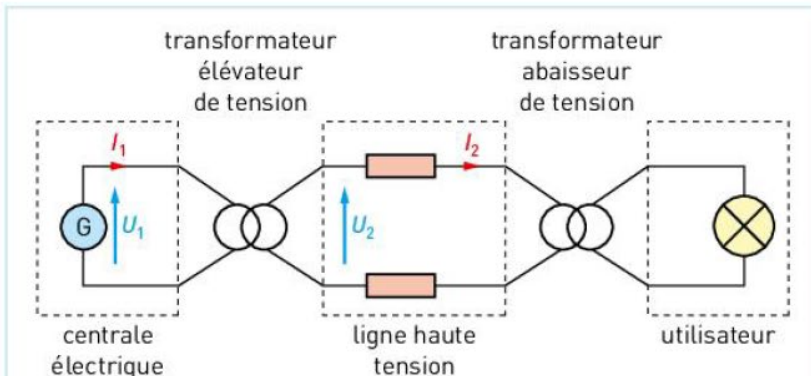


Fig. 1 : 80 % des pertes liées au transport le sont par effet Joule dans les câbles électriques (soit, pour un pays comme la France, l'équivalent de presque deux unités de production nucléaire d'électricité !).



Fig. 2 : Transformateur.

2 Modélisation d'un réseau électrique

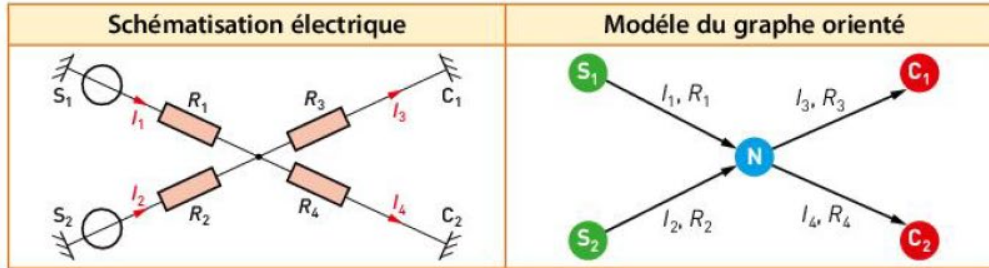
Graphes orientés

On peut également modéliser un réseau électrique par un **graphe orienté** (Fig. 3) :

- les **sources distributives** (S) modélisent les lieux de production électrique (parcs éoliens, centrales nucléaires...);
- les **cibles destinatrices** (C) modélisent les consommateurs d'électricité (industries, habitations...);
- les **arcs** modélisent les lignes électriques;
- les **nœuds intermédiaires** (N) modélisent les transformateurs et les répartiteurs.

Prise en compte des contraintes

On considère un réseau comportant deux sources, un nœud et deux cibles.



Au niveau d'un nœud, la somme des intensités électriques qui arrivent est égale à celle des intensités électriques qui en repartent.

$$\text{Loi des nœuds : } I_1 + I_2 = I_3 + I_4$$

L'intensité du courant électrique maximale que peut fournir une source distributive est liée à sa puissance électrique maximale P_{\max} .

$$I_1 \leq P_{1\max} / U \text{ et } I_2 \leq P_{2\max} / U$$

avec U la tension du réseau au niveau de la source.

Minimisation des pertes

Pour minimiser les pertes par effet Joule dans un réseau électrique, il faut chercher à réduire la valeur de la puissance dissipée par effet Joule dans les lignes électriques. On considère le réseau précédent comportant deux sources, un nœud et deux cibles.

$$P_J = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 \text{ est la fonction à minimiser.}$$

En considérant la demande de chaque cible comme constante, on peut écrire : $I_3 + I_4 = I_1 + I_2 = \text{constante} = I_{\text{tot}}$. Comme R_3 et R_4 sont constants, on en déduit que : $R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 = \text{constante} = C$.

On peut donc écrire : $P_J = R_1 \cdot I_1^2 + R_2 \cdot (I_{\text{tot}} - I_1)^2 + C$.

La fonction à minimiser peut s'écrire comme un polynôme du second degré. En recherchant ce qui annule sa dérivée, on peut en déduire son minimum qui correspond à la situation de minimisation des pertes par effet Joule (Fig. 4).

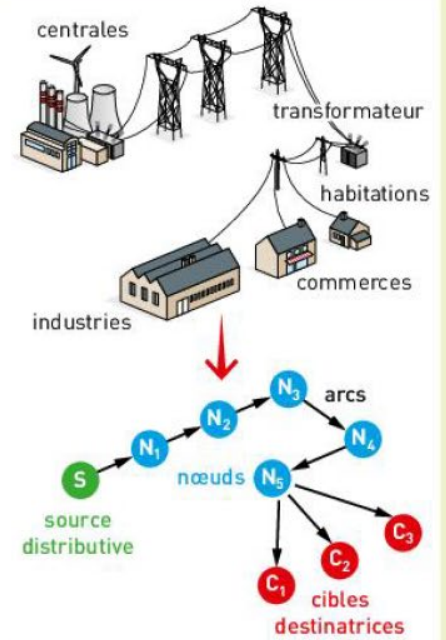


Fig. 3 : Modélisation d'un réseau électrique par un graphe orienté.

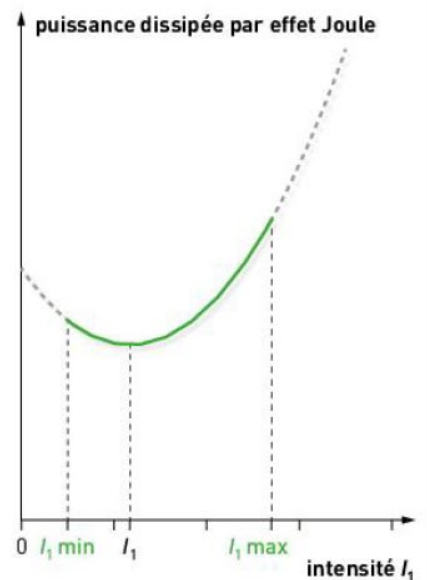


Fig. 4 : Recherche du minimum de la fonction P_J .

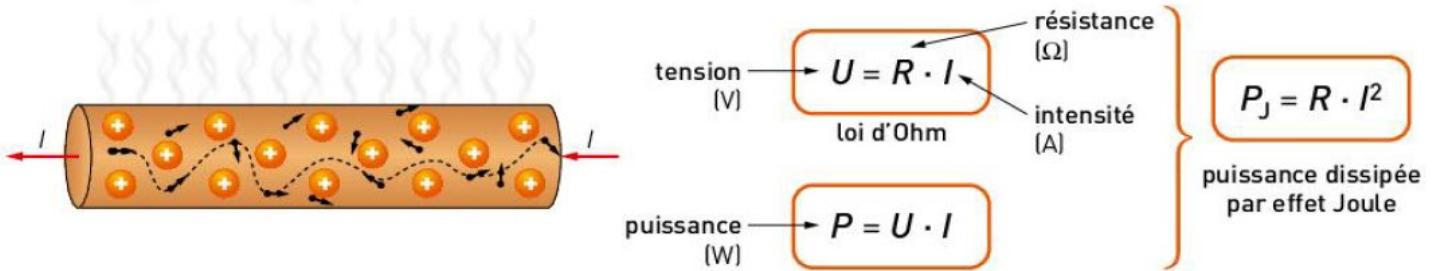
Le vocabulaire à retenir

- **Cibles destinatrices** : modélisation des consommateurs d'électricité dans un graphe orienté.
- **Effet Joule** : phénomène d'échauffement constaté dans tout conducteur électrique traversé par un courant.
- **Graphe orienté** : modélisation mathématique permettant de modéliser un réseau électrique.
- **Nœuds intermédiaires** : modélisation des transformateurs ou des répartiteurs dans un graphe orienté.
- **Sources distributives** : modélisation des lieux de production d'électricité dans un graphe orienté.
- **Transformateur** : dispositif permettant d'augmenter ou de diminuer la tension électrique.

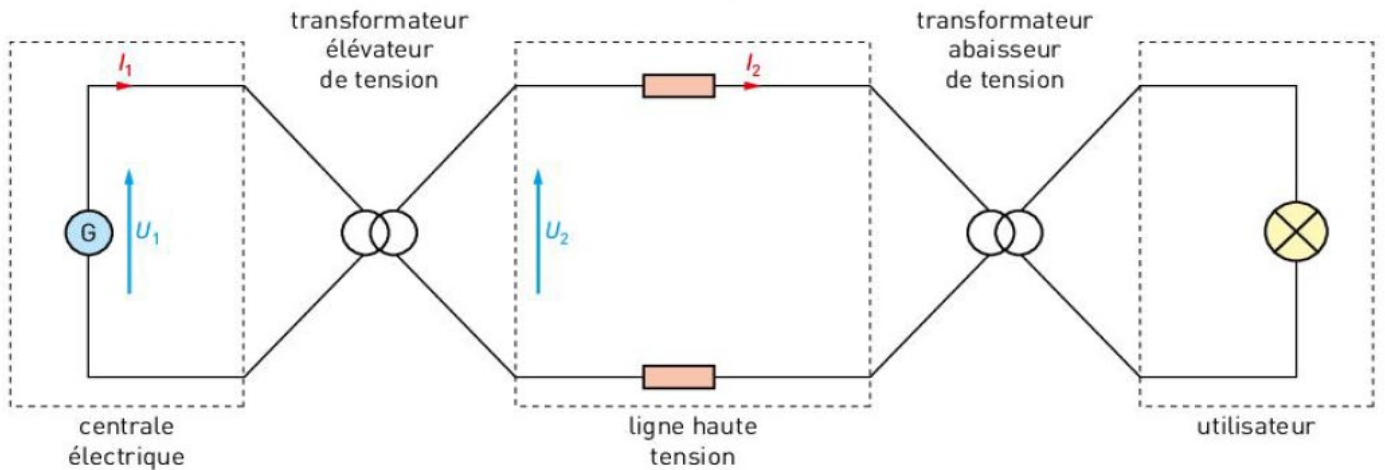


1 Transport de l'électricité

De l'énergie électrique perdue sous forme de chaleur

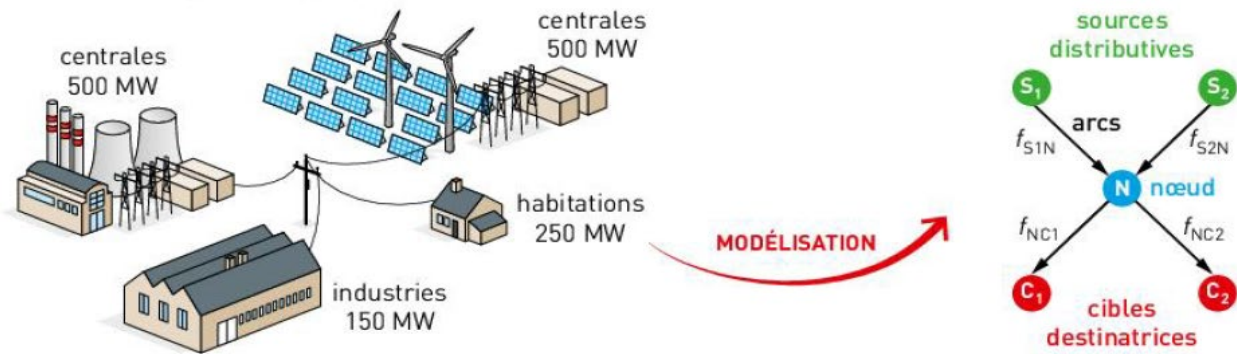


Modélisation du transport par un schéma électrique

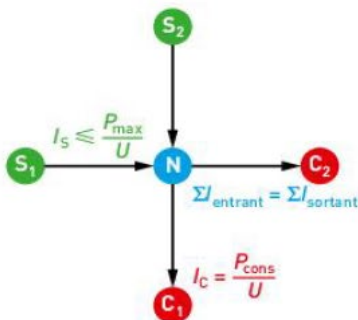


2 Modélisation mathématique d'un réseau électrique

Modélisation par un graphe orienté



Contraintes



Minimisation mathématique des pertes

